



CONCOURS ARTS ET MÉTIERS ParisTech - ESTP - ARCHIMÈDE

Épreuve de Sciences Industrielles MP

Durée 3 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

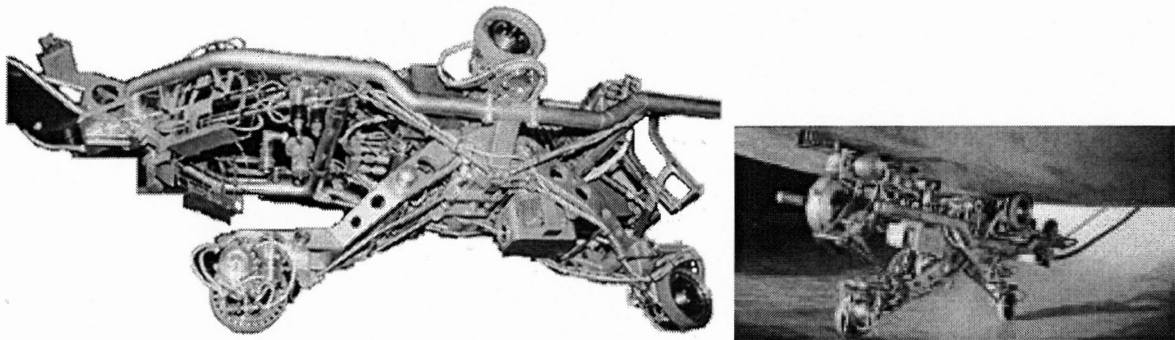
L'usage de calculatrices est autorisé.

AVERTISSEMENT

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Tournez la page S.V.P.

ROBOT MIR : Machine d'inspection des réacteurs rapides



Le candidat est invité à lire attentivement la mise en situation pages 2 à 6.
Le candidat pourra formuler toutes hypothèses qui lui semblera nécessaire pour pouvoir répondre aux questions posées.

INTRODUCTION

A. Présentation

Le robot MIR développé pour la vérification des cuves de Superphenix doit être adapté pour le contrôle d'une nouvelle génération de réacteurs à neutrons rapides.

L'objectif du robot MIR est de :

- assurer le contrôle surfacique télévisuel des soudures des deux cuves et des zones adjacentes ;
- assurer le contrôle volumique par ultrasons des soudures de la cuve principale et des zones adjacentes. Une possibilité était offerte d'effectuer ce contrôle sur la cuve de sécurité ;
- mesurer en permanence la distance entre les deux cuves.

Pour cela, le robot se déplace dans l'espace inter-cuve, entre la cuve principale et la cuve de sécurité.

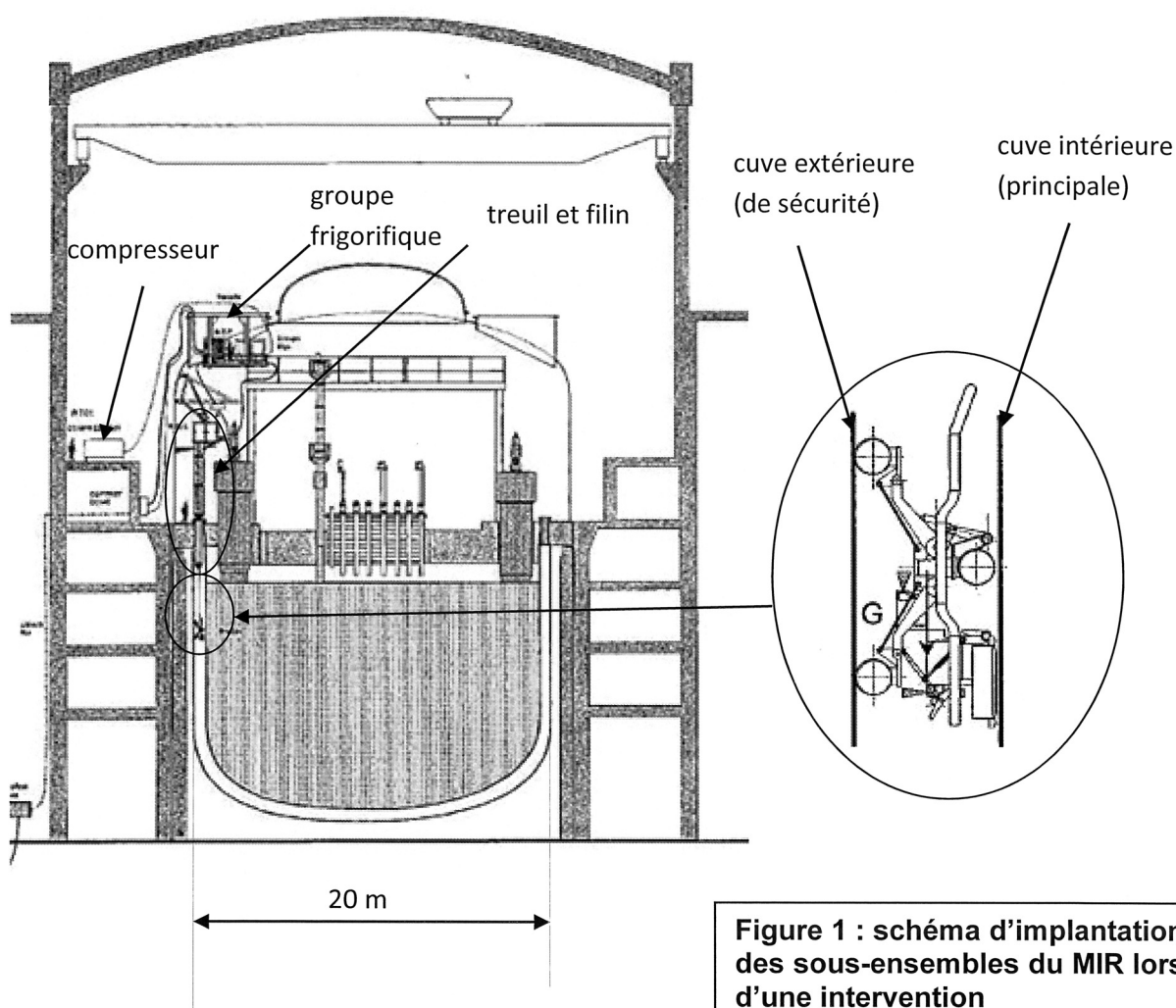
Compte-tenu de l'environnement complexe (gaz neutre, température élevée, exigüité), le robot est accompagné de plusieurs sous-ensembles nécessaires à son installation et à son fonctionnement.

Lorsque le robot évolue dans l'espace inter-cuve, il est en permanence relié à **un filin de traction et à un ombilical** par lequel transitent la puissance électrique, les signaux d'information et différents gaz dont celui nécessaire au refroidissement. Pour garantir un bon enroulement de l'ombilical, **un système de treuil** est installé au-dessus de la dalle du réacteur.

On négligera pour la suite, les actions du filin de traction et de l'ombilical sur le robot.

Pour assurer le refroidissement des composants du robot, il est aussi nécessaire de disposer d'un compresseur et d'un groupe frigorifique. Ces deux sous-ensembles sont alimentés en azote par le réseau de la centrale.

Enfin, le pilotage du robot s'effectue depuis l'extérieur du bâtiment réacteur.



