CORRIGE DS03
CENTRE D'USINAGE (E3A 2007)

Question 1

Définir et caractériser le lieu géométrique du point O_5 à l'extrémité de l'outil, dans son mouvement par rapport au repère R3, lorsque l'on commande les axes « Y » et « Z ».

C'est une surface rectangulaire dans un plan $(O_5, \vec{y}, \vec{z})$ de dimensions $(Y = 600mm\,;\, Z = 500mm))$

Question 2

Exprimer $\overrightarrow{O_3O_5}$ dans la base du référentiel R3.

$$\overrightarrow{O_3O_5} = \overrightarrow{O_3O_4} + \overrightarrow{O_4D} + \overrightarrow{DO_5} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overrightarrow{O_3O_5} = y(t)\cdot\overrightarrow{y_3} + l_3\cdot\overrightarrow{z_3} + l_4\cdot\overrightarrow{x_3} + z(t)\cdot\overrightarrow{z_3}}$$

Question 3

Donner l'expression, dans la base du référentiel R3, de la vitesse du point O_5 lié à S5, dans son mouvement par rapport à R3 en fonction de $\dot{y}, \dot{z}$. Ce vecteur vitesse sera noté : $\overrightarrow{V_{O_5\in S5/R3}}$

$$\overrightarrow{V_{O_5\in S5/R3}} = \left(\frac{d\overrightarrow{O_3O_5}}{dt}\right)_{R3} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overrightarrow{V_{O_5\in S5/R3}} = \dot{y}(t)\cdot\overrightarrow{y_3} + \dot{z}(t)\cdot\overrightarrow{z_3}}$$

Question 4

Calculer la valeur maximale de la norme du vecteur vitesse du point O_5, lié à S5 dans son mouvement par rapport à R3.

$$\left\|\overrightarrow{V_{O_5\in S5/R3}}\right\| = \sqrt{\dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\left\|\overrightarrow{V_{O_5\in S5/R3}}\right\|_{maxi} = \sqrt{\dot{y}_{maxi}{}^2 + \dot{z}_{maxi}{}^2}}$$

$$\boxed{\left\|\overrightarrow{V_{O_5\in S5/R3}}\right\|_{maxi} \approx 56{,}6\,m.min^{-1}}$$

Question 5

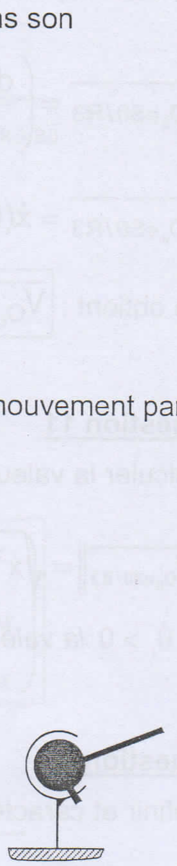
Définir et caractériser le lieu géométrique du point O_2, appartenant à S2, dans son mouvement par rapport à R3, lorsque l'on commande la translation sur l'axe « X ».

C'est un segment de droite de longueur 800mm de direction $\overrightarrow{x_3}$.

Question 6

En analysant les mouvements.............. ses axes remarquables.

C'est une Sphérique à doigt de centre O_1, de plan de rainure $(O_1, \vec{x}_1, \vec{z}_1)$ et de direction de doigt $\vec{z}_1$.



Question 7

Ecrire, sous sa forme générale..............dans la base du repère R1.

$$\left\{V_{S2/S0}^{Leq}\right\}_{O_1} = \left\{\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ q_{eq} & 0 \\ r_{eq} & 0 \end{array}\right\}_{(O_1,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)}$$

Question 8

Définir et caratériser le lieu géométrique ....les rotations des axes « B » et « C »

C'esr un cercle de centre O_1 et de rayon O_0O_1 dans le plan $(O,\vec{x}_1,\vec{z}_1)$

Question 9

Exprimer $\overrightarrow{O_3O_0}$ dans la base du référentiel R3.

$$\overrightarrow{O_3O_0} = \overrightarrow{O_3A} + \overrightarrow{AO_2} + \overrightarrow{O_2O_1} + \overrightarrow{O_1O_0}$$

$$\overrightarrow{O_3O_0} = x(t)\cdot\overrightarrow{x_3} + l_2\cdot\overrightarrow{z_3} - l_1\cdot\overrightarrow{y_3} + l_0\cdot\overrightarrow{z_0} \Rightarrow \boxed{\overrightarrow{O_3O_0} = \left|\begin{array}{c} x(t)+l_0\sin\theta_0 \\ -l_1 \\ l_2 + l_0\cos\theta_0 \end{array}\right._{dansB3}}$$

