



CONCOURS ENSAM - ESTP - EUCLIDE - ARCHIMEDE

Epreuve de Sciences Industrielles MP

durée 3 heures

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de la calculatrice est autorisé

ASCENSEUR FLUVIAL FUNICULAIRE DE STREPY-THIEU

Le candidat est invité à formuler toute hypothèse cohérente qui lui semblerait nécessaire pour pouvoir répondre aux questions posées.



1. PRESENTATION DU SYSTEME ETUDIE

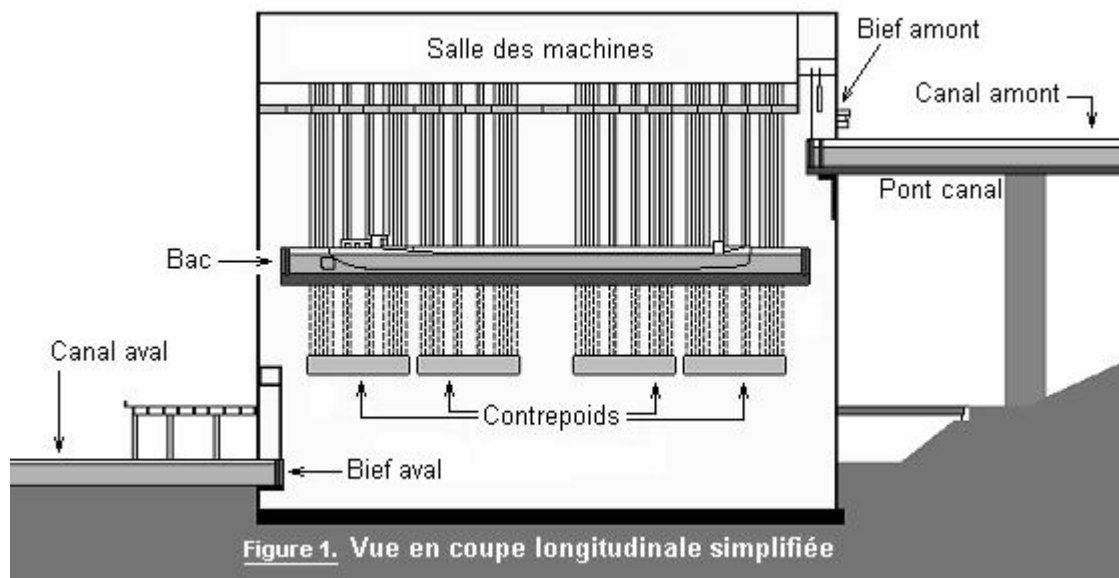
En vue de moderniser les voies d'eau navigables d'Europe, il fut décidé en 1954 de porter le gabarit du réseau d'intérêt international à celui des péniches de 1350 tonnes.

Les défis technologiques à relever sont de taille, notamment pour le franchissement des dénivelés. Le recours aux écluses classiques, grandes consommatrices de débit hydraulique, n'est pas toujours possible. C'est le cas pour le canal du centre en Belgique, pour lequel l'alimentation naturelle en eau est très limitée. Le canal du Centre, maillon qui s'intègre dans les voies navigables d'intérêt européen, est situé sur la transversale qui relie Dunkerque à Liège en passant par Valenciennes, Mons, Charleroi et Namur.

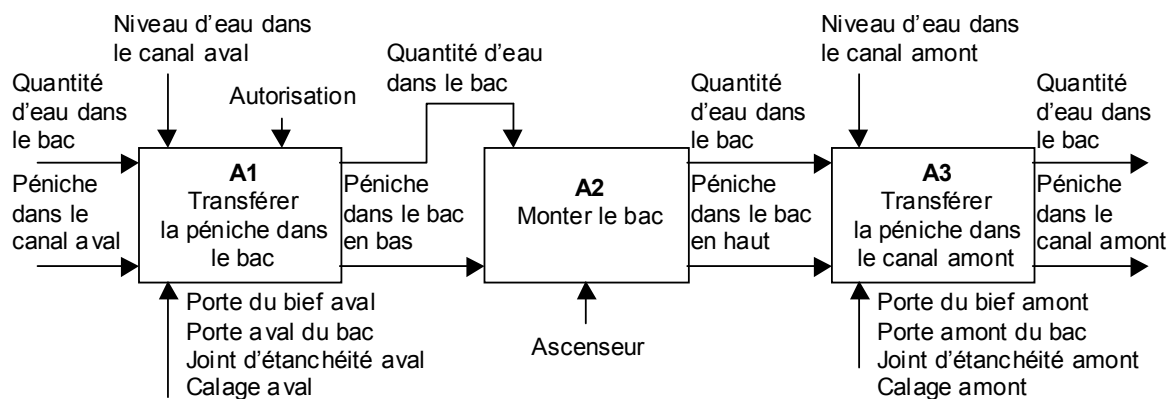
Pour combler le dénivelé de 88,15 mètres, l'ancien dispositif, utilisait quatre ascenseurs hydrauliques successifs sur 12 kilomètres, mais était limité à des péniches de 300 tonnes. Il fût donc décidé de moderniser ce maillon délicat. La construction des écluses d'Obourg-Warton et de Havré permettant de gagner respectivement 5 mètres et 10 mètres, il reste à franchir une chute de 73,15 mètres. Après étude des différentes solutions possibles, celle d'un unique ascenseur est finalement retenue. L'ascenseur fluvial funiculaire de STREPY-THIEU voit donc le jour et fonctionne pour la première fois en 2001.

On s'intéresse ici à une utilisation en montée de cet ascenseur, assurée par la fonction de service FS1 « **Transborder une péniche du canal aval au canal amont** », dont on trouvera en annexe (page 21 sur 21) la décomposition fonctionnelle sous la forme d'un diagramme FAST.

2. DESCRIPTION ELEMENTAIRE D'UN CYCLE D'ASCENSION



On présente ci-dessous le diagramme SADT de niveau A0 de la fonction de service FS1 « **Transborder une péniche du canal aval au canal amont** ».



Q1. Proposer un diagramme SADT de la transformation fonctionnelle globale de niveau A-0.

Q2. Pourquoi la quantité d'eau contenue dans le bac intervient-elle comme entrée/sortie du système étudié ?

Q3. Sans faire de calcul, et en quelques phrases courtes, expliquer pourquoi le fonctionnement du système, qui est conditionné par la masse du bac à déplacer, ne dépend pas de la masse des péniches transbordées.

3. ETUDE DES ACTIVITES DE TRANSFERT DE LA PENICHE (A1 et A3)

3.A. Nécessité d'une fonction technique de calage.

On s'intéresse à l'activité A1 : « **Transférer la péniche du canal aval dans le bac** ». On étudie d'abord le cas où les portes aval et amont du bac sont fermées ; la longueur en eau du bac est alors de $L_1 = 116,8$ mètres. On considère également que le niveau d'eau est à son maximum, soit $h_0 = 4,15$ mètres.

Q4a. Sur un schéma reprenant les surfaces mouillées de la vue en coupe (Figure 2), représenter l'allure de la répartition de pression qui s'applique sur chacune d'elles.

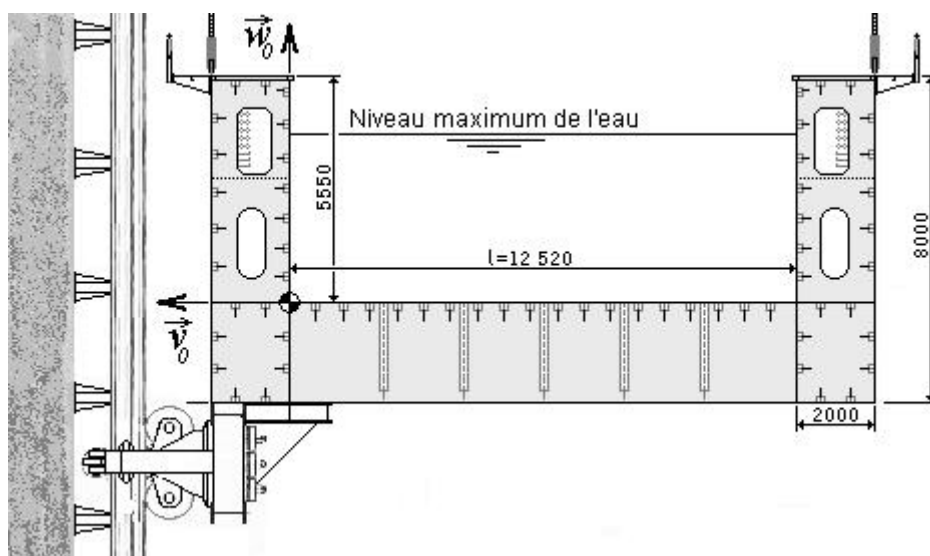


Figure 2. - Vue axiale avec coupe transversale du bac - (cotes en millimètres)

Q4b. Donner l'expression de la répartition de pression sur les parois verticales en fonction de la position verticale notée z suivant \vec{w}_0 , l'origine des positions verticales étant le fond du bac.