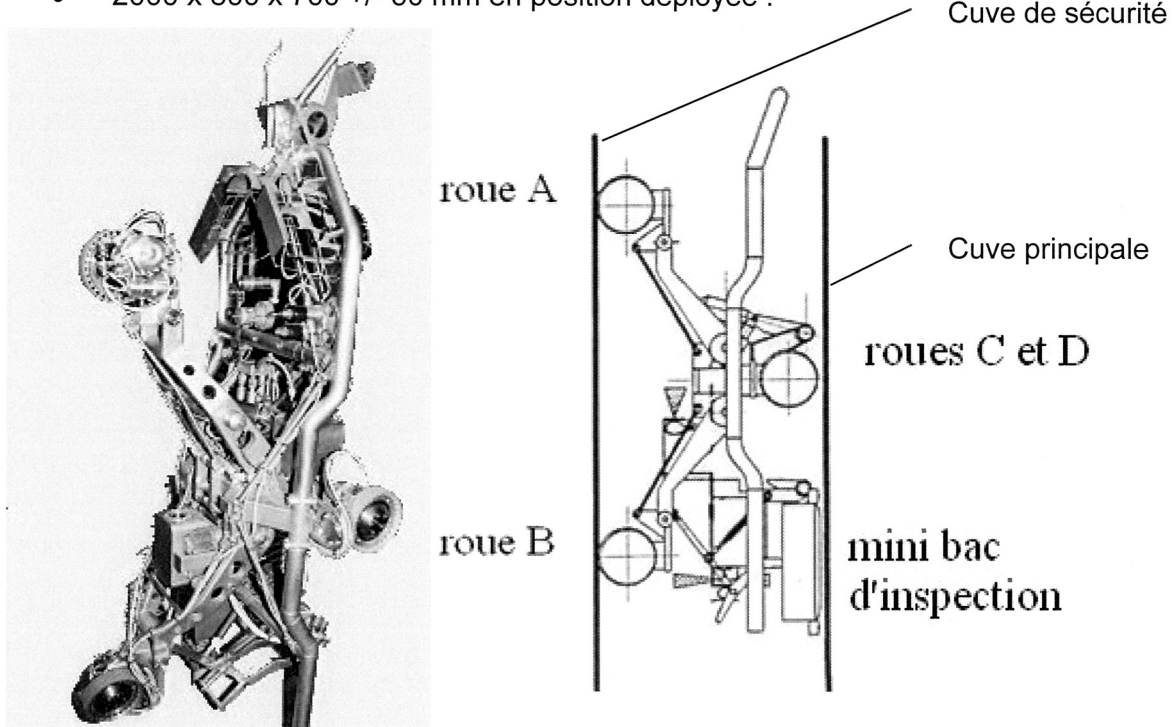
B. Description

B.1 Description structurelle

Le robot MIR est un véhicule motorisé composé d'un châssis tubulaire, de quatre bras articulés et des composants nécessaires à la mise en œuvre des contrôles et mesure. La structure est en acier inoxydable. La masse est d'environ 180 kg.

Les dimensions hors tout dépendent de la position des bras articulés. Elles sont de :

- 2000 x 700 x 450 mm en position repliée
- 2000 x 800 x 700 +/- 50 mm en position déployée .



Figures 2a et 2b : robot MIR en position déployée

A l'extrémité de chaque bras, se trouve une roue motorisée en rotation et en direction. Il y a donc au total 4 roues qui servent d'appui contre les parois de cuve (principale et de sécurité).

Sur la partie inférieure, sont situés le mini bac d'inspection et son système de plaquage. Ce sous-ensemble constitue le dispositif d'inspection proprement dit. Le rôle dévolu au reste du robot étant de positionner le mini bac d'inspection au droit de la soudure à contrôler.

La chaîne d'énergie associée au déplacement

Chaque roue utilise un module de déplacement. Il y a quatre modules de déplacement sur le robot MIR, pilotant le déplacement.

Chaque module est composé d'un corps, d'une roue, du motoréducteur de traction, du motoréducteur d'orientation et du potentiomètre d'orientation.

La roue est la pièce tournante en contact avec les parois de la cuve. La surface extérieure torique est revêtue d'une couche mince de carbure de tungstène déposé par projection plasma. Ce revêtement est très tenace et présente l'avantage d'avoir un coefficient de frottement sur l'acier inoxydable élevé ($f \geq 0,5$).

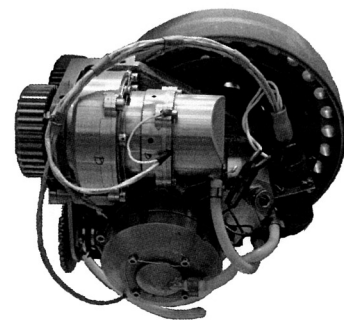


Figure 3 : vue générale d'un module de roue

Le motoréducteur de traction permet la rotation de la roue pour faire avancer le robot. Le motoréducteur est composé :

- d'un moteur à courant continu (puissance = 48 W ; tension = 60 V ; intensité maximale = 0,7 A) ;
- d'une génératrice tachymétrique : cet instrument permet de mesurer la vitesse de la roue en générant une tension proportionnelle à la vitesse de rotation ;
- d'un réducteur Harmonic Drive extra-plat dont le rapport de réduction est de 1/160.

Ces composants sont montés dans un carter spécifique dont la conception permet un débrayage éventuel après action sur un boulon fusible. Cette action permet, exceptionnellement, de rendre la roue folle en cas de grippage d'un composant.

La durée de vie des modules de déplacement est estimée à 1000 mètres de déplacement du robot, soit environ le contrôle complet d'une moitié de cuve principale.

D'autres éléments construits autour d'actionneurs permettent entre autres de plaquer les roues sur la cuve, d'imposer un déplacement du transducteur (dispositif convertissant une information sur l'état des soudures à inspecter en un signal électrique) du mini bac d'inspection.

