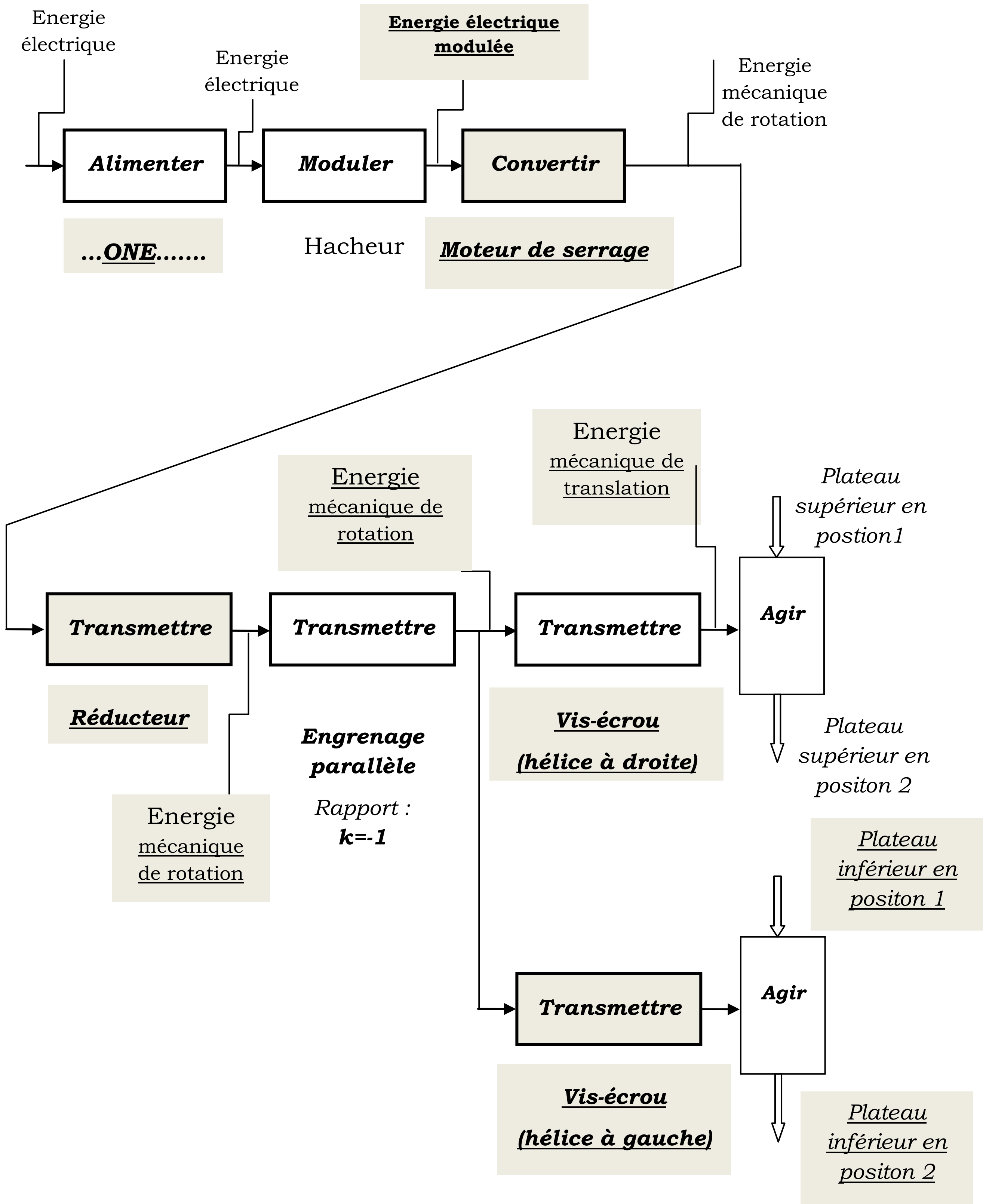
MELANGEUR DE PEINTURE BI-AXIAL

***Partie I* : Partie préliminaire notée : 4 points sur 20.**

Q1. *A partir de la description ci-dessus, du diagramme de contexte (**figure 1**), et du diagramme BDD (**figure 3**), Compléter, sur le document réponses **DR1**, le diagramme correspondant à la chaîne d'énergie de l'unité de serrage.*



Q2. *Ecrire au point O_2 le torseur cinématique $\{\vartheta(12/0)\}_{O_2}$,puis au point N_1 les torseurs cinématiques suivants :* $\{\vartheta(12/0)\}_{N_1}$ *et* $\{\vartheta(\mathrm{Ei}/0)\}_{N_1}$.