Q4c. On considère maintenant que la porte aval du bac est ouverte pour permettre l'entrée d'une péniche (l'étanchéité entre le bac et le canal aval est assurée par le fait que le joint d'étanchéité aval est gonflé). La longueur en eau du bac est alors de $L_2 = 117,4$ mètres. Le niveau d'eau est toujours de $h_0 = 4,15$ mètres.

Faire le bilan de toutes les surfaces du bac en contact avec l'eau dans ces conditions. On pourra répondre par un schéma en perspective.

Q4d. Afin de vérifier l'utilité des calages, calculer la composante axiale de la résultante du torseur de l'action de l'eau sur le bac dans ces mêmes conditions. La base de projection orthonormée comprendra les directions $(\vec{u}_0, \vec{v}_0, \vec{w}_0)$ conformément à la figure 2 et au fait que \vec{u}_0 est orienté de l'aval vers l'amont, soit de la porte ouverte du bac vers la porte fermée. On rappelle que le module de l'accélération du champ gravitationnel terrestre est $g = 9,81 m.s^{-2}$, et que la masse volumique de l'eau est $\rho_{eau} = 1000 kg.m^{-3}$.

3.B. Réalisation de la fonction technique « Verrouiller les calages »

Les activités de transfert A1 et A3 comportent donc une étape de calage. Celui-ci est réalisé, à chacun des quatre coins du bac, par l'introduction d'un piston à travers un oeillet solidaire du bac. Le piston est commandé en position (entrée ou sortie) par un vérin (Figure 3), et la position est recopiée par un capteur Tout ou Rien (TOR). Le codage est : 0 position rentrée, 1 position sortie. Un calage est verrouillé lorsque le vérin correspondant est en position sortie. Pour réaliser le verrouillage, on a le choix entre deux stratégies :

- 1) Commander simultanément le verrouillage des quatre vérins, puis passer à l'étape suivante,
- 2) Commander les verrouillage en séquence (vérin n°1, puis n°2, puis n°3, puis n°4, l'ordre de numérotation est sans importance) et passer à l'étape suivante.

Q5a. Pour chacune des deux stratégies, donner le GRAFCET de l'opération de verrouillage faisant apparaître la commande de chacun des 4 calages, et la transition permettant de passer à l'étape suivante.

Q5b. Dans les deux cas, que se passe-t-il si l'un des capteurs de position reste « collé » en position 0 alors que le vérin associé est sorti ?

Pour sécuriser le fonctionnement de cet ensemble, on décide de tripler le nombre des capteurs de position TOR, et d'appliquer une stratégie dite de « vote majoritaire 2 sur 3 » : chaque vérin est équipé de trois capteurs TOR, et on considère qu'un vérin est en position rentrée lorsque au moins deux capteurs de position sur les trois sont à 0 (en position sortie, lorsque au moins deux capteurs de position sur les trois sont à 1).

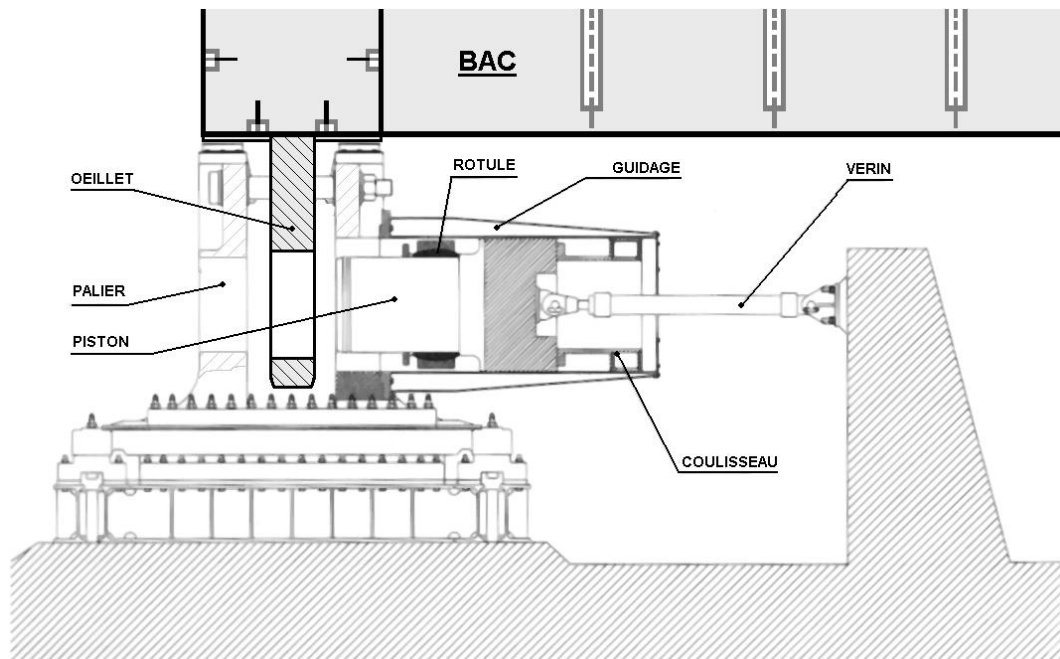


Figure 3. - Vue en coupe transversale d'un calage aval (déverrouillé) –

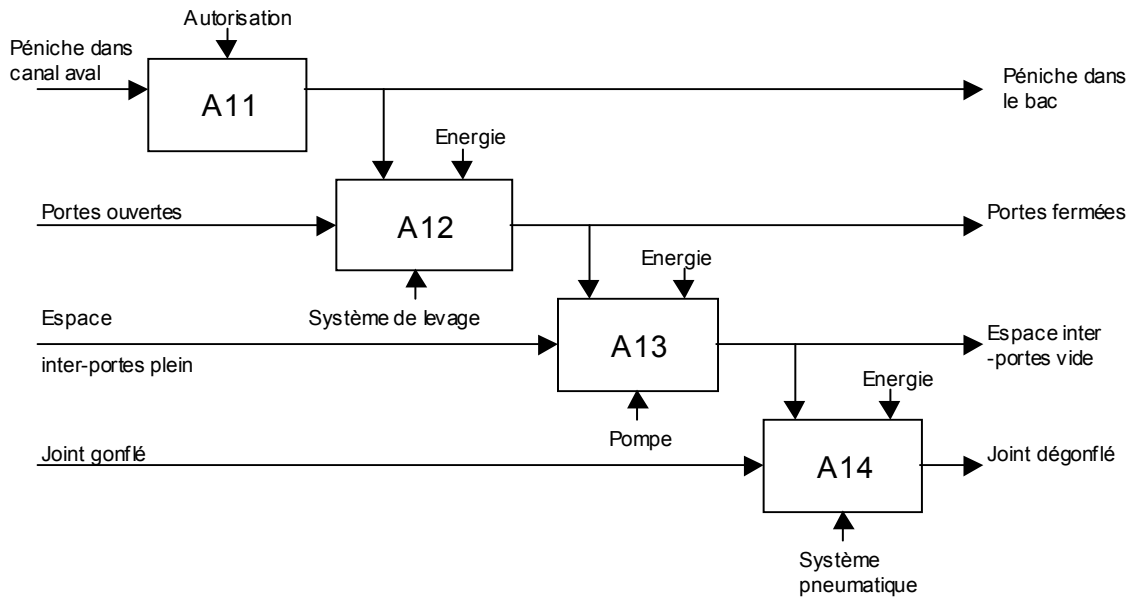
Q6. En notant p_1 , p_2 , p_3 les trois variables TOR associées à la position d'un vérin et S la sortie sécurisée, donner l'expression de la fonction logique réalisant S.