B.2 Description fonctionnelle

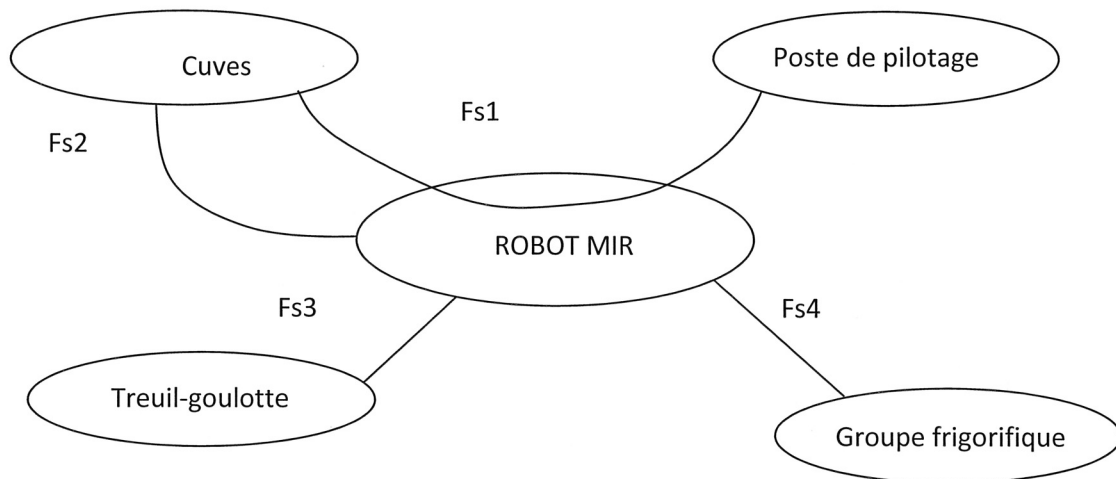
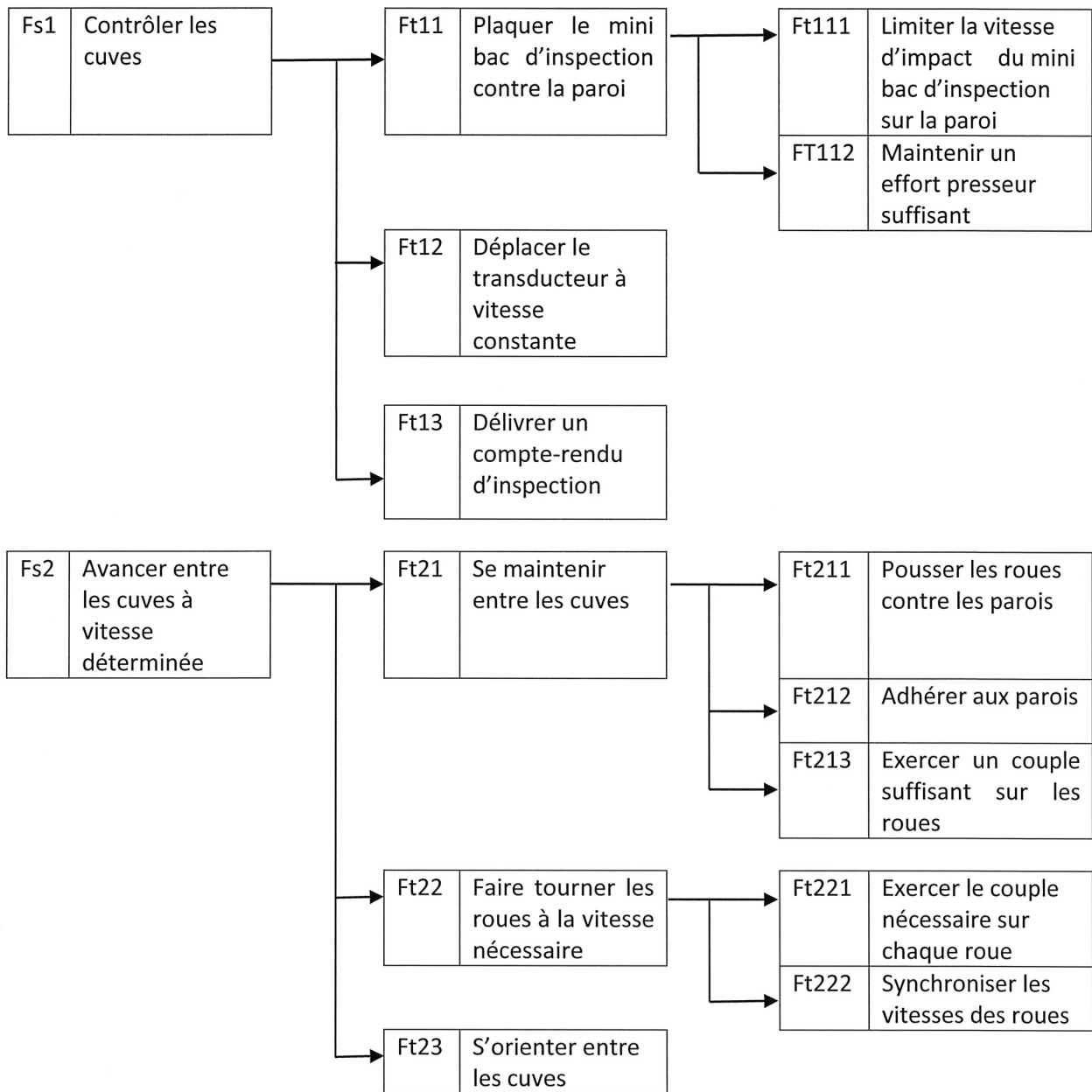


Figure 4 : Diagramme des interacteurs



Fonction	Nom	Critères	Niveaux
Fs2	Avancer entre les cuves à vitesse déterminée	Vitesse de déplacement 6 mm/s.	±1 mm/s
Ft111	Limiter la vitesse d'impact du mini bac d'inspection sur la paroi	Vitesse de contact	0,2 m/s
Ft112	Maintenir un effort presseur suffisant sur le mini bac	Effort normal	400 N
Ft12	Déplacer le transducteur à vitesse constante	Vitesse d'inspection 5 mm/s	±0.5 mm/s
Ft213	Exercer un couple suffisant sur les roues	Moteur courant continu avec réducteur	Couple moteur maxi 0,35 N.m Réduction 1/160

Figure 5 : Extrait du cahier des charges

PREMIERE PARTIE - Etude de la fonction Ft21 : Se maintenir entre les cuves

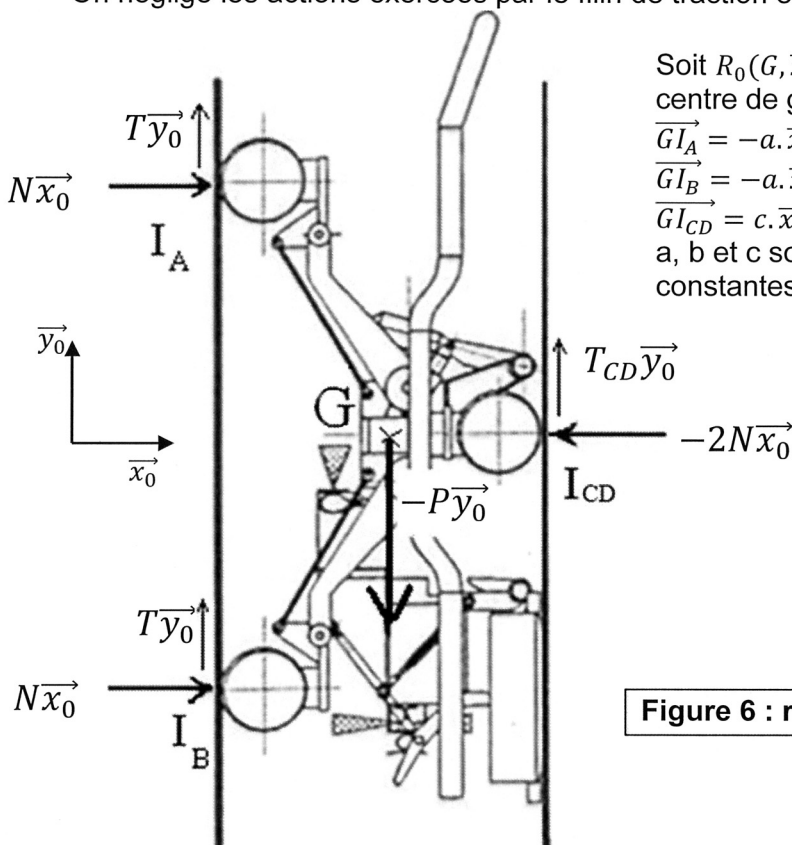
Problématique : Vérifier les conditions d'adhérence et de maintien du robot contre les parois

Pour que l'engin soit en équilibre dans toutes les positions dans l'inter-cuve dans la zone verticale, il est nécessaire que la résultante des forces de frottement soit supérieure au poids de l'engin (1800 N). Les réactions des parois dépendent d'une part des efforts de plaquage appliqués sur les roues et d'autre part du coefficient de frottement entre roues et parois.

Etude de l'équilibre du robot en position verticale

Les quatre roues de l'engin sont en contact avec la paroi en I_A , I_B , I_C , I_D .
Les vérins de suspension exercent sur les roues des forces de plaquage.

Hypothèse : La symétrie permet de considérer le problème comme plan. En conséquence, les roues S_C et S_D seront considérées comme confondues (soit I_{CD} le point de contact des deux roues confondues avec la paroi) dans le même plan radial des cuves que les roues S_A et S_B . On néglige les actions exercées par le filin de traction et par l'ombilical sur le robot.



Soit $R_0(G, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère fixe, avec G centre de gravité du robot (roues comprises)

$$\vec{GI}_A = -a \cdot \vec{x}_0 + b \vec{y}_0$$

$$\vec{GI}_B = -a \cdot \vec{x}_0 - b \vec{y}_0$$

$$\vec{GI}_{CD} = c \cdot \vec{x}_0$$

a, b et c sont des longueurs supposées constantes.

Figure 6 : robot en position verticale

Si on isole l'ensemble robot (roues comprises), il est soumis à son poids, et aux actions de contact en I_A , I_B , I_{CD} .

On ne tient pas compte dans cette étude de l'action du mini bac d'inspection pour se placer dans les conditions les plus défavorables.