La liaison $L_{12\text{-}0}$: pivot d'axe $(O_2,\vec{y}_0)$ $\Rightarrow$ $\{\vartheta(12/0)\}_{O_2}=\begin{Bmatrix}\vec{\Omega}(12/0)\\ \vec{V}(O_2\in 12/0)\end{Bmatrix}_{O_2}=\begin{Bmatrix}\omega_{12}.\vec{y}_0\\ \vec{0}\end{Bmatrix}_{O_2}$.

$$\vec{V}(N_1\in 12/0)=\vec{V}(O_2\in 12/0)+\underbrace{\vec{\Omega}(12/0)\wedge\overrightarrow{O_2N_1}}_{=\vec{0}}\ \Rightarrow\ \{\vartheta(12/0)\}_{N_1}=\begin{Bmatrix}\vec{\Omega}(12/0)\\ \vec{V}(N_1\in 12/0)\end{Bmatrix}_{N_1}=\begin{Bmatrix}\omega_{12}.\vec{y}_0\\ \vec{0}\end{Bmatrix}_{N1}.$$

La liaison $L_{Ei\text{-}0}$: Glissière d'axe $(\vec{y}_0)$.

$$\vec{V}(N_1\in E_i/0)=\left[\frac{d\overrightarrow{O_0N_1}}{dt}\right]_{R_0}=-\dot{y}.\vec{y}_0\ \Rightarrow\ \{\vartheta(E_i/0)\}_{N_1}=\begin{Bmatrix}\vec{\Omega}(E_i/0)\\ \vec{V}(N_1\in E_i/0)\end{Bmatrix}_{N_1}=\begin{Bmatrix}\vec{0}\\ -\dot{y}.\vec{y}_0\end{Bmatrix}_{N1}.$$

Q3. *En déduire, au point N_1, le torseur cinématique* $\{\vartheta(\mathrm{Ei}/12)\}_{N_1}$ *en fonction de* ω_{12} *et* p *puis en fonction de* ω_{ms}, r et p.

$$\{\vartheta(E_i/12)\}_{N_1}=\begin{Bmatrix}\vec{\Omega}(E_i/12)\\ \vec{V}(N_1\in E_i/12)\end{Bmatrix}_{N_1},\ \text{avec } \vec{\Omega}(E_i/12)=\vec{\Omega}(E_i/0)-\vec{\Omega}(12/0)=-\omega_{12}.\vec{y}_0.$$

La liaison $L_{12\text{-}Ei}$: hélicoïdale à gauche d'axe $(N_1,\vec{y}_0)$

$$\Rightarrow\ \vec{V}(N_1\in E_i/12)=-\frac{p}{2\pi}\vec{\Omega}(E_i/12)=-\frac{p}{2\pi}\left[\underbrace{\vec{\Omega}(E_i/0)}_{=\vec{0}}-\vec{\Omega}(12/0)\right]=\frac{p}{2\pi}\vec{\Omega}(12/0)=\frac{p}{2\pi}\omega_{12}\vec{y}_0$$

On a : $\omega_{12}=k.r.\omega_{ms}=-r.\omega_{ms}\ \Rightarrow\ \vec{V}(N_1\in E_i/12)=-\frac{p}{2\pi}.r.\omega_{ms}\vec{y}_0$ et $\vec{\Omega}(E_i/12)=r.\omega_{ms}\vec{y}_0$.