Question10

Donner l'expression,....... de $l_0,\theta_1,\dot{\theta}_1,\dot{x}$. Ce vecteur vitesse sera noté : $\overrightarrow{V_{O_0\in S0/R3}}$

$$\overrightarrow{V_{O_0\in S0/R3}} = \left(\frac{d\overrightarrow{O_3O_0}}{dt}\right)_{R3}$$

$$\overrightarrow{V_{O_0\in S0/R3}} = \dot{x}(t)\cdot\overrightarrow{x_3} + l_0\cdot\frac{d\overrightarrow{z_0}}{dt_{/R3}} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{V_{O_0\in S0/R3}} = \dot{x}(t)\cdot\overrightarrow{x_3} + l_0\cdot\dot{\theta}_1.\overrightarrow{x_1}$$

On obtient : $\boxed{\overrightarrow{V_{O_0\in S0/R3}} = \left(\dot{x}(t)+l_0\cdot\dot{\theta}_1.\cos\theta_1\right)\cdot\overrightarrow{x_3} - l_0\cdot\dot{\theta}_1.\sin\theta_1\overrightarrow{z_3}}$

Question 11

Calculer la valeur maximale de la norme de ce vecteur vitesse si l_0 = 0,1m.

$$\left\|\overrightarrow{V_{O_0\in S0/R3}}\right\| = \sqrt{\dot{x}^2 + 2\dot{x}\dot{\theta}_1 l_0\cos\theta_1 + \left(\dot{\theta}_1 l_0\cos\theta_1\right)^2 + \left(\dot{\theta}_1 l_0\sin\theta_1\right)^2} = \sqrt{\dot{x}^2 + 2\dot{x}\dot{\theta}_1 l_0\cos\theta_1 + \dot{\theta}_1{}^2 l_0{}^2}$$

Si $\dot{\theta}_1 > 0$ *la valeur maxi est atteinte pour* $\theta_1 = 0(2\pi)$ *et* $\dot{x} > 0 \Rightarrow \boxed{\left\|\overrightarrow{V_{O_0\in S0/R3}}\right\|_{maxi} = 2,2m/s}$

Question12

Définir et caractériser .... une représentation schématique.

C'est un parallélépipède de dimensions $(x=800mm\,;Y=600mm\,;Z=500mm)$

Question 13

Exprimer le vecteur rotation $\overrightarrow{\Omega(S0/R3)}$ .... vecteurs vitesses $\overrightarrow{V_{M\in S0/R3}}$, $\overrightarrow{V_{O_0\in S0/R3}}$ et $\overrightarrow{\Omega(S0/R3)}$.

$$\overrightarrow{\Omega(S0/R3)}=\overrightarrow{\Omega(S0/S1)}+\overrightarrow{\Omega(S1/R3)}=\dot{\theta}_0\overrightarrow{z_1}+\dot{\theta}_1\overrightarrow{y_1}$$

$$\boxed{\overrightarrow{V_{M\in S0/R3}}=\overrightarrow{V_{O_0\in S0/R3}}+\overrightarrow{MO_0}\wedge\overrightarrow{\Omega(S0/R3)}}$$

Question 14

Déterminer l'expression ...... en projection sur $\overrightarrow{y_3}$.

$$\overrightarrow{V_{M\in S0/R3}}.\overrightarrow{y_3}=\left[\dot{x}\overrightarrow{x_3}+l_0\dot{\theta}_1\overrightarrow{x_1}-\left(x_M\overrightarrow{x_0}+y_M\overrightarrow{y_0}+z_M\overrightarrow{z_0}\right)\wedge\left(\dot{\theta}_0\overrightarrow{z_1}+\dot{\theta}_1\overrightarrow{y_1}\right)\right].\overrightarrow{y_3}$$

En projection dans la base R1 :

$$\boxed{\overrightarrow{V_{M\in S0/R3}}.\overrightarrow{y_3}=\overrightarrow{V_{M\in S0/R3}}.\overrightarrow{y_1}=\theta_0\left(x_M\cos\theta_0-y_M\sin\theta_0\right)}$$

Question 15

Etablir la relation vectorielle .... précédemment déterminés : $\overrightarrow{V_{O_5\in S5/R3}}$, $\overrightarrow{V_{M\in S0/R3}}$ et $\overrightarrow{\Omega(S0/R3)}$.

Nous avons la relation de composition des vitesses : $\overrightarrow{V_{O_5\in S5/R0}}=\overrightarrow{V_{O_5\in S5/R3}}+\overrightarrow{V_{O_5\in R3/R0}}$

La relation d'équiprojectivité permet d'écrire : $\overrightarrow{V_{O_5\in S0/R3}}=\overrightarrow{V_{M\in S0/R3}}+\overrightarrow{O_5M}\wedge\overrightarrow{\Omega(S0/R3)}$

On en déduit : $\boxed{\overrightarrow{V_{O_5\in S5/R0}}=\overrightarrow{V_{O_5\in S5/R3}}-\overrightarrow{V_{M\in S0/R3}}-\overrightarrow{O_5M}\wedge\overrightarrow{\Omega(S0/R3)}}$

Question 16

Le point O_5 doit se ....du référentiel R3, de $\overrightarrow{V_{O_5\in S5/R0}}$.