On peut modéliser les actions des deux cuves, notées 0 , sur l'ensemble robot 1 , par les torseurs :

$$\{T_{0 \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{0 \rightarrow 1} \\ \vec{M}_{I_A, 0 \rightarrow 1} \end{array} \right\}_{I_A} \text{ avec } \vec{R}_{0 \rightarrow 1} = N \cdot \vec{x}_0 + T \cdot \vec{y}_0 \text{ et } \vec{M}_{I_A, 0 \rightarrow 1} = \vec{0}$$

$$\{T'_{0 \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}'_{0 \rightarrow 1} \\ \vec{M}'_{I_B, 0 \rightarrow 1} \end{array} \right\}_{I_B} \text{ avec } \vec{R}'_{0 \rightarrow 1} = N \cdot \vec{x}_0 + T \cdot \vec{y}_0 \text{ et } \vec{M}'_{I_B, 0 \rightarrow 1} = \vec{0}$$

$$\{T''_{0 \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}''_{0 \rightarrow 1} \\ \vec{M}''_{ICD,0 \rightarrow 1} \end{array} \right\}_{ICD} \text{ avec } \vec{R}''_{0 \rightarrow 1} = -2N \cdot \vec{x}_0 + T_{CD} \cdot \vec{y}_0 \text{ et } \vec{M}''_{ICD,0 \rightarrow 1} = \vec{0}$$

$$\{T_{pesanteur \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{P} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G \text{ avec } \vec{P} = -P \cdot \vec{y}_0$$

Les actions normales de la paroi sur les différentes roues sont égales aux efforts de plaquage, donc N est connu, ainsi que le poids P du robot 1.

Question 1

En supposant que les actions en I_A et I_B sont égales, calculer T et T_{CD}

Question 2

Effectuer l'application numérique, avec :

$N = 1000 \text{ N}$, $P = 1800 \text{ N}$, $a = 385 \text{ mm}$, $b = 380 \text{ mm}$, $c = 315 \text{ mm}$

Question 3

Le constructeur garantit pour le coefficient de frottement, noté f_0 , entre les roues et la paroi une valeur égale à 0,5. Compte tenu des résultats précédents, indiquer si cette valeur de f_0 est suffisante.

Question 4

Rayon de chacune des roues : $r = 90 \text{ mm}$

En formulant l'hypothèse d'une chaîne de transmission sans perte, déterminer le couple C_{roueA} que doit exercer le motoréducteur sur la roue S_A pour maintenir le robot en équilibre dans la position verticale. Conclure sur la réalisation du critère de la fonction Ft213.

Deuxième partie - Etude de la fonction Ft22 : Avancer entre les cuves à vitesse déterminée.

Problématique : Déterminer les vitesses de rotation des roues

Pour que l'engin puisse se déplacer entre les cuves, chaque roue dispose d'un motoréducteur indépendant.

Le robot se déplace dans la partie inférieure de la cuve qui localement peut être modélisée par une sphère.

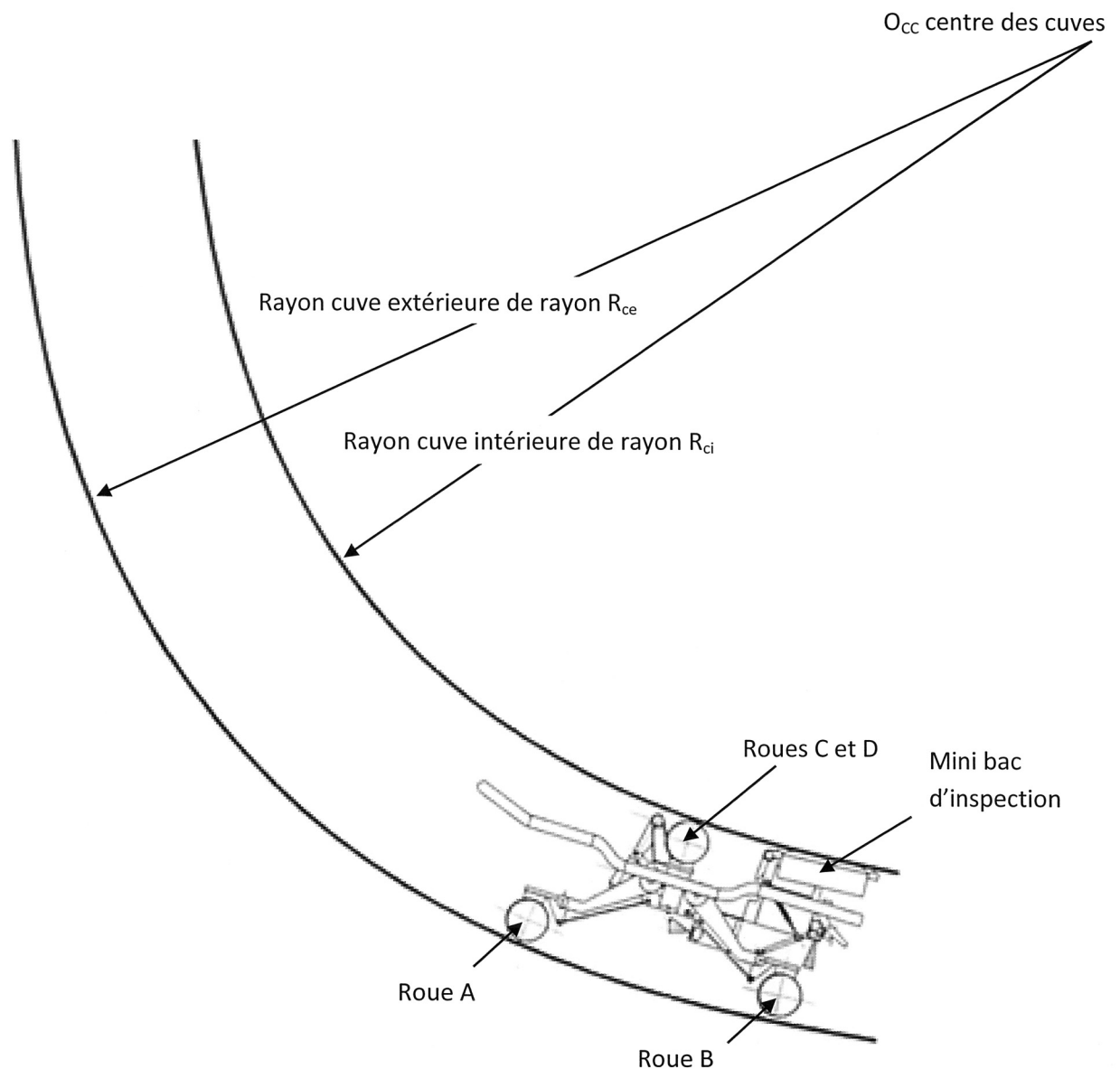


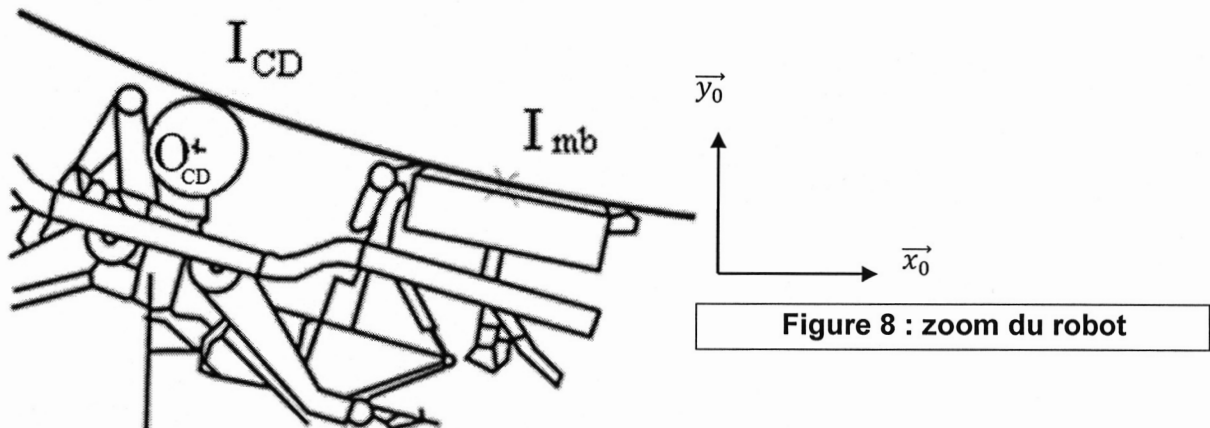
Figure 7 : robot dans la zone sphérique

Sachant que :

- le rayon de la roue $r = 90 \text{ mm}$
- le rayon de la cuve intérieure $R_{ci} = 9 \text{ m}$
- le rayon de la cuve extérieure $R_{ce} = 9,7 \text{ m}$

Le mini bac d'inspection se déplace à la vitesse de glissement V_g de 6 mm/s par rapport à la cuve intérieure vers le fond de la cuve.