3.C. Décomposition fonctionnelle et grafcet

A partir de l'état initial : bac verrouillé sur les calages aval en face du bief aval, joint d'étanchéité gonflé, portes aval du bac et du bief aval ouvertes (et donc niveaux égalisés), l'activité A1 : « **Transférer la péniche dans le bac** », se décompose de la façon suivante :

- A11 Entrée de la péniche dans le bac par franchissement du bief aval.
- A12 Fermeture simultanée de la porte du bief aval et de la porte aval du bac.
- A13 Vidange du volume d'eau situé entre la portes du bief aval et la porte aval du bac.
- A14 Dégonflage du joint d'étanchéité aval.

On en présente ci-après la décomposition fonctionnelle.



Q7a. En déduire et représenter par un GRAFCET la séquence d'activités réalisant la fonction A3 : « Transférer la péniche dans le canal amont ».

Q7b. Indiquer dans quel état se trouvent les différents composants du système (calages amont du bac, portes amont du bac et du bief amont, joint d'étanchéité amont, niveau d'eau dans le bac) à chaque étape du GRAFCET. On remplira pour ce faire un tableau sur le modèle suivant (on prévoira une ligne par étape du GRAFCET) :

Etape	Calages amont	Portes amont	Joint amont	Niveau bac
0 : Etat initial (bac en position haute)	ouverts	Fermées	Dégonflé	Niveau du canal aval
...
...

4. ETUDE DE L'ACTIVITE FT12 : « Déplacer le bac de la position aval à la position amont ».

La montée proprement dite comprend trois phases :

1. Accélération constante pendant 25 secondes.
2. Vitesse constante (de $0,2 \text{ m.s}^{-1}$).
3. Décélération constante pendant 25 secondes.

En fin de translation, le bac est maintenu à l'arrêt (vitesse nulle) avec la charge toujours suspendue aux câbles, ceci afin de permettre les diverses manoeuvres d'accostage (application des freins mécaniques, mise en place des dispositifs de calage).

4.A. Etude de la fonction technique FT122 : « Assurer le déplacement du bac du bas vers le haut ».

4.A.1. Sous-fonction : « Transmettre le mouvement vertical au bac »

Le cœur du système de levage se trouve dans la salle des machines dont la disposition des composants de transmission est représentée Figure 4.

On y trouve, pour chaque bac :

- Quatre moteurs asynchrones, chacun entraînant un réducteur grande vitesse (RGV).
- Chaque RGV entraîne à son tour deux treuils.
- Chaque treuil est constitué d'un réducteur petite vitesse (RPV) entraînant deux tambours.
- Chaque tambour agit sur deux câbles liés d'un côté au bac, et de l'autre aux contrepoids.
- De chaque côté des treuils, on trouve un groupe de sept poulies libres dites de suspension chargées du renvoi des câbles liant directement le bac aux contrepoids.
- On notera la présence d'arbres dits de « synchronisation » reliant tous les treuils entre eux.

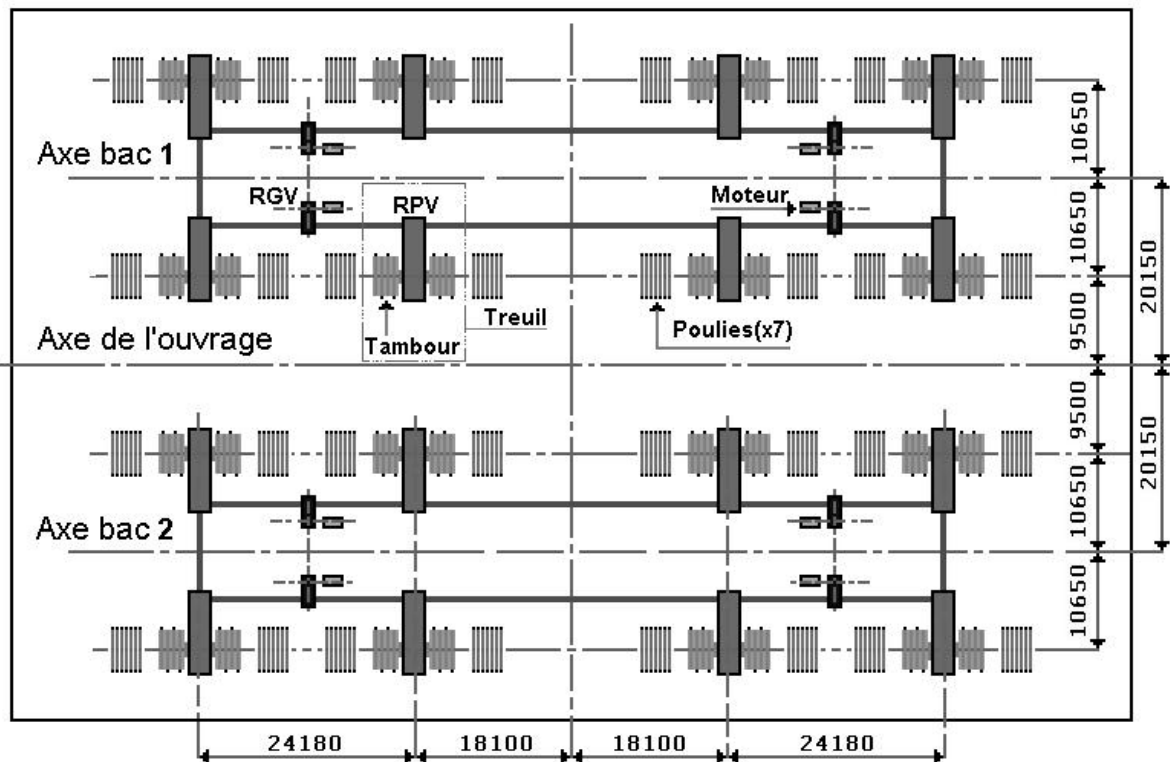


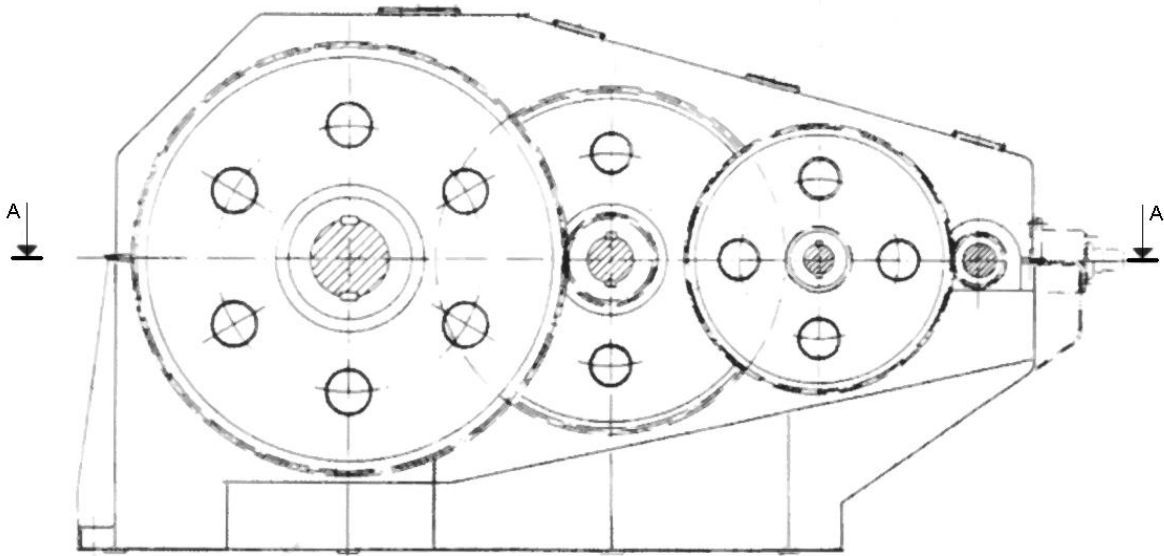
Figure 4. – Configuration de la salle des machines (vue de dessus) –

Q8. Pour chaque bac, combien y a-t-il de câbles dits 'moteurs' (actionnés par les treuils) ?