On a $O_5\equiv M$ donc : $\overrightarrow{V_{O_5\in S5/R0}}=\overrightarrow{V_{O_5\in S5/R3}}-\overrightarrow{V_{M\in S0/R3}}$ et $\boxed{\overrightarrow{V_{O_5\in S5/R0}}=\begin{pmatrix}-Vx_M\\ \dot{y}-Vy_M\\ \dot{z}-Vz_M\end{pmatrix}}$

Question 17

Exprimer dans la ....mouvement par rapport à R3. Ce vecteur sera noté : $\overrightarrow{q_{(S0/R3)}}$

$$\overrightarrow{q_{(S0/R3)}} = M_0\Gamma(G_0/R3) = M_0 \frac{d\overrightarrow{V(G_0/R3)}}{dt_{/R3}} \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{V(G_0/R3)} = \frac{d\overrightarrow{O_3G_0}}{dt_{/R3}}$$

$$\text{et } \overrightarrow{O_3G_0} = \overrightarrow{O_3A} + \overrightarrow{AO_2} + \overrightarrow{O_2O_1} + \overrightarrow{O_1G_0} = x\overrightarrow{x_3} + l_2\overrightarrow{z_3} - l_1\overrightarrow{y_3} + h\overrightarrow{z_1}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{V(G_0/R3)} = \dot{x}\overrightarrow{x_3} + h\dot{\theta}_1\overrightarrow{x_1} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{q_{(S0/R3)}} = M_0h\left(\ddot{x}\overrightarrow{x_3} + \ddot{\theta}_1\overrightarrow{x_1} - \dot{\theta}_1^{\,2}\overrightarrow{z_1}\right)$$

On obtient $\boxed{\overrightarrow{q(S0/R3)} = \begin{pmatrix} M_0\left(\ddot{x}\cos\theta_1 + h\ddot{\theta}_1\right) \\ 0 \\ M_0\left(\ddot{x}\sin\theta_1 - h\dot{\theta}_1^{\,2}\right) \end{pmatrix}_{R1}}$

Question 18

Exprimer X_{10}, Y_{10} et Z_{10}, ... sur S0. Cette résultante sera notée : $\overrightarrow{F_{S1\to S0}} = \begin{cases} X_{10} \\ Y_{10} \\ Z_{10} \end{cases}$

Isolement de S0

Bilan des actions : l'action de pesanteur
l'action de S1
l'action de l'outil sur la pièce

On écrit le théorème de la résultante dynamique

$$\overrightarrow{F_{\text{outil}\to\text{pièce}}} + \overrightarrow{F_{S1\to S0}} - M_0g\overrightarrow{z_3} = \overrightarrow{q_{(S0/R3)}}$$

On en déduit : $\boxed{\overrightarrow{F_{S1\to S0}} = \begin{cases} X_{10} = -M_0g\sin\theta_1 - Xc + M_0\left(\ddot{x}\cos\theta_1 + h\ddot{\theta}_1\right) \\ Y_{10} = -Yc \\ Z_{10} = M_0g\cos\theta_1 - Zc + M_0\left(\ddot{x}\sin\theta_1 - h\dot{\theta}_1^2\right) \end{cases}}$

Question 19

Justifier la forme diagonale de la matrice d'inertie.

Le solide S0 étant un cylindre de révolution le repère $R_0(G_0,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ est un repère principal d'inertie , donc la matrice d'inertie est diagonale.

Question 20

Que vaut cette matrice d'inertie exprimée au même point G_0 mais dans la base $(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$?

S0 étant assimilé à un cylindre de révolution, d'axe $(O_1,\overrightarrow{z_0})$. l'expression de la matrice d'inertie est inchangée dans tout repère conservant l'axe $(G_0,\vec{x}_0) \Rightarrow [I(G_O,S0)]_{B1} = [I(G_O,S0)]_{B0}$