Hypothèse : les roues \underline{S}_C et \underline{S}_D seront considérées comme confondues dans le même plan radial des cuves que les roues \underline{S}_A et \underline{S}_B .



Question 5

Déterminer $\omega_{1/R_0} = (\vec{\Omega}_1 / R_0) \cdot \vec{z}_0$ la vitesse angulaire du corps du robot **1** par rapport au repère fixe R_0 lié aux cuves.

Calcul littéral puis application numérique. (résultat à exprimer en rad/s).

Question 6

Déterminer $\|\vec{V}_{O_{CD} \in 1 / R_0}\|$ la norme de la vitesse d'un point O_{CD} de l'axe des roues \underline{S}_{CD} lié au robot **1** dans son mouvement par rapport au repère R_0 .

Calcul littéral puis application numérique (résultat à exprimer en mm/s).

Question 7

Combien de temps faut-il pour parcourir un demi-cercle (passage de la position verticale d'un côté au passage de la position verticale, robot inversé haut bas, de l'autre côté) ?

Question 8

Déterminer $\omega_{CD/1} = (\vec{\Omega}_{CD/1}) \cdot \vec{z}_0$ la vitesse angulaire par rapport au corps du robot **1** que doivent avoir les roues \underline{S}_{CD} , si on suppose un roulement sans glissement en I_{CD} entre les roues \underline{S}_{CD} et la cuve intérieure ?

Calcul littéral puis application numérique (résultat à exprimer en tr/min).

Troisième partie - Etude de la fonction Ft221 : Exercer le couple nécessaire sur chaque roue.

Problématique : Déterminer les couples moteurs nécessaires au mouvement du robot

Le robot se déplace à l'horizontale en ligne droite, au fond de la cuve.

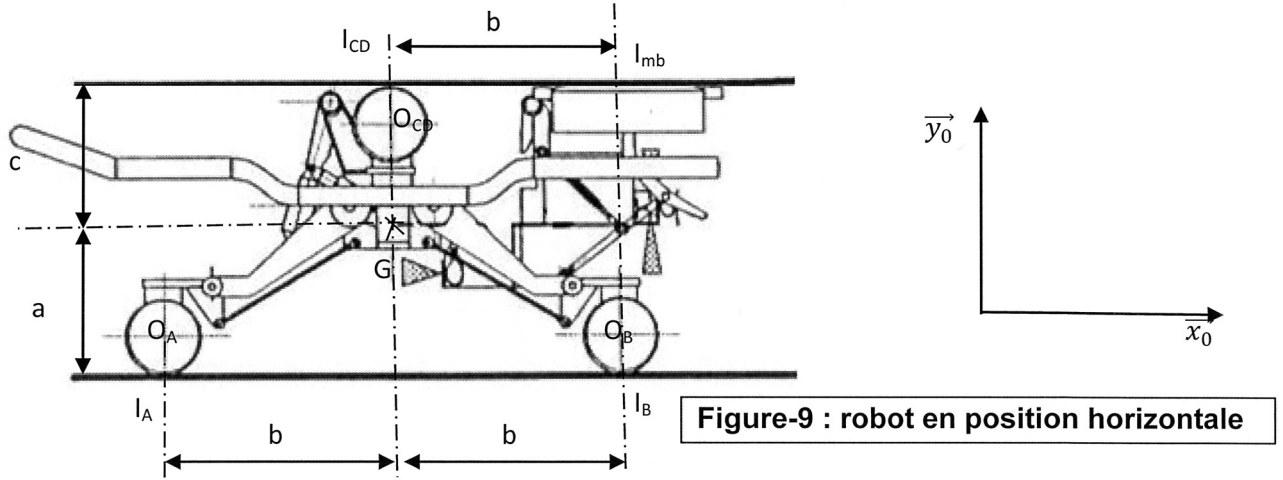


Figure-9 : robot en position horizontale

On note **S** l'ensemble châssis+mini bac.

On note **E** l'ensemble constitué de **S** , des 4 roues **SA**, **SB**, **SC** et **SD** et des quatre motoréducteurs.

Soit $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère fixe lié aux cuves **O**, supposé galiléen, avec $\vec{g} = -g \cdot \vec{y}_0$.

Soit $R(G, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère mobile lié à l'ensemble **S**.

Les coordonnées suivantes sont données dans le repère **R** (voir figure 9).

Soient (-b, -a) les coordonnées du point **IA** contact de la roue **SA** sur la cuve extérieure.

Soient (+b, -a) les coordonnées du point **IB** contact de la roue **SB** sur la cuve extérieure.

Soient (0, c) les coordonnées de la projection des points **IC** et **ID** contacts des roues **SC** et **SD** sur la cuve intérieure.

Soit (b, c) les coordonnées du point **Imb** centre de contact du mini bac d'inspection sur la cuve intérieure.

Les efforts de plaquage appliqués par les vérins hydrauliques induisent les efforts normaux suivants exercés par les parois :

N_A	1300 N
N_B	1700 N
N_C	400 N
N_D	400 N
N_{mb} effort mini bac d'inspection	400 N
Poids de l'ensemble E	1800 N

- $f_{mb} = 0,05$ coefficient de frottement entre mini bac d'inspection et cuve.
- r rayon des roues
- $I = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ moment d'inertie de chacune des roues autour de l'axe \vec{z}_0 passant par le centre de la roue.
- m masse de chacune des roues **SA** et **SB** , $2m$ masse des roues (**SC** + **SD**), M masse de **E**, robot dans son ensemble avec les roues.
- **G** centre d'inertie du robot entier **E**, **OA** et **OB**, **OC**, **OD**, centres d'inertie des roues.

Soient $T_A, T_B, T_C, T_D, T_{mb}$ les modules des efforts tangentiels associés aux efforts normaux de normes $N_A, N_B, N_C, N_D, N_{mb}$ exercés par les parois sur les roues et le mini bac d'inspection.

Hypothèse :

On néglige les actions exercées par le filin de traction et par l'ombilical sur le robot.

On fait l'hypothèse de roulement sans glissement entre chacune des roues et la cuve en contact.

Compte tenu de l'hypothèse, les roues tournent à la même vitesse angulaire (en module).