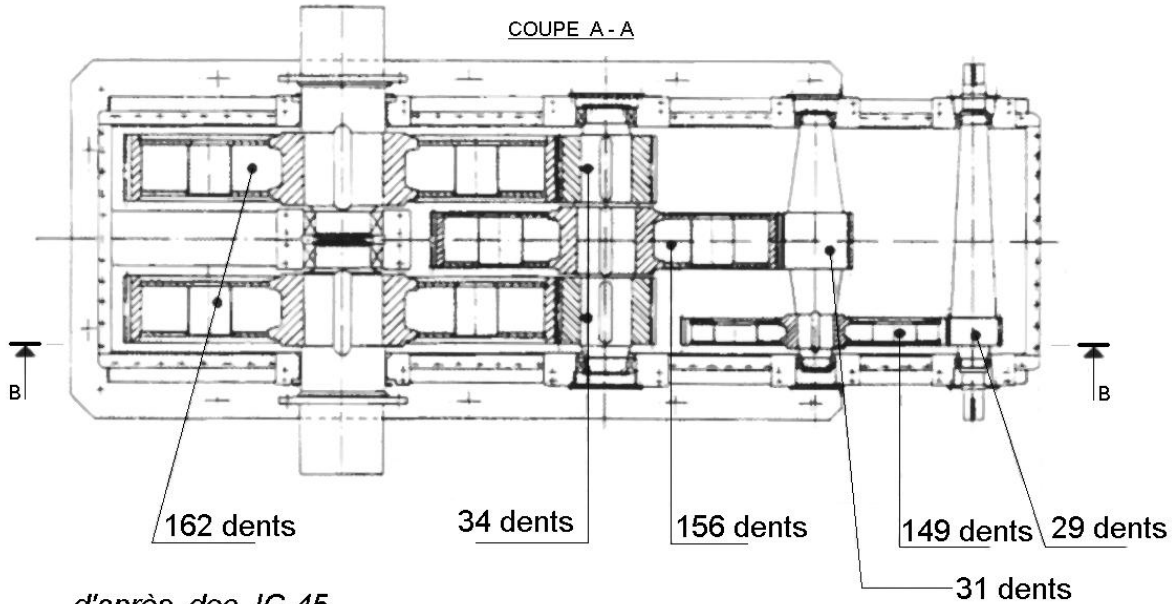
Le réducteur grande vitesse est à deux étages avec une première réduction ($23/85$) et une seconde ($27/74$).

Q9. En vous aidant des données figurant sur le plan du réducteur petite vitesse représenté figure 5, calculer la réduction globale entre moteur et tambour.

COUPE B - B



COUPE A - A



d'après doc. IG 45

Figure 5. - Réducteur petite vitesse –

On fait l'hypothèse que les câbles roulent sans glisser sur les tambours. Le diamètre d'enroulement des câbles sur les tambours est de $D_t = 4800 \text{ mm}$, et la vitesse de rotation des moteurs asynchrones en charge est voisine de $N_{\text{mot}} = 985 \text{ tr.min}^{-1}$.

Q10. Quelle est la vitesse ascensionnelle V_{bac} du bac ?

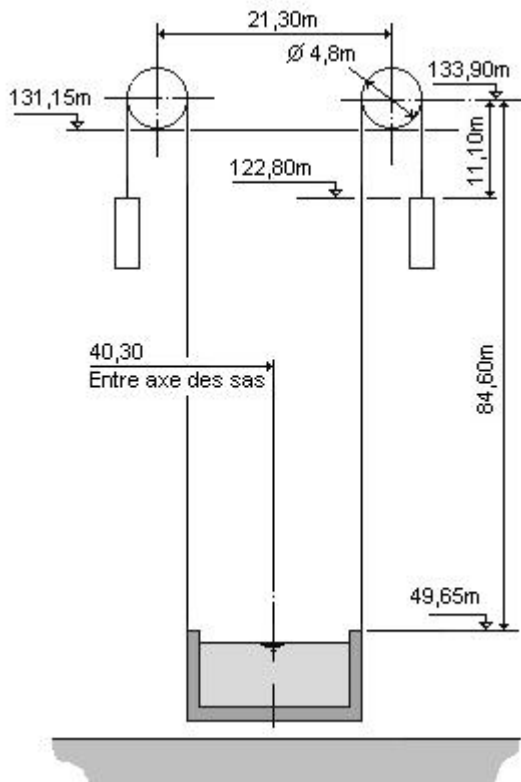


Figure 6. Morphologie du système de câbles avec bac en position basse

On choisit, afin d'effectuer une première étude du comportement dynamique de ce système, d'adopter la modélisation simplifiée ci-dessous (Figure 7) et de faire une mise en équation en appliquant le théorème de l'énergie cinétique dans le repère $R_0(O, \vec{u}_0, \vec{v}_0, \vec{w}_0)$ supposé galiléen. Les données et hypothèses sont les suivantes :

- Le bac est assimilé à un solide B de masse m_B et de centre de gravité G_B .
- Les câbles s'enroulent et se déroulent sans glisser sur le tambour de rayon $R = 2,4$ m. Le glissement est évité par un système d'accrochage des câbles moteurs sur le tambour, qui comprend 32 arrêts de câble. L'ensemble des 144 câbles est représenté par un seul 'mega-câble' C affecté des caractéristiques de l'ensemble. L'ensemble des arrêts de câble A est modélisé par une masse m_A de valeur 32×1000 kg = 32 000 kg concentrée au point G_A (par conception, ces masses sont effectivement en phase).
- L'ensemble des pertes dues aux câbles et aux imperfections dans les diverses liaisons peut-être modélisé par un couple résiduel négatif constant appliqué au tambour, de valeur :

$$\left\| \vec{c}_{rsd}(Ext \rightarrow T) \right\| = c_{rsd} = 624\,000 \text{ Nm}$$

- L'ensemble des contreponds est représenté par un seul 'méga-contreponds' P de masse m_p et de centre de gravité G_p .

Dans les conditions les plus défavorables, la différence maximum entre la masse du bac et la masse des contre-ponds est d'environ 635 tonnes. La masse linéique des câbles est :

$$\rho_{câble} = 30,25 \text{ kg.m}^{-1}$$

Q11. Le nombre total de câbles étant de 144, peut-on négliger l'influence de leur poids ? Pourquoi ?

On fait l'hypothèse que le rendement de chaque étage de réduction est de 0,98.

Q12. Quelle est la puissance minimum à installer si on veut pouvoir élever le bac à la vitesse constante de $0,2 \text{ m.s}^{-1}$ dans les conditions les plus défavorables ?

Q13. Chaque moteur pouvant délivrer une puissance maximale de 550 kW, la puissance installée est donc suffisante dans ce cas. A quoi sert la réserve de puissance ?