Question 21

Exprimer dans la base ......sera noté : $\overrightarrow{\sigma_{G_0}(S0/R3)}$

On écrit la relation . $\overrightarrow{\sigma_{G_0(S0/R3)}} = [I(G_O,S0)]_{B1}\ \overrightarrow{\Omega(S0/R3)}_{B1}$

$$\overrightarrow{\sigma_{G_0(S0/R3)}} = \begin{bmatrix} A_0\cos^2\theta_0 + B_0\sin^2\theta_0 & (A_0-B_0)\sin\theta_0\cos\theta_0 & 0 \\ (A_0-B_0)\sin\theta_0\cos\theta_0 & A_0\sin^2\theta_0 + B_0\cos^2\theta_0 & 0 \\ 0 & 0 & C_0 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \dot\theta_1 \\ \dot\theta_0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{\sigma_{G_0(S0/R3)}} = \begin{pmatrix} \dot\theta_1(A_0-B_0)\sin\theta_0\cos\theta_0 \\ \dot\theta_1\left(A_0\sin^2\theta_0 + B_0\cos^2\theta_0\right) \\ C_0\dot\theta_0 \end{pmatrix}_{B1}}$$

Question 22

Exprimer dans la base du .... sera noté : $\overrightarrow{\delta_{G_0}(S0/R3)}$

On a la relation $\overrightarrow{\delta_{G_0(S0/R3)}} = \dfrac{d\overrightarrow{\sigma_{G_0(S0/R3)}}}{dt_{/R3}}$

avec $\dfrac{d\overrightarrow{x_1}}{dt_{/R3}} = -\dot\theta_1\overrightarrow{z_1}$ et $\dfrac{d\overrightarrow{z_1}}{dt_{/R3}} = \dot\theta_1\overrightarrow{x_1}$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{\delta_{G_0(S0/R3)}} = \begin{pmatrix} (A_0-B_0)\left(\sin\theta_0\cos\theta_0\ddot\theta_1 + \cos 2\theta_0\dot\theta_0\dot\theta_1\right) + C_0\dot\theta_0\dot\theta_1 \\ 2(A_0-B_0)\sin\theta_0\cos\theta_0\dot\theta_0\dot\theta_1 + \left(A_0\sin^2\theta_0 + B_0\cos^2\theta_0\right)\ddot\theta_1 \\ C_0\ddot\theta_0 + (A_0-B_0)\sin\theta_0\cos\theta_0\dot\theta_1^2 \end{pmatrix}_{B1}}$$

Question 23

Indiquer la relation liant le moment ....du référentiel R1.

L'équiprojectivité du moment dynamique permet d'écrire :

$$\overrightarrow{\delta_{O_1(S0/R3)}} = \overrightarrow{\delta_{G_0(S0/R3)}} + \overrightarrow{O_1G_0} \wedge \overrightarrow{q_{(S0/R3)}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{\delta_{G_0(S0/R3)}} = \begin{pmatrix} (A_0-B_0)\left(\sin\theta_0\cos\theta_0\ddot\theta_1 + \cos 2\theta_0\dot\theta_0\dot\theta_1\right) + C_0\dot\theta_0\dot\theta_1 \\ 2(A_0-B_0)\sin\theta_0\cos\theta_0\dot\theta_0\dot\theta_1 + \left(A_0\sin^2\theta_0 + B_0\cos^2\theta_0\right)\ddot\theta_1 + M_0h^2\ddot\theta_1 \\ C_0\ddot\theta_0 + (A_0-B_0)\sin\theta_0\cos\theta_0\dot\theta_1^2 \end{pmatrix}_{B1}}$$

Question 24

Si on considère ....de S0 autour de l'axe « C ».

Isolement de S0

Bilan des actions : l'action de pesanteur
l'action de S1
l'action de l'outil sur la pièce
l'action du moteur

On écrit le théorème du moment dynamique sur $(O_1,\vec{z}_1)$

$$\overrightarrow{M_{O_1(\text{outil}\to\text{pièce})}}.\vec{z}_1+\overrightarrow{M_{O_1(\text{moteur}\to S0)}}.\vec{z}_1+\overrightarrow{M_{O_1(S1\to S0)}}.\vec{z}_1+\overrightarrow{M_{O_1(\text{pesanteur}\to S0)}}.\vec{z}_1=\overrightarrow{\delta_{O_1(S0/R3)}}.\vec{z}_1$$

$$\overrightarrow{M_{O_1(\text{outil}\to\text{pièce})}}.\vec{z}_1=\overrightarrow{O_1M}\wedge\overrightarrow{R_{(\text{outil}\to\text{pièce})}}.\vec{z}_1=\left(\overrightarrow{O_1O_0}+\overrightarrow{O_0M}\right)\wedge\overrightarrow{R_{(\text{outil}\to\text{pièce})}}.\vec{z}_1$$

$$\overrightarrow{M_{O_1(\text{outil}\to\text{pièce})}}.\vec{z}_1=\left(l_0\vec{z}_1+x_M\vec{x}_0+y_M\vec{y}_0+z_M\vec{z}_0\right)\wedge\left(Xc\vec{x}_1+Yc\vec{y}_1+Zc\vec{z}_1\right).\vec{z}_1$$

$$\overrightarrow{M_{O_1(\text{outil}\to\text{pièce})}}.\vec{z}_1=Yc(x_M\cos\theta_0-y_M\sin\theta_0)-Xc(y_M\cos\theta_0+x_M\sin\theta_0)$$

On obtient : $\boxed{Cmc=\delta z-Yc(x_M\cos\theta_0-y_M\sin\theta_0)+Xc(y_M\cos\theta_0+x_M\sin\theta_0)}$

Question 25

Exprimer le moment d'inertie .... moteur de l'axe « Y ».