Pour les roues \underline{S}_A et \underline{S}_B , on note : $\overrightarrow{\Omega}_{A/R_0} = \overrightarrow{\Omega}_{B/R_0} = -\dot{\theta}(t)\overrightarrow{z}_0$

Pour les roues \underline{S}_C et \underline{S}_D , on note : $\overrightarrow{\Omega}_{CD/R_0} = \dot{\theta}(t)\overrightarrow{z}_0$ avec $\dot{\theta}(t) > 0$

Soient :

$\overrightarrow{M}_{OA,S \rightarrow SA} = -C_A(t)\overrightarrow{z}_0$, $\overrightarrow{M}_{OB,S \rightarrow SB} = -C_B(t)\overrightarrow{z}_0$, $\overrightarrow{M}_{OC,S \rightarrow SC} = C_C(t)\overrightarrow{z}_0$, $\overrightarrow{M}_{OD,S \rightarrow SD} = C_D(t)\overrightarrow{z}_0$

les couples exercés par la sortie des motoréducteurs liés au châssis du robot sur les arbres des roues $\underline{S}_A, \underline{S}_B, \underline{S}_C$ et \underline{S}_D .

Question 9

Exprimer $\overrightarrow{V}_{G \in S/R_0}$ en fonction du paramètre $\dot{\theta}(t)$ et de la géométrie.

Question 10

Exprimer l'énergie cinétique de l'ensemble robot $\underline{E} = \{\underline{S}, \underline{S}_A, \underline{S}_B, \underline{S}_C, \underline{S}_D\}$ en mouvement par rapport au repère R_0 en fonction de $\underline{I}, \underline{M}, \underline{r}$ et du paramètre $\dot{\theta}(t)$.

Question 11

Exprimer la puissance des efforts extérieurs sur l'ensemble robot \underline{E} , en fonction entre autres du paramètre $\dot{\theta}(t)$.

Question 12

Exprimer la puissance des efforts intérieurs de l'ensemble robot \underline{E} .

Question 13

En appliquant le principe fondamental de la dynamique, sous sa formulation énergétique, montrer que l'on obtient une équation de la forme :

$$C_A(t) + C_B(t) + C_C(t) + C_D(t) = I_{eq}\ddot{\theta}(t) + C_k$$

Exprimer les termes C_k et I_{eq} en fonction des données et effectuer les deux applications numériques.

Dans la suite, on supposera que les couples des roues supérieures C_{CD} (plus faibles car l'effort transmissible est limité dans cette position) équilibrent les actions dues aux efforts de frottement du mini bac d'inspection.

L'équation simplifiée devient : $C_A(t) + C_B(t) = I_{eq}\ddot{\theta}(t)$

Quatrième partie - Etude de la fonction Ft 222: Synchroniser les vitesses des roues

On se place au niveau de l'arbre moteur avant réduction, couples et vitesses ramenées sur l'arbre moteur.

Problématique : Synchroniser les vitesses des roues

La synchronisation automatique de la vitesse des quatre roues est basée sur la parfaite réversibilité de la transmission des efforts roue → réducteur → moteur.

Ceci se concrétise par le fait que, pour une consigne de vitesse donnée, le contrôle-commande envoie la même tension aux bornes des quatre moteurs. La synchronisation s'effectue alors par les variations imposées au courant moteur.

Par exemple si un motoréducteur a tendance à induire une vitesse supérieure à celle imposée par le déplacement de l'engin, cette tendance se traduit par un couple moteur plus grand, donc par une augmentation de l'intensité qui induit elle-même une diminution de la vitesse jusqu'à la valeur permise.

Ce principe qui permet un contrôle-commande relativement simple exige en contrepartie une réversibilité parfaite de fonctionnement du réducteur, toute dégradation de cette réversibilité entraînant rapidement un fonctionnement chaotique de l'engin.

Dans une première approche, on ne s'intéresse qu'aux roues inférieures S_A et S_B .

Les roues S_A et S_B sont munies des mêmes motoréducteurs avec les mêmes moteurs à courant continu.

Elles sont commandées en tension sur l'induit. Les circuits d'induit ont la même résistance R et une inductance négligeable.

On s'intéresse d'abord au moteur de la roue S_A seule.

On notera :

$\omega_{mA}(t)$: vitesse angulaire de rotation à la sortie du moteur, avant réduction rad.s^{-1}

$c_{mA}(t)$: couple exercé par le moteur de la roue S_A sur l'arbre moteur en N.m

$c_{mB}(t)$: couple exercé par le moteur de la roue S_B sur l'arbre moteur en N.m

J : moment d'inertie équivalent en kg.m^2

Rappelons les équations régissant le moteur :

- Equations électriques (en négligeant l'effet de l'inductance) :

$$u(t) = R \cdot i_A(t) + e_A(t)$$

- Equation mécanique issue de l'étude précédente, ramenée à l'arbre moteur de la roue S_A :

$$c_{mA}(t) + c_{mB}(t) = J \frac{d\omega_{mA}(t)}{dt}$$

- Equations électromécaniques :

$$e_A(t) = K_A \cdot \omega_{mA}(t)$$

$$c_{mA}(t) = K_A \cdot i_A(t)$$

L'entrée du système est la tension de commande appliquée aux bornes du moteur, la sortie est la vitesse de rotation de la roue \underline{S}_A , on peut modéliser le système à l'aide du schéma bloc suivant :

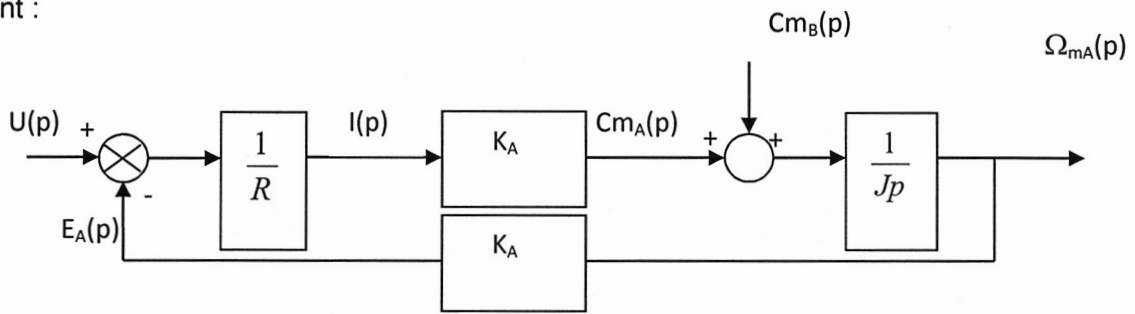


Figure 10 : schéma bloc d'un actionneur

Question 14

Exprimer la fonction de transfert $\left(\frac{\Omega_{m_A}(p)}{U(p)} \right)_{Cm_B(p)=0}$ et la mettre sous forme canonique.

Question 15

Exprimer quelle serait la valeur finale de la vitesse de rotation du moteur raccordé à la roue \underline{S}_A , notée ω_{mAf0} si on considère que $Cm_B=0$, et ceci pour une entrée modélisée par un échelon de tension d'amplitude u_0 .

Question 16

Exprimer la fonction de transfert $\left(\frac{\Omega_{m_A}(p)}{Cm_B(p)} \right)_{U(p)=0}$ et la mettre sous forme canonique.

Si les deux roues fonctionnent à la même vitesse, on a la structure du schéma bloc de la figure 10 pour chacune des deux roues.