$$\Rightarrow\ \{\vartheta(E_i/12)\}_{N_1}=\begin{Bmatrix}r.\omega_{ms}.\vec{y}_0\\ -\frac{p}{2\pi}.r.\omega_{ms}.\vec{y}_0\end{Bmatrix}_{N_1}$$

Q4. *En déduire, au point N_2, le torseur cinématique* $\{\vartheta(\mathrm{Es}/12)\}_{N_2}$ *en fonction de* ω_{ms}, r et p.

$$\{\vartheta(E_S/12)\}_{N_1}=\begin{Bmatrix}r.\omega_{ms}.\vec{y}_0\\ \frac{p}{2\pi}.r.\omega_{ms}.\vec{y}_0\end{Bmatrix}_{N_2}$$

Q5. *En déduire les expressions algébriques des vitesses de translation* v_{Es} *et* v_{Ei} *des ensemble* Es *et* Ei *en fonction de* ω_{ms}, r et p.

$$\boxed{v_{Es}=-v_{Ei}=\frac{p}{2\pi}.r.\omega_{ms}}$$

***Q6.** Donner la forme des torseurs des actions mécaniques des liaisons indiquées dans le tableau du document réponses **DR2**.*

Liaisons	Torseurs des actions mécaniques transmissibles dans la base $(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$	Liaisons	Torseurs des actions mécaniques transmissibles dans la base $(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$
L 0-12	$\{\tau(0\to 12)\}=\begin{Bmatrix} X_{0-12} & L_{0-12} \\ Y_{0-12} & 0 \\ Z_{0-12} & N_{0-12}\end{Bmatrix}_{O_2}$	L 0-7	$\{\tau(0\to 7)\}=\begin{Bmatrix} X_{0-7} & L_{0-7} \\ 0 & M_{0-7} \\ Z_{0-7} & N_{0-7}\end{Bmatrix}_{O_0}$
L 12-8	$\{\tau(12\to 8)\}=\begin{Bmatrix} X_{12-8} & L_{12-8} \\ Y_{12-8} & \frac{p}{2\pi}Y_{12-8} \\ Z_{12-8} & N_{12-8}\end{Bmatrix}_{N_1}$	L 7-6	$\{\tau(7\to 6)\}=\begin{Bmatrix} X_{7-6} & L_{7-6} \\ Y_{7-6} & 0 \\ Z_{7-6} & N_{7-6}\end{Bmatrix}_{H}$
L 12-7	$\{\tau(12\to 7)\}=\begin{Bmatrix} X_{12-7} & L_{12-7} \\ Y_{12-7} & \frac{-p}{2\pi}Y_{12-7} \\ Z_{12-7} & N_{12-7}\end{Bmatrix}_{N_2}$	L Ps -6	$\{\tau(6\to Ps)\}=\begin{Bmatrix} X_{6-P_S} & 0 \\ Y_{6-P_S} & M_{6-P_S} \\ Z_{6-P_S} & 0\end{Bmatrix}_{C}$

***Q7.** Déterminer l'équation scalaire issue de l'application du théorème de la résultante statique à l'ensemble Es (7+6+Ps) en projection sur $\vec{y}_0$. Déduire l'équation scalaire issue de l'application du théorème de la résultante statique à l'ensemble Ei (8+Pi) en projection sur $\vec{y}_0$.*

- Théorème de la résultante statique appliqué à (Es) en projection sur $\vec{y}_0$:

$$\vec{y}_0.\vec{R}\left(\bar{E}_S\to E_S\right)=\vec{y}_0.\vec{R}\left(2\to P_S\right)+\vec{y}_0.\vec{R}\left(12\to 7\right)+\underbrace{\vec{y}_0.\vec{R}\left(0\to 7\right)}_{=0}=0 \quad\Rightarrow\quad \mathrm{N_S}+Y_{12-7}=0 \qquad (1)$$

- Théorème de la résultante statique appliqué à (Ei) en projection sur $\vec{y}_0$:

$$\vec{y}_0.\vec{R}\left(\bar{E}_i\to E\right)=\vec{y}_0.\vec{R}\left(2\to P_i\right)+\vec{y}_0.\vec{R}\left(12\to 8\right)+\underbrace{\vec{y}_0.\vec{R}\left(0\to 8\right)}_{=0}=0 \quad\Rightarrow\quad -\mathrm{N_i}+Y_{12-8}=0 \qquad (2)$$