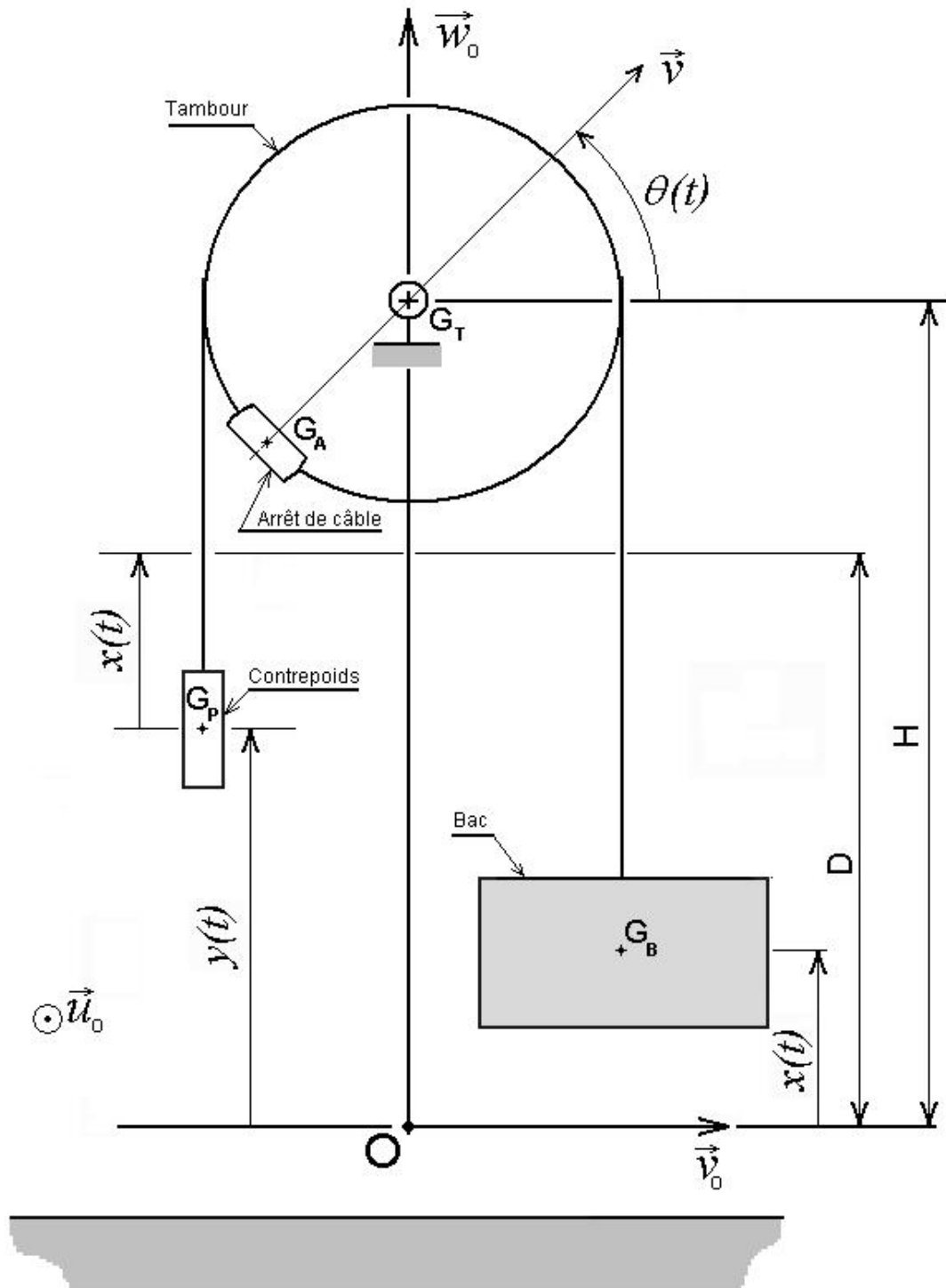


Figure 7. – Modélisation du problème –

On note $D = x_{Max}$ la course maximum du déplacement vertical du bac.

- Le tambour T de centre de gravité G_T , sera d'inertie J_{Eq} par rapport à son axe de rotation $(G_T; \vec{u}_0)$ de valeur $J_{Eq}(T) = 500.10^6 \text{ kg.m}^2$. Cette inertie est équivalente à la somme des inerties des éléments en rotation suivants : poulies – réducteurs – arbres de synchronisation – moteurs – poulies de renvoi, ramenées au taux de rotation du tambour.
- On donne la valeur de l'inertie du rotor d'un moteur électrique par rapport à son axe de rotation : $J_M = 57,88 \text{ kg.m}^2$.

Q14a. Donner l'expression littérale qui permet d'exprimer, pour un moteur, la valeur de l'inertie équivalente de rotation de son rotor ramenée à l'axe de rotation du tambour, en fonction de l'inertie de rotation propre du rotor autour de son axe, et des différents rapports de réduction.

Q14b. Pourquoi n'a-t-on pas pu négliger l'influence de cette inertie dans le calcul de l'inertie équivalente globale J_{Eq} ?

On considère le système Σ composé des éléments (*Bac, Tambour, Câble, Arrêt de câble, Contrepoids*) : $\Sigma = \{B \cup T \cup C \cup A \cup P\}$

Q15. Ecrire l'énergie cinétique galiléenne du méga-câble C en fonction de $\dot{\theta}$. Pour l'énergie cinétique de translation, on pourra faire la somme des énergies cinétiques de la partie montante du câble et de la partie descendante, puis on simplifiera l'expression. On admettra que l'énergie cinétique de rotation des 144 câbles est :

$$T_{rot}(C/R_0) = \frac{1}{2} (144 \rho_{câble} \pi R^3) \dot{\theta}^2, \text{ avec } \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$$

Q16. Ecrire l'énergie cinétique galiléenne des autres composants du système.

Le torseur d'efforts de l'action de l'élément i sur l'élément j au point N dans la base

$$B_0 = (\vec{u}_0, \vec{v}_0, \vec{w}_0) \text{ sera noté : } \{\mathbf{F}(i \rightarrow j)\}_N = \left\{ \begin{array}{l} X_{ij} \\ Y_{ij} \\ Z_{ij} \end{array} \middle| \begin{array}{l} L_{ij} \\ M_{ij} \\ N_{ij} \end{array} \right\}_{N/B_0},$$

où la colonne de gauche précise les coordonnées de la résultante du torseur et celle de droite les coordonnées du moment du torseur au point N .

Q17. Donner l'expression des torseurs d'efforts suivants dans la base B_0 :

- action de pesanteur sur la partie verticale montante du méga-câble.
- action de pesanteur sur la partie verticale descendante du méga-câble.
- action de pesanteur agissant sur le bac.
- action de pesanteur agissant sur le méga-contrepoids.
- action de pesanteur agissant sur l'arrêt de câble.
- couple résiduel résistant appliqué par l'extérieur sur le tambour.
- couple extérieur appliqué sur le tambour (représentera soit le couple moteur, soit le couple de freinage).

Q18. Exprimer la puissance galiléenne des actions précédentes.

Q19. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique au système Σ . Le système étant à un degré de liberté, on explicitera l'équation du mouvement obtenue en fonction de la variable θ (position angulaire du tambour) et de ses dérivées, avec, à $t = 0$, $x(0) = 0 \text{ m}$, $\theta(0) = 0 \text{ rad}$, $\dot{x}(0) = 0 \text{ m.s}^{-1}$ et $\dot{\theta}(0) = 0 \text{ rad.s}^{-1}$.

La courbe présentée figure 8 est directement tirée de l'équation obtenue à la question précédente dans le cas où la vitesse de rotation du tambour est constante et avec $m_B = m_P$.