Mais si les moteurs ont une légère différence, par exemple la constante électromécanique K_A et K_B , les 2 roues prendraient des vitesses différentes. Mais contraintes par le châssis et l'adhérence aux parois à tourner à la même vitesse (en ligne droite), elles exercent l'une sur l'autre un effort qu'on peut ramener à l'arbre moteur sous forme d'un couple supplémentaire Cm_B sur la roue \underline{S}_A , et Cm_A sur la roue \underline{S}_B . On a alors le schéma suivant :

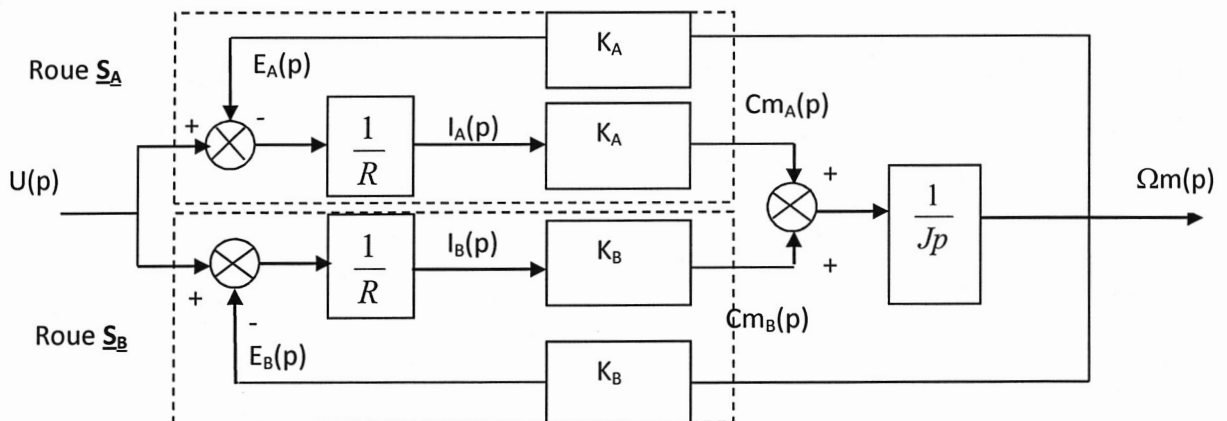


Figure 11 : schéma bloc de deux actionneurs

Question 17

Exprimer la fonction de transfert globale sous forme canonique : $\frac{\Omega m(p)}{U(p)}$

Question 18

Si l'entrée est un échelon de tension d'amplitude u_0 , calculer la valeur finale de la vitesse de rotation de chacun des moteurs, notée ω_{finale} . Conclure quant à la possibilité d'avoir roulement sans glissement entre chacune des roues et les cuves.

Cinquième partie – Etude de la fonction Ft12 : Déplacer le transducteur à vitesse constante

Le robot MIR étant à l'arrêt entre les deux cuves, le mini bac est plaqué contre la paroi de la cuve à contrôler. Pour l'inspection des soudures, le transducteur **13** (capteur de l'état des soudures) doit se déplacer à l'intérieur du mini bac d'inspection à vitesse constante. Le mini bac est rempli d'un fluide visqueux. L'inspection peut avoir lieu pour n'importe quelle position du robot MIR, donc l'angle α qui caractérise la direction du déplacement du transducteur par rapport à l'horizontale, est susceptible de prendre toute valeur comprise entre $-\pi/2$ (robot tête en bas) et $\pi/2$ (robot tête en haut). Afin de garantir la qualité des résultats de mesure, le transducteur doit donc se déplacer à une vitesse V_0 constante par rapport à la paroi, et ceci pour toute valeur de l'angle α .

Problématique : Qualifier la précision statique du système et définir les améliorations à apporter.

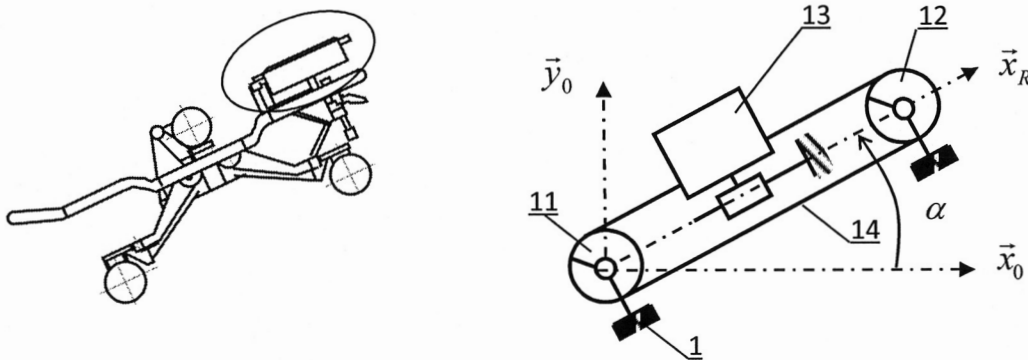


Figure 12 : schéma de l'intérieur du mini bac

L'objectif de cette partie est de dimensionner le correcteur nécessaire au respect d'un écart statique nul, et ceci malgré le caractère variable de l'angle α .

Le transducteur est en liaison glissière de direction \vec{x}_R , avec le corps **1** du robot MIR. La chaîne d'énergie est composée entre autre, d'un actionneur rotatif qui exerce un couple $\mathbf{c}(\mathbf{t})$ sur le pignon **11**, qui est en liaison pivot, supposée parfaite, avec le robot MIR.

Un système poulies (**11** et **12**) et courroie crantée **14** impose le mouvement de translation au transducteur **13** (cf schéma de la figure 12).

Hypothèses :

On suppose que le robot **1** est immobile par rapport au repère galiléen.

Toutes les liaisons sont supposées parfaites.

On néglige la masse et l'inertie de la courroie crantée **14**.

Le fluide du mini bac exerce un effort visqueux directement proportionnel à la vitesse de déplacement et caractérisé par le coefficient de frottement visqueux μ en Ns/m, uniquement sur le transducteur **13**.

Données :

Masse du transducteur : m_t

Moment d'inertie de chaque pignon autour de leurs axes respectifs ($O_{11} \vec{z}_0$ et $O_{12} \vec{z}_0$) : I

Rayon de chaque pignon : r_p

Le champ de pesanteur : $-g \cdot \vec{y}_0$

Notation :

$c(t) = \vec{M}_{O_{11}, \text{moteur} \rightarrow 11} \cdot \vec{z}_R$: couple moteur exercé sur le pignon **11**

$v_r(t) = \vec{V}_{M \in 13/R} \cdot \vec{x}_R$: vitesse de translation du transducteur **13** par rapport au corps du robot

Question 19

Exprimer l'énergie cinétique de l'ensemble $\Sigma = \{\mathbf{11} + \mathbf{12} + \mathbf{13} + \mathbf{14}\}$ à écrire en fonction de m_t , I , r_p et $v_r(t)$.

Question 20

Déterminer les puissances extérieures et intérieures associées aux actions mécaniques qui s'exercent sur l'ensemble Σ .

Question 21

En appliquant le théorème de l'énergie puissance à l'ensemble Σ , montrer que l'équation qui régit le comportement dynamique s'écrit :

$$M_{eq} \cdot \frac{dv_r}{dt} = \delta \cdot c(t) + \beta \cdot v_r(t) + \gamma \cdot g$$

Expliciter les paramètres δ , β , γ et M_{eq} en fonction des données.

On cherche à garantir une vitesse de translation du transducteur **13** égale à la valeur de consigne indépendamment de l'angle α .

Pour cela, on réalise le système bouclé suivant :

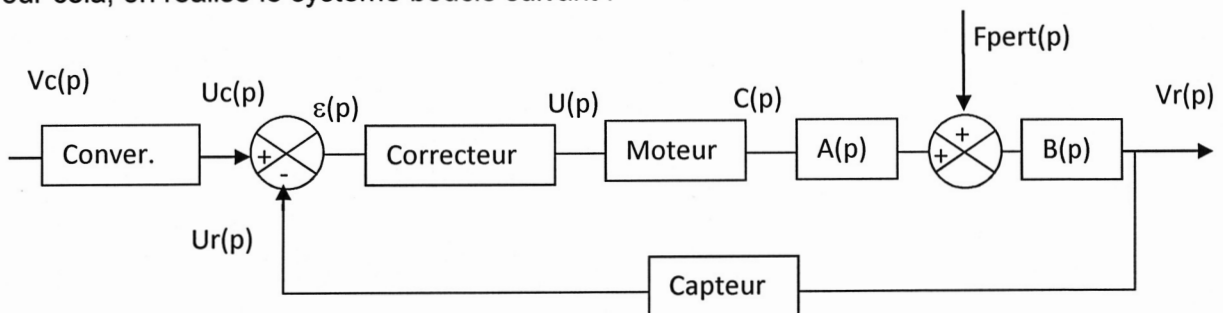


Figure 13 : schéma bloc n°1 de la vitesse du transducteur

Notations :

$V_r(p)$ est la transformée de Laplace de $v_r(t)$ vitesse de translation du transducteur **13**.