Soit Σ l'ensemble de solides en mouvement de la chaîne d'action du moteur.

$$2.T(\Sigma/R_3)=2.T(\text{rotor}/R_3)+2.T(\text{vis}/R_3)+2.T(S4+S5/R_3)$$

$$2.T(\Sigma/R_3)=2.J_m.\omega_m^2+2.J_{vis}.\omega_m^2+2.(M_4+M_5)\left(\frac{P}{2\pi}\omega_m\right)^2=2.\left(J_m+J_{vis}+(M_4+M_5)\left(\frac{P}{2\pi}\right)^2\right).\omega_m^2$$

$$\Rightarrow\ \boxed{J_{eq}=J_m+J_{vis}+(M_4+M_5)\left(\frac{P}{2\pi}\right)^2}$$

Question 26

En déduire l'expression du couple, noté c_{my}, que le moteur doit développer.

Nous allons appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble **moteur+vis+S4+S5**

Bilan des puissances

Les liaisons sont parfaites $\Rightarrow P_{liaison}(S)=0$

Puiussance du moteur : $P_{moteur}=c_{my}.\omega_m$

Puissance de l'action du usinage sur S5 : $P_{coupe\to S5/R3}=-Yc.\dfrac{P}{2\pi}\omega_m$

Energie cinétique : $T(\Sigma/R0)=\dfrac{1}{2}J_{eq}.\omega_m^2$

Théorème de l'énergie-puissance à l'ensemble moteur +vis+S4+S5 :

R3 étant supposé galiléen : $\left(\dfrac{dT(\Sigma/R_3)}{dt}\right)_{R3}=P_{ext\to S/R3}+P_{int\to S}=J_{eq}.\omega_m.\dot{\omega}_m=c_{my}.\omega_m-Yc\dfrac{P}{2\pi}\omega_m$

$$\boxed{c_{my}=J_{eq}.\dot{\omega}_m+Yc\frac{P}{2\pi}}$$

Question 27

En phase d'usinage, à .... le moteur doit développer.

En phase d'usinage à vitesse constante on a : $\boxed{c_{my} = Yc\dfrac{P}{2\pi}}$

A.N. : $c_{my} = 100\dfrac{0,02}{2\pi} = 0,318\text{Nm}$

Question 28

En phase d'accélération maximale s...............moteur doit développer.

Hors usinage on a $c_{my} = J_{eq}.\dot{\omega}_m$ avec $\dfrac{P}{2\pi}\dot{\omega}_m = \ddot{y} \Rightarrow c_{my} = J_{eq}.\dfrac{2\pi}{P}\ddot{y}$

A.N. : $c_{my} = \left(5.10^{-3} + 7,5.10^{-4} + (170+260)\left(\dfrac{0,02}{2\pi}\right)^2\right).\dfrac{2\pi}{0,02}10 = 31,7\text{Nm}$

Question 29

Comparer l'incidence des effets dynamiques et des efforts de coupe sur le couple moteur.

Les effets dynamiques sont nettement supérieurs à ceux des efforts de coupe.

Question 30

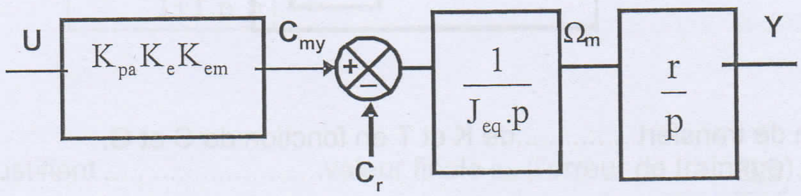
En supposant les conditions initiales ....dans le domaine de Laplace.

(E1) $pY(p) = r.\Omega_m(p)$

(E2) $C_{my}(p) - C_r(p) = J_{eq}.p.\Omega_m(p)$

Question 31

Reproduire ....l'ensemble du processus.



Question 32

Dans ces conditions, écri...................l'expression du gain G_p en fonction de K_{pa}, K_e, K_{em}, r et J_{eq}.

$$\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{K_{pa}.K_e.K_{em}.r}{J_{eq}}.\frac{1}{p^2}$$

Question 33

A partir de la figure 12 et .... capteur en supposant que celui-ci délivre une tension.