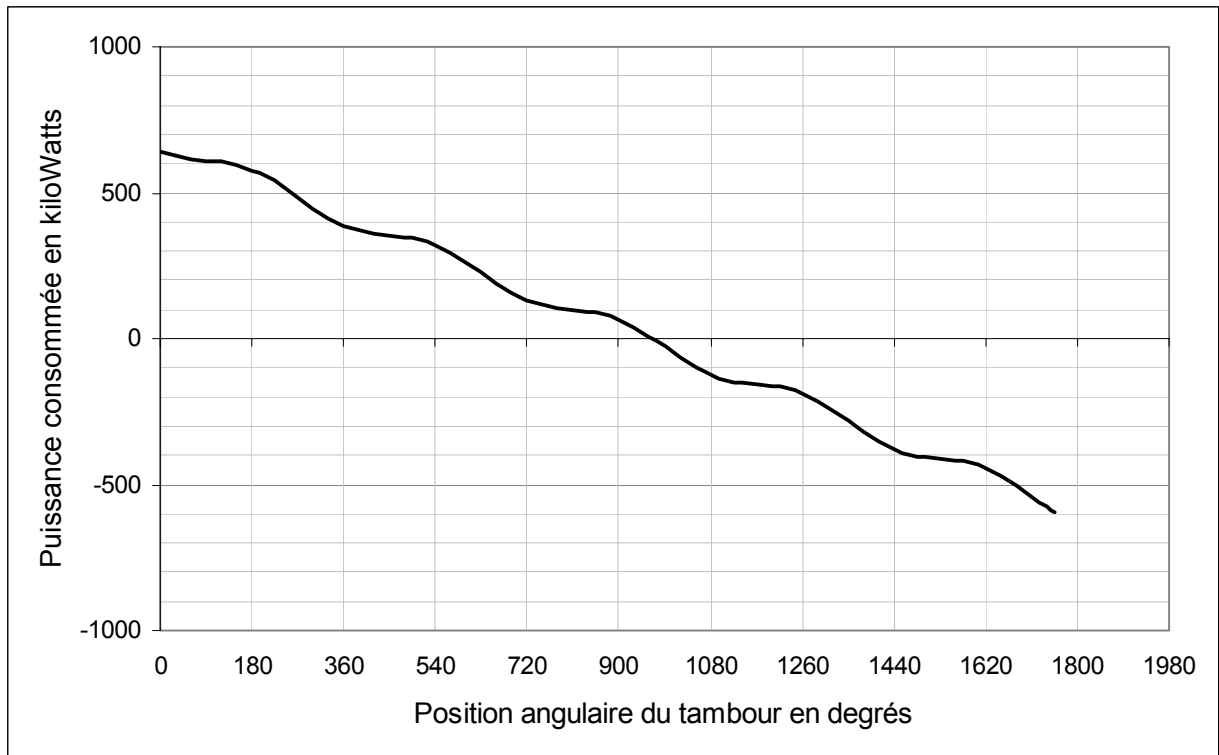


Figure 8. – Simulation de la puissance consommée

On fournit sur la Figure 9 l'allure de la puissance électrique fournie par le réseau Electrabel (fournisseur d'électricité en Belgique) lors d'une manœuvre de descente du bac. La masse des contrepoids équilibre alors à peu près celle du bac.

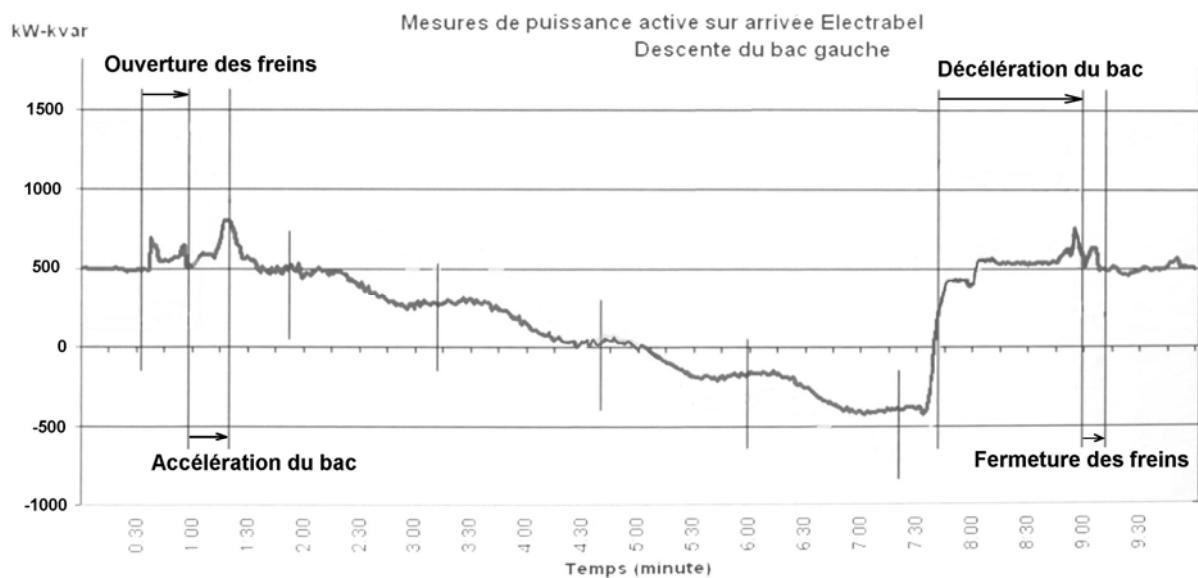


Figure 9. - Relevé de la puissance électrique consommée –

Q20a. A quelle(s) condition(s) peut-on comparer la courbe présentée figure 8 à celle de la figure 9 ?

Q20b. Pourquoi le signe de la puissance change-t-il au cours du cycle ?

Q20c. Expliquer pourquoi, sur les figures, les valeurs de puissance consommée sont un peu différentes.

Q21a. Expliquer l'origine des ondulations observée sur les figures 8 et 9.

Q21b. Proposer une solution qui permettrait d'éliminer la variation cyclique observée.

4.A.2. Sous-fonction : « Contrôler le mouvement vertical du bac »

Le contrôle de la montée du bac met en œuvre une commande des moteurs asynchrones telle que le bac suive au mieux une loi de mouvement (consigne) donnée. Dans cette partie, on ne s'intéressera qu'à la commande du couple moteur au niveau du tambour : on étudiera successivement la définition des états de référence du bac en fonction du temps, la définition des consignes de couple moteur, puis la commande du couple moteur. On étudiera aussi quelques problèmes pratiques de mise en œuvre.

Définition des états de référence

L'état du bac est décrit à chaque instant par la position $x(t)$ (on utilisera aussi le terme *altitude*) et la vitesse $\dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ de son centre de gravité. On rappelle que la montée comprend les phases suivantes :

1. Accélération initiale constante, pendant 25 s, de valeur a_i
2. Vitesse constante de valeur $v = 0.2 \text{ m.s}^{-1}$
3. Décélération finale, constante pendant 25 s, de valeur a_f

En fin de translation, le bac est maintenu à l'arrêt (vitesse nulle) avec la charge toujours suspendue aux câbles, ceci afin de permettre les diverses manoeuvre d'accostage (application des freins mécaniques, mise en place des dispositifs de calage).

L'état de référence du bac est défini à l'instant initial $t_i = 0 \text{ s}$, par l'altitude initiale $x(0) = 0 \text{ m}$, et la vitesse initiale $\dot{x}(0) = 0 \text{ m.s}^{-1}$. A l'instant final t_f il est défini par l'altitude finale $x(t_f) = 73,15 \text{ m}$, et la vitesse finale $\dot{x}(t_f) = 0 \text{ m.s}^{-1}$.

Q22. Donner les équations du mouvement dans les différentes phases de la montée. Donner les valeurs des accélérations initiale (a_i) et finale (a_f), les instants t_1 et t_2 et les altitudes théoriques $x(t_1)$ et $x(t_2)$ des commutations d'une phase à l'autre, ainsi que la durée totale théorique d'une opération de montée. On répondra dans des tableaux que l'on complètera, sur le modèle suivant :

Phase de la montée	Accélération	Equation du mouvement
Phase 1 : accélération constante	$a_i =$	
Phase 2 : vitesse constante		
Phase 3 : décélération constante	$a_f =$	

	Initial	Fin de phase 1	Fin de phase 2	Fin de montée
Temps t	$t_i = 0$ s	$t_1 = 25$ s	$t_2 =$	$t_f =$
Altitude $x(t)$	$x(t_i) = 0$ m	$x(t_1) =$	$x(t_2) =$	$x(t_f) = 73,15$ m
Vitesse $\dot{x}(t)$	$\dot{x}(t_i) = 0$ m.s ⁻¹	$\dot{x}(t_1) = 0,2$ m.s ⁻¹	$\dot{x}(t_2) = 0,2$ m.s ⁻¹	$\dot{x}(t_f) = 0$ m.s ⁻¹

Note importante : A partir de maintenant on négligera la masse m_A des arrêts de câble (sauf à la dernière question **Q32**).

Q23a. En négligeant la masse des câbles, écrire les conditions d'équilibre statique (sur le tambour) à une altitude donnée x^* . Calculer le couple moteur c_{mot}^* qui permet d'obtenir cet équilibre, en fonction des masses du bac et du contrepoids. Donner sa valeur lorsque les masses du bac et du contrepoids s'équilibrent parfaitement.

Q23b. On veut savoir ce qui se passe lorsque l'on applique toujours le couple c_{mot}^* , alors que le bac n'est pas dans la position x^* . On est donc amené à étudier la stabilité de l'équilibre précédent. On appelle $x(0) = x^* + \Delta x(0)$ la position initiale du bac (différente de x^*) et on appelle $\dot{x}(0) = \dot{x}^* + \Delta \dot{x}(0)$ sa vitesse initiale, éventuellement différente de zéro. Ecrire l'équation différentielle qui régit les écarts $\Delta x(t)$ et la résoudre pour les conditions initiales $\Delta x(0)$ et $\Delta \dot{x}(0)$. Que peut-on dire de l'équilibre en fonction de la valeur initiale $\Delta \dot{x}(0)$?