***Q8.** Isoler le pot (2), puis déterminer l'expression de l'effort N_i en fonction de M, g et N_S.*

- Théorème de la résultante statique appliqué à (2) en projection sur $\vec{y}_0$:

$$-\mathrm{N_S}+\mathrm{N_i}-\mathrm{Mg}=0 \quad\Rightarrow\quad \boxed{\mathrm{N_i}=\mathrm{N_S}+\mathrm{Mg}} \qquad (3)$$

> ***Q9.*** *En appliquant le théorème du moment statique à la vis (12) en O_2 en projection sur $\vec{y}_0$, déterminer l'expression du couple de freinage C_f en fonction de p, M, g et N_s.*

Théorème du moment statique appliqué à la vis (12) en O_2 en projection sur $\vec{y}_0$:

$$\vec{y}_0.\vec{M}_{O2}\left(\overline{12}\rightarrow 12\right)=\underbrace{\vec{y}_0.\vec{M}_{O2}\left(frein\rightarrow 12\right)}_{-C_f}+\vec{y}_0.\vec{M}_{O2}\left(7\rightarrow 12\right)+\vec{y}_0.\vec{M}_{O2}\left(8\rightarrow 12\right)+\underbrace{\vec{y}_0.\vec{M}_{O2}\left(0\rightarrow 12\right)}_{=0}=0.$$

On a : $\vec{y}_0.\vec{M}_{O2}\left(7\rightarrow 12\right)=\vec{y}_0.\vec{M}_{N2}\left(7\rightarrow 12\right)+\underbrace{\left[\overrightarrow{O_2N_2}\wedge\vec{R}\left(7\rightarrow 12\right)\right].\vec{y}_0}_{=0}=p\dfrac{Y_{12-7}}{2\pi}$;

De même : $\vec{y}_0.\vec{M}_{O2}\left(8\rightarrow 12\right)=-p\dfrac{Y_{12-8}}{2\pi}$ $\Rightarrow$ $-C_f+p\dfrac{Y_{12-7}}{2\pi}-p\dfrac{Y_{12-8}}{2\pi}=0$;

(1) et (2) $\Rightarrow$ $C_f=-p\dfrac{Ns}{2\pi}-p\dfrac{Ni}{2\pi}$; (3) $\Rightarrow$ $\boxed{C_f=-\dfrac{p}{2\pi}(2Ns+Mg)}$