- La variable de consigne est Ωréf
- La fonction de transfert du correcteur est $C_\Omega(p)$
- La fonction de transfert du capteur est k_Ω
- L'unité de k_Ω est V/(rad/s)

Question 34

Calculer le gain $G_i = \dfrac{I_m(p)}{I_{réf}(p)}$ de la boucle de courant en fonction de k_i, C_i, K_{pa}, et K_e.

$$\boxed{G_i = \frac{I_m(p)}{I_{réf}(p)} = \frac{C_i.K_{pa}.K_e}{1 + C_i.K_{pa}.K_e.k_i}}$$

Question 35

Calculer alors la fonction de transfert ....G_Ω et T_Ω en fonction de k_Ω, C_Ω, K_{em}, J_{eq} et G_i.

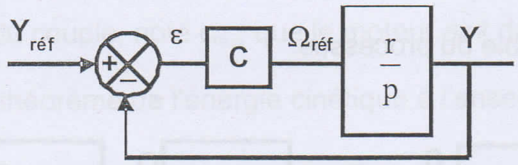
$$\frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{réf}(p)} = \frac{C_\Omega.G_i.\dfrac{K_{em}}{J_{eq}.p}}{1 + k_\Omega.C_\Omega.G_i.\dfrac{K_{em}}{J_{eq}.p}} = \frac{\dfrac{1}{k_\Omega}}{1 + \dfrac{J_{eq}.p}{k_\Omega.C_\Omega.G_i.K_{em}}} = \frac{G_\Omega}{1 + T_\Omega.p}$$

$$\boxed{G_\Omega = \frac{1}{k_\Omega}} \quad \text{et} \quad \boxed{T_\Omega = \frac{J_{eq}}{k_\Omega.C_\Omega.G_i.K_{em}}}$$

Question 36

Montrer que, dans ces .... en fonction de r.

$\dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_{réf}(p)} = G_\Omega = \dfrac{1}{k_\Omega} = 1$ on en déduit que le schéma est celui de la figure 13 et $\boxed{G=r}$



Question 37

Calculer la fonction de transfert ....de K et T en fonction de C et G.

$$H(p) = \frac{Y(p)}{Y_{réf}(p)} = \frac{\dfrac{C.G}{p}}{1 + \dfrac{C.G}{p}} = \frac{1}{1 + \dfrac{p}{C.G}} = \frac{K}{1 + T.p}$$

$\Rightarrow$ $\boxed{K=1}$ et $\boxed{T = \dfrac{1}{C.G}}$

Question 38

Justifier pourquoi, ... la trajectoire de la figure 14 (*réponse en 2 lignes maximum*).

Il faudrait une vitesse infiniment grande de déplacement de l'outil en Y pour obtenir cette trajectoire.

Question 39

En raisonnant sur la .... déplacement de A à B.

La pente de la trajectoire droite de A à B est :

$$\frac{v_Z}{v_Y}=\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{V=0,4\,m/s}$$

$$\Delta t_{AB}=\frac{y_B-y_A}{v_Y}=\frac{z_B-z_A}{v_Z}=\frac{0,050}{0,4}=0,125s \qquad \boxed{\Delta t_{AB}=0,125s}$$

Question 40

Donner l'expression $y_{réf}(t)$ ....le document réponse DR1.

$y_{réf}(t)=y_1+V.t$

Voir tracé sur le document réponse.

Question 41

A partir du schéma .... en fonction de $Y_{réf}(p)$ et T.

$$\varepsilon(p)=\frac{1}{1+\frac{C.G}{p}}Y_{réf}(p) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\varepsilon(p)=\frac{T.p}{1+T.p}Y_{réf}(p)}$$

Question 42

Déterminer l'expression de .... en fonction de V et T.

$y^*_{réf}(t)=V.t$ dans le domaine de Laplace l'expression est : $Y^*_{réf}(p)=\frac{V}{p^2}$

$$\varepsilon(p)=\frac{T.p}{1+T.p}\frac{V}{p^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\varepsilon(p)=\frac{T}{1+T.p}\frac{V}{p}}$$

Question 43

Donner ainsi, en la justifiant ....valeur finale ε_∞ (l'erreur de traînage).

On peut remarquer d'après son expression que $\varepsilon(p)$ est équivalente à la transformée de Laplace de la réponse indicielle d'un premier ordre, d'où : $\boxed{\varepsilon(t)=TV\left(1-e^{-\frac{t}{T}}\right)}$

$$\varepsilon_\infty=\lim_{t\to+\infty}\varepsilon(t)=TV \text{ donc : } \boxed{\varepsilon_\infty=25.10^{-3}.0,4=10^{-2}\,m}$$

Question 44

Tracer $\varepsilon(t)$ en rouge .... caractéristiques. Représenter aussi ε_∞ en vert.