Q23c. Reprendre les questions **Q23a** et **Q23b** en ne négligeant pas la masse des câbles. On donnera pour chaque résultat sa forme analytique, en fonction de x^* et des différents paramètres du problème, puis on fera une application numérique dans le cas où la masse du contrepoids équilibre parfaitement celle du bac et où $c_{mot}^* = 624000 N.m$.

Q23d. Calculer la valeur numérique du couple de maintien de la charge nécessaire en fin de translation avant application des freins et verrouillage des calages, si la masse du contrepoids équilibre parfaitement celle du bac.

Définition des consignes de couple moteur

Pour suivre la position de référence en fonction du temps, la commande est organisée en deux niveaux : le niveau supérieur calcule à tout instant une consigne de couple moteur, et le niveau inférieur pilote les moteurs afin de suivre au mieux cette consigne. Nous allons étudier dans cette partie la génération des consignes de couple moteur, et leur calcul pratique compte-tenu des incertitudes sur les mesures et les paramètres du système.

On considère l'évolution du système sur un intervalle de temps donné ΔT .

Q24a. Donner l'équation différentielle qui régit le mouvement du bac lorsque le couple moteur évolue sur l'intervalle ΔT selon la loi suivante :

$$\text{Loi}_1 : c_{mot}(x(t)) = \frac{J_{Eq}}{R} a + 624 \cdot 10^3 - gR[2\rho x(t) + m_P - m_B - \rho D]$$

où a est une constante donnée et ρ est la masse linéique du méga-câble équivalent. Dans quelle phase de montée faudrait-il appliquer cette loi de commande ?

Q24b. Mêmes questions avec la loi :

$$\text{Loi}_2 : c_{mot}(x(t)) = 624 \cdot 10^3 - gR[2\rho x(t) + m_p - m_B - \rho D]$$

Q24c. Quelle loi de commande faudrait-il appliquer en phase 3 ?

Le calcul de la consigne de couple moteur, par la Loi_1 ou la Loi_2, est réalisé en pratique par un algorithme implanté dans un calculateur industriel. La programmation de cet algorithme nécessite la connaissance de divers paramètres :

- La masse linéique du méga-câble ρ , et les caractéristiques géométriques donnant D , R et J_{Eq} sont connues avec une bonne précision. Leurs valeurs peuvent donc être utilisées directement,
- La masse réelle du contrepoids m_p n'est pas connue avec précision (elle est difficile à mesurer, compte-tenu de sa valeur très importante), on ne pourra donc utiliser qu'une valeur estimée, que l'on note \hat{m}_p ,
- La masse réelle du bac m_B n'est pas connue avec précision car elle dépend du niveau d'eau variable dans le canal aval, on ne pourra donc utiliser qu'une valeur estimée, que l'on note \hat{m}_B ,
- La position $x(t)$ du bac est mesurée par un capteur de position. On note $\hat{x}(t)$ l'image de la position réelle $x(t)$, disponible en sortie de ce capteur. Cette valeur peut être imprécise, sujette à des erreurs de mesure aléatoires, ou à des dysfonctionnements du capteur.

Q25a. Compte-tenu de ce qui précède, donner les expressions des lois de commande Loi_1 et Loi_2 réalisées en pratique par l'algorithme de calcul de la consigne de couple moteur.

Même si le niveau de commande inférieur pilotait les moteurs de façon parfaite (c'est-à-dire si le couple réellement appliqué était bien le couple demandé par les lois de commande), le fait que ces lois sont élaborées de façon imparfaite (paramètres imprécis, mesures imprécises et quelquefois défailtantes) conduirait à des erreurs. En supposant un pilotage des moteurs parfait, nous allons à présent analyser ces erreurs et quelques moyens possibles pour en réduire les effets.

Q25b. On suppose d'abord que le capteur de position est parfait, c'est-à-dire que l'on a toujours $\hat{x}(t) = x(t)$. Calculer l'erreur absolue sur l'accélération et la vitesse du bac, qui résulte des erreurs d'estimation des masses $m_p - \hat{m}_p$ et $m_B - \hat{m}_B$:

- lorsque l'on applique la Loi_1
- lorsque l'on applique la Loi_2.

Dans le cas où l'une des erreurs ne serait pas constante, on calculera sa valeur maximale sur un intervalle de temps ΔT .

Q25c. Quel est l'effet supplémentaire d'une erreur constante, modélisée par $\hat{x}(t) = x(t) + e$, sur la mesure de position. On rappelle que $\hat{x}(t)$ est la valeur fournie par le capteur, $x(t)$ est la valeur réelle, et e est donc l'erreur de mesure.

Pour essayer de diminuer l'erreur sur l'estimation de la position du bac, et tenir compte de dysfonctionnements toujours possibles, on va en fait utiliser un ensemble de quatre capteurs redondants (c'est-à-dire que nous avons 4 mesures de la même grandeur). Ces capteurs sont numérotés de 1 à 4, et les 4 estimations sont notées $\hat{x}_i(t) = x(t) + e_i$, $i = 1, 2, 3, 4$.

Remarque : Dans le système réel, chacun de ces capteurs est monté sur un coin du bac, et ils sont utilisés d'une part pour estimer l'altitude du centre de gravité et d'autre part pour surveiller l'assiette (c'est-à-dire l'horizontalité) du bac. Dans la version simplifiée de notre problème, nous ne sommes pas concernés par l'assiette que l'on supposera toujours horizontale. Les questions qui suivent se rapportent donc uniquement à l'utilisation de capteurs redondants pour estimer une seule grandeur physique (l'altitude du centre de gravité du bac) avec une meilleure précision et une meilleure fiabilité.

Dans ce qui suit, on suppose que l'erreur de mesure maximale d'un capteur en bon fonctionnement est connue, c'est à dire que l'on a :

$$\text{Capteur n}^\circ i \text{ normal} \Rightarrow e_i \in [\text{borne_min}_i, \text{borne_max}_i]$$

où borne_min_i et borne_max_i sont des constantes connues qui caractérisent chacun des capteurs.

Q26a. Une première possibilité est d'estimer la position du bac par la moyenne des quatre mesures. Calculer la précision relative obtenue en faisant de la sorte, et montrer que celle-ci est forcément pire que la précision relative du meilleur des quatre capteurs.

Cette approche a le mérite de la simplicité, cependant il est difficile de détecter la défaillance de l'un des capteurs, puisque celle-ci peut parfaitement être « cachée » dans le processus de moyennage. Une autre approche consiste à définir un domaine associé à chaque image, qui donne les valeurs possibles de la grandeur réelle. Pour analyser cette approche, on note X_i l'intervalle d'incertitude :

$$X_i = [\hat{x}_i - \text{borne_max}_i, \hat{x}_i - \text{borne_min}_i]$$

Q26b. Montrer que la vraie valeur x appartient forcément à l'intervalle X_i si le capteur n°i fonctionne correctement (c'est-à-dire si son erreur est bien comprise dans l'intervalle $\text{borne_min}_i, \text{borne_max}_i$). En déduire une condition nécessaire vérifiée lorsque les quatre capteurs fonctionnent correctement.

Q26c. En déduire une condition suffisante qui permet de détecter la défaillance d'un (ou plusieurs) capteur(s). Etudier les différents cas de figure qui peuvent se produire, et en déduire le nombre de défaillances simultanées détectables. Y a-t-il des cas dans lesquels on ne peut pas conclure ?