$F_{pert}(p)$ est la transformée de Laplace de $f_{pert}(t)$, avec :

$$f_{pert}(t) = -m_t \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot u(t) \text{ avec } u(t) \text{ échelon unitaire}$$

Question 22

En supposant des conditions initiales nulles, exprimer les fonctions de transfert $A(p)$ et $B(p)$ en fonction entre autres de δ , β et M_{eq} .

Le capteur est modélisé par un gain pur de valeur K_{capt} .

Question 23

En supposant une perturbation nulle, quelle doit être la valeur du gain K_{conv} du convertisseur modélisé par un gain pur, afin que l'écart $\varepsilon(t)$ soit nul quand la valeur de la vitesse réelle $v_r(t)$ est égale à la valeur de la consigne $v_c(t)$.

On adopte pour la suite la modélisation suivante :

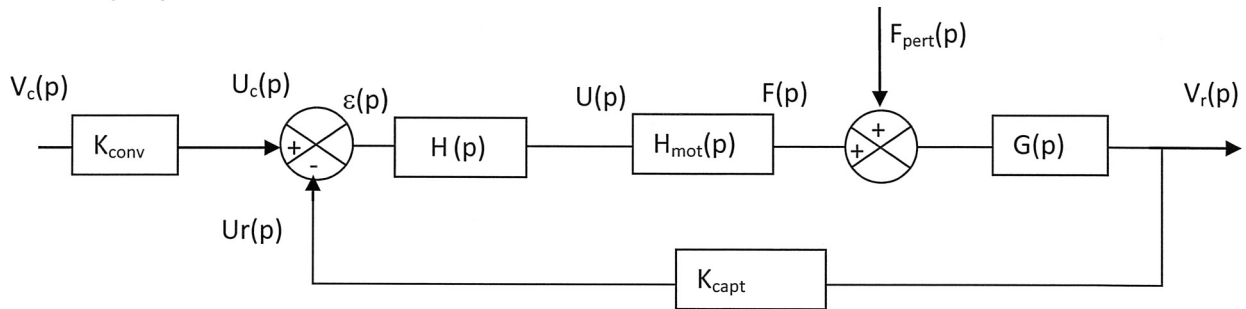


Figure 14 : schéma bloc n°2

Avec :

$$H_{\text{mot}}(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}, \quad G(p) = \frac{K}{1 + \tau \cdot p} \quad \text{et} \quad H(p) = K_{\text{cor}} : \text{fonction de transfert du correcteur}$$

Question 24

Exprimer les deux fonctions de transfert $H_1(p) = \left(\frac{V_r(p)}{V_c(p)} \right)_{F_{\text{pert}}(p)=0}$ et

$H_2(p) = \left(\frac{V_r(p)}{F_{\text{pert}}(p)} \right)_{V_c(p)=0}$ en fonction des gains K_{conv} , K_{cor} , et K_{capt} ainsi que des fonctions de transfert $H_{\text{mot}}(p)$ et $G(p)$.

Question 25

En supposant que $K_{\text{cor}} = 1$ et en indiquant les valeurs remarquables, tracer les diagrammes asymptotiques dans le plan de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $\frac{U_r(p)}{\varepsilon(p)}$ en utilisant les valeurs numériques suivantes :

$$K_m = 0.1 \text{ N.V}^{-1} \quad \tau_m = 10^{-2} \text{ s} \\ K_{\text{capt}} = 50 \text{ V.s.m}^{-1} \quad K = 200 \text{ m.s}^{-1} \cdot \text{N}^{-1} \quad \tau = 1 \text{ s}$$

Question 26

Déterminer le gain en décibel de la fonction de transfert en boucle ouverte pour la pulsation de 100 rad.s⁻¹.

Question 27

On formule l'hypothèse simplificatrice suivante : φ en BO (100 rad/s) = -135° (phase de la fonction de transfert en boucle ouverte pour une pulsation de 100 rad/s)

On souhaite une marge de gain 12 dB et un marge de phase de 45°, en utilisant le résultat de la question précédente, déterminer la valeur numérique correspondante de K_{cor} . Commenter la valeur de la marge de gain obtenue ?

Question 28

On impose une vitesse constante en entrée de valeur v_0 ($v_c(t)=v_0.u(t)$) avec $u(t)$ fonction échelon unitaire de Heaviside. Exprimer l'écart statique en régime permanent en tenant compte de la perturbation (en fonction de l'angle α , de la valeur de K_{cor} et des données).

On souhaite obtenir une vitesse de translation indépendante de l'inclinaison. Pour toute la suite du sujet, on installe un correcteur PI du type $\frac{K_c}{p}$, placé au début de la chaîne d'action.

Question 29

On impose de nouveau une vitesse constante en entrée de valeur v_0 ($v_c(t)=v_0.u(t)$) ; exprimer l'expression du nouvel écart statique en régime permanent (en fonction de l'angle α et des données). Pouvait-on prévoir ce résultat ?

Question 30

En appliquant le critère de Routh, déterminer la valeur limite de K_c , notée K_{lim} qui conduit à se placer à la limite de la stabilité.

Question 31

On fournit (fig 15) le diagramme de Black de la fonction de transfert en boucle ouverte pour $K_c=K_{lim}$. On souhaite une marge de gain de 12 dB et une marge de phase de 45° .

Déterminer la valeur du coefficient multiplicateur, noté β de K_{lim} , tel que le correcteur devienne $\beta.\frac{K_{lim}}{p}$ pour avoir les marges de stabilité souhaitées. Indiquer les valeurs des marges obtenues.

Question 32

Conclure sur ce résultat vis-à-vis des niveaux des critères énoncés dans le cahier des charges fonctionnel.

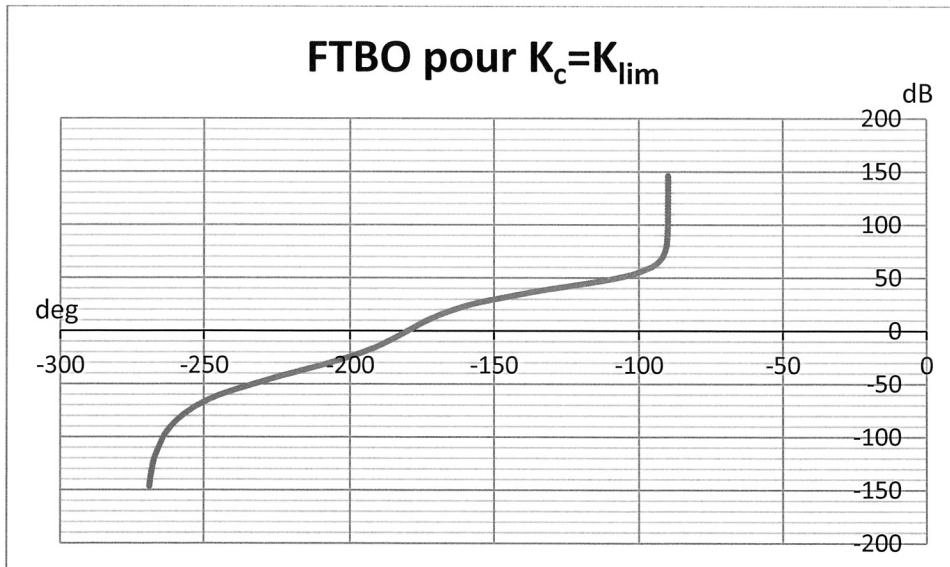


Figure 15 : diagramme de Black de la FTBO pour $K_c = K_{lim}$

FIN de l'énoncé