Voir le document réponse.

Question 45

Déduire de $\varepsilon(t)$ et de $y^*_{réf}(t)$ .... v_Y à l'instant initial t = 0 s.

On a : $y_{réf}(t) - y(t) = \varepsilon(t)$

$$y^*_{réf}(t) = y_{réf}(t) - y_1$$

On obtient : $\boxed{y(t) = Vt + y_1 - TV\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)}$ et $\boxed{v_Y(0) = \dot{y}(0) = V - VT\left(-\left(-\frac{1}{T}\right)e^{-\frac{0}{T}}\right) = 0}$

Question 46

Tracer y(t) en bleu sur le document ....aussi ε_∞ en vert.

Voir le document réponse.

Question 47

Tracer en bleu ....de cette erreur de trajectoire.

Voir le document réponse.

Question 48

Quelle est la valeur de la vitesse v_Z ....A ou B (*réponse en 3 lignes maximum*).

Il faut une vitesse nulle en Z, v_Z =0, pendant une durée liée à la mise en route de l'axe Y (temps de réponse à 5% de l'axe Y).

Lors du passage des points anguleux, la fonction FT33 peut-être réalisée en gérant l'arrêt et la mise en route des axes selon une loi de commande adaptée.

Question 49

Quel est l'ordre minimal .... accélération finie ?

ordre minimal : 2

Question 50

Calculer la fonction de transfert ....en fonction de a, C et G.

On peut écrire : $$\frac{Y(p)}{Y_{réf}(p)\left(1+\frac{a.p}{C}\right)} = \frac{\frac{CG}{p}}{1+\frac{CG}{p}} = \frac{1}{1+\frac{p}{CG}} \Rightarrow \boxed{H_1(p) = \frac{Y(p)}{Y_{réf}(p)} = \frac{1+\frac{a.p}{C}}{1+\frac{p}{CG}}}$$

avec $\boxed{T_1 = \frac{a}{C}}$ $\boxed{T_2 = \frac{1}{CG}}$

Question 51

Que vaut $H_1(p)$ .... la machine outil ? (*Réponse en 2 lignes maximum*)

Dans ces conditions $T_1 = T_2$ et $H_1(p) = 1$

$\Rightarrow$ la consigne en Y est instantanément et parfaitement suivie

Question 52

Exprimer la nouvelle fonction ....l'expression de T_3 en fonction de T_Ω.

Nous avons : $$\frac{Y(p)}{Y_{réf}(p)\left(1+\frac{a.p}{C}\right)} = \frac{\frac{CG}{(1+T_\Omega p)p}}{1+\frac{CG}{(1+T_\Omega p)p}} = \frac{1}{1+\frac{(1+T_\Omega p)p}{CG}}$$

$$\Rightarrow \quad H_2(p) = \frac{Y(p)}{Y_{réf}(p)} = \frac{1+\frac{a.p}{C}}{1+\frac{p}{CG}+\frac{T_\Omega}{CG}p^2}$$

On obtient : $\boxed{H_2(p) = \frac{1+T_1.p}{1+T_2.p+T_2.T_3.p^2}}$ et $\boxed{T_3 = T_\Omega}$

Question 53

Exprimer l'erreur $\varepsilon(p)$ .... de la figure 15 vue précédemment.

$$\varepsilon(p) = Y_{réf}(p) - Y(p) = (1-H_2(p))\,Y_{réf}(p) = \left(1-\frac{1+T_1.p}{1+T_2.p+T_2.T_3.p^2}\right)Y_{réf}(p)$$

Si a = 1/G on a $T_1 = T_2$

$$\varepsilon(p) = \left(1-\frac{1+T_1.p}{1+T_1.p+T_2.T_1.p^2}\right)Y_{réf}(p)$$

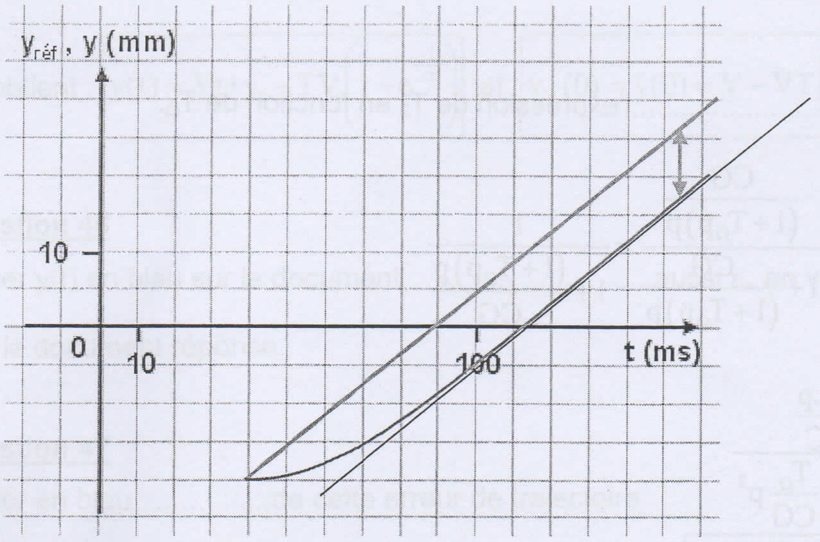
$$\varepsilon(p) = \frac{T_2.T_1.p^2}{1+T_1.p+T_2.T_1.p^2}\,Y_{réf}(p)$$