Q26d. Pour simplifier, on ne considère que les capteurs n°1 et n°2, et on suppose que $X_1 \cap X_2$ n'est pas vide (on dit que les deux mesures sont « consistantes »). Calculer l'intervalle d'incertitude sur la grandeur mesurée et montrer qu'il est plus petit que le plus petit des intervalles associés à chaque capteur. Proposer une façon d'estimer la grandeur mesurée $\hat{x}(t)$ à partir de deux mesures consistantes $\hat{x}_1(t)$ et $\hat{x}_2(t)$. Quelle est alors l'incertitude résiduelle ? Application numérique pour le cas suivant où les deux mesures ont été effectuées à $t = 10s$:

$$\text{borne}_{-}\text{min}_1 = \text{borne}_{-}\text{min}_2 = -1\text{cm}$$

$$\text{borne}_{-}\text{max}_1 = \text{borne}_{-}\text{max}_2 = 1\text{cm}$$

$$\hat{x}_1(10) = 0,43\text{m}$$

$$\hat{x}_2(10) = 0,42\text{m}$$

Estimation de la différence des masses du bac et du contrepoids

Q27a. En se plaçant dans les conditions de la question **Q25b** (pas d'erreur de mesure, le couple réellement appliqué est le couple demandé), calculer l'écart entre la position réelle du bac et sa position prévue à l'issue des dix premières secondes de la phase 1, en fonction des différences entre les masses réelles et les masses estimées $m_p - \hat{m}_p$ et $m_B - \hat{m}_B$.

Q27b. Montrer que la connaissance de la position réelle du bac à un instant quelconque (on prendra $t = 10$ s) peut être utilisée pour calculer l'erreur sur la quantité $m_p - m_B$ et donc la compenser dans les phases de commande ultérieures. Cette compensation peut-elle être parfaite si on ne connaît pas la position réelle du bac mais seulement une estimation de cette position ?

Q27c. On utilise la mesure effectuée à $t = 10$ s pour corriger l'estimation $\hat{m}_p - \hat{m}_B$ de la différence de masse $m_p - m_B$ (pour simplifier, on ne considère que deux capteurs dont les mesures sont celles données à la question **Q26d**). Donner la valeur compensée de l'estimation $\hat{m}_p - \hat{m}_B$ en utilisant l'estimation $\hat{x}(10)$ calculée en **Q26d**, puis donner un encadrement de l'erreur commise à cause de l'incertitude résiduelle sur la valeur de $x(10)$.

Q27d. On se trouve dans une situation où la différence réelle des masses est $m_p - m_B = 5000$ kg. Comme on ne la connaît pas, on fait au départ l'hypothèse que les masses du bac et du contrepoids s'équilibrent, cette hypothèse se traduit donc par $\hat{m}_p - \hat{m}_B = 0$. En négligeant l'effet des erreurs de mesure, calculer l'erreur relative sur la vitesse en fin de phase 1 dans les deux cas suivants :

1) on applique la Loi_1 pendant les 25 secondes de la phase 1 sans réviser l'hypothèse de départ $\hat{m}_p - \hat{m}_B = 0$,

2) on applique la Loi_1 avec l'hypothèse $\hat{m}_p - \hat{m}_B = 0$ pendant les 10 premières secondes, puis pendant les 15 secondes restantes, on applique la Loi_1 avec l'estimation de $\hat{m}_p - \hat{m}_B$ résultant des mesures données en **Q26d**.

Modélisation du moteur

La consigne de couple moteur étant calculée à tout instant, comme on l'a vu, par le niveau supérieur, il convient maintenant de piloter les moteurs, au niveau de commande inférieur, afin de suivre au mieux cette consigne (l'hypothèse de pilotage parfait adoptée aux questions précédentes est évidemment irréalisable).

La modélisation et la commande des moteurs asynchrones qui créent le mouvement vertical du bac étant très complexes, on travaillera dans la suite du problème sur un modèle de méga-moteur équivalent (hypothétique) à courant continu, entraînant directement l'axe du tambour. On suppose que dans les différents régimes de fonctionnement considérés

(accélération, décélération, vitesse constante), le comportement linéarisé du méga-moteur reste toujours décrit par les équations suivantes :

$$\text{Equation électrique : } u(t) = k_r i(t) + e_m(t) + k_l \frac{di(t)}{dt}$$

$$\text{Equation de couplage tension – vitesse : } e_m(t) = k_e \omega(t)$$

$$\text{Equation de couplage couple – intensité : } c_{mot}(t) = k_i i(t)$$

Avec les variables :

$u(t)$ tension d'alimentation du moteur

$i(t)$ intensité dans l'induit du moteur

$e_m(t)$ force électromotrice du bobinage

$\theta(t)$ position angulaire du rotor (c'est-à-dire de l'arbre de sortie)

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$$

$c_{mot}(t)$ couple fourni par le moteur

et les paramètres :

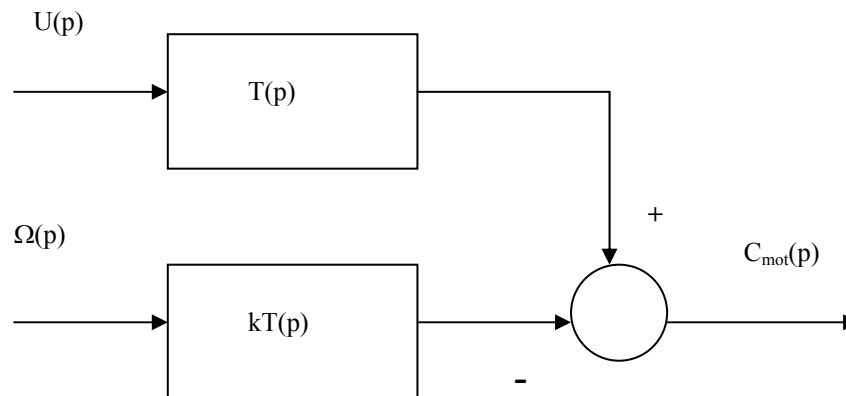
k_r résistance d'induit

k_l inductance d'induit

k_i constante de couplage mécanique

k_e constante de couplage électromoteur

Q28. Décrire le fonctionnement du moteur par un schéma-bloc de la forme ci-dessous, en supposant les conditions initiales nulles (les transformées de Laplace sont en lettres majuscules, et p désigne la variable de Laplace). Donner les expressions de la transmittance $T(p)$ et du gain k .



Q29. La résistance et l'inductance de l'induit valent respectivement $k_r = 2,35 \Omega$ et $k_l = 0,8 \text{ H}$. Les données nominales du moteur sont les suivantes

Tension	Intensité	Couple moteur	Vitesse de rotation
1000 V	420 A	19320 N.m	985 tours.min ⁻¹

En déduire la valeur des coefficients k_e et k_t .

Commande du moteur

On appelle $c_{mot}^*(t)$ la consigne de couple moteur définie par le niveau supérieur, et $c_{mot}(t)$ le couple moteur réel. On suppose que celui-ci est mesuré par un capteur qui en donne une image $\hat{c}_{mot}(t) = k_c c_{mot}(t)$. De même, la vitesse de rotation $\omega(t)$ est mesurée, et le capteur en donne une image $\hat{\omega}(t) = k_\omega \omega(t)$. Les deux gains k_c et k_ω sont connus.

Q30a. La Figure 10 illustre un schéma de régulation de couple moteur qui implémente la loi de commande $U(p) = G_c(p) (C_{mot}^*(p) - \hat{C}_{mot}(p)) + G_\omega(p) \hat{\Omega}(p)$ où $G_c(p)$ et $G_\omega(p)$ sont deux fonctions de transfert que l'on cherche à déterminer. Montrer que cette loi de commande produit le résultat $C_{mot}(p) = H_c(p) C_{mot}^*(p) + H_\omega(p) \Omega(p)$ et donner l'expression des fonctions de transfert $H_c(p)$ et $H_\omega(p)$ en fonction de $G_c(p)$ et $G_\omega(p)$.

Q30b. Montrer que l'on peut choisir $G_\omega(p)$ de façon à annuler $H_\omega(p)$.

Q31a. Avec ce choix de $G_\omega(p)$, et en supposant le capteur de couple parfait ($k_c = 1$) on étudie les performances d'une commande proportionnelle et intégrale $G_c(p) = A + \frac{B}{p}$.

Mettre $H_c(p)$ sous forme canonique $H_c(p) = \frac{K(1 + \tau p)}{1 + ap + bp^2}$ et calculer les différentes constantes K, τ, a et b en fonction de A et B . Application numérique, avec les valeurs de k_t, k_r et k_l .

ANNEXE : décomposition fonctionnelle de la fonction de service FS1 de l'ascenseur funiculaire