Si l'on veut suivre une trajectoire telle que celle de la figure 15, il faut une consigne qui soit une rampe $y(t) = v_y.t$ soit : $Y_{réf}(p) = \frac{v_Y}{p^2}$

D'après le théorème de la valeur finale : $\varepsilon_\infty = \lim_{t\to+\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p.\varepsilon(p)$

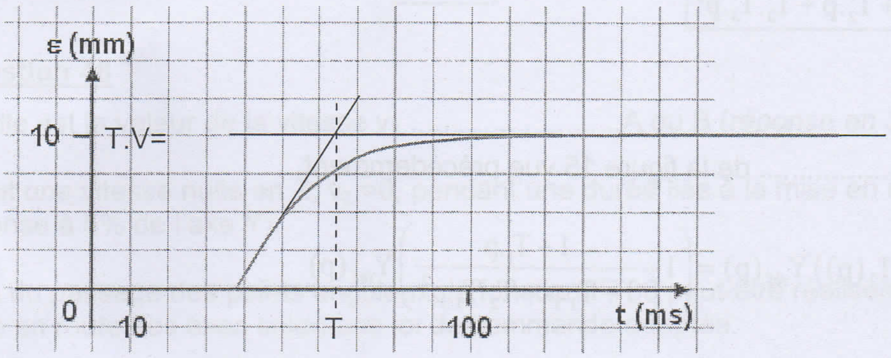
$$\varepsilon_\infty = \lim_{p\to 0} p.\varepsilon(p) = \lim_{p\to 0} p.\frac{T_2.T_1.p^2}{1+T_1.p+T_2.T_1.p^2}\frac{v_Y}{p^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\varepsilon_\infty = 0}$$

DOCUMENT REPONSE



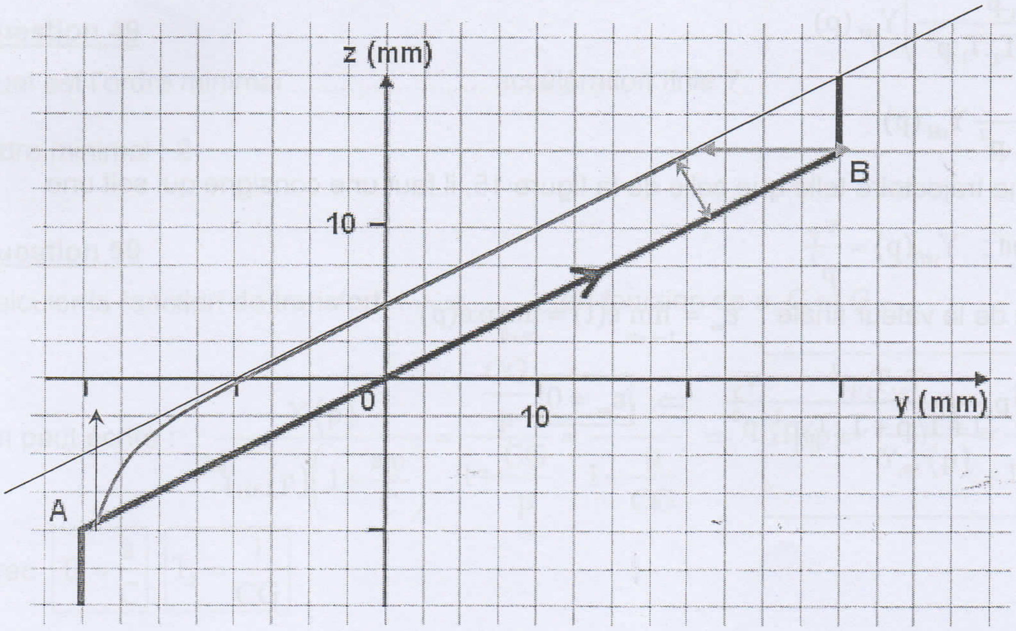
DR1

(questions 40 et 46)



DR2

(question 44)



DR3

(question 47)