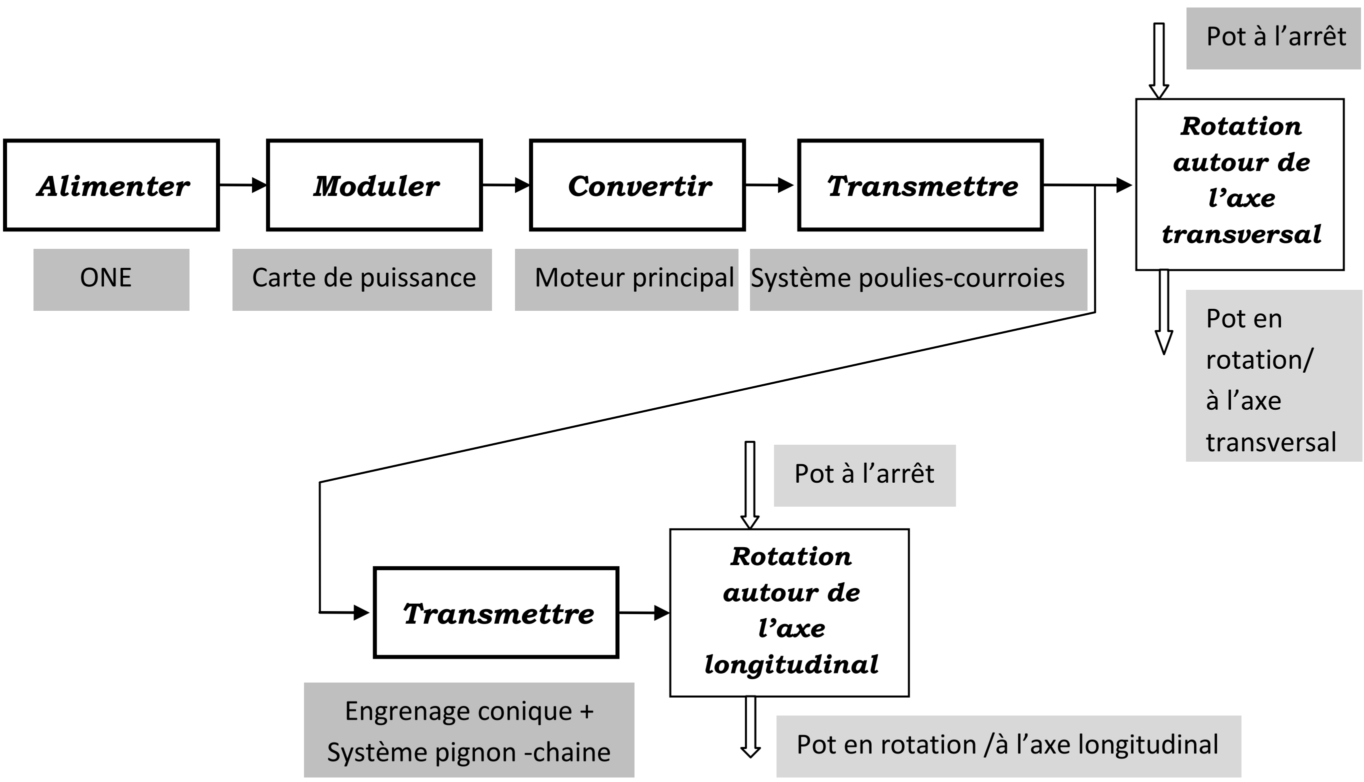
> ***Q10.*** *Faire l'application numérique. Le maintien du freinage est-il assuré ?*

Au niveau du réducteur : $C_f=-\dfrac{5}{2\pi}(2\times 450+40\times 10)=-1034,5(\text{Nmm})$

Au niveau du moteur : $C_{fmot}=k.r.C_f=-r.C_f=(-0,2).(-1034,5)$ $\Rightarrow$ $C_{fmot}=206,9(\text{Nmm})$

C_{fmot} < 300Nmm, donc le maintien de freinage est assuré.

> ***Q11.*** *A partir du diagramme de contexte (**figure 1**) et du diagramme BDD (**figure 3**) ; Compléter, sur document réponses **DR2**, le diagramme correspondant à la chaîne d'énergie de l'unité de rotation.*



Partie II: Etude cinématique et dynamique de l'unité de rotation

Q12. *Ecrire au point O les torseurs cinématiques suivants* $\{\vartheta(2/4)\}_O$, $\{\vartheta(4/0)\}_O$ *et* $\{\vartheta(2/0)\}_O$.

$$\{\vartheta(2/4)\}_O = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(2/4) \\ \vec{V}(O\in 2/4) \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_2.\vec{y}_4 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O \quad ; \quad \{\vartheta(4/0)\}_O = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(4/0) \\ \vec{V}(O\in 4/0) \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_4.\vec{x}_4 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$$

$$\{\vartheta(2/0)\}_O = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(2/4) \\ \vec{V}(O\in 2/4) \end{Bmatrix}_O + \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(4/0) \\ \vec{V}(O\in 4/0) \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_4.\vec{x}_4+\dot{\theta}_2.\vec{y}_4 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$$

Q13. *Déterminer la matrice d'inertie du pot 2 en O dans la base* $(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$.

$\bar{\bar{I}}_O(2)=\bar{\bar{I}}_{G_2}(2)+\bar{\bar{I}}_O(G_2,M)$ et on a : $\overrightarrow{OG_2}=\begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)} \Rightarrow \bar{\bar{I}}_O(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2+Ma^2 & 0 \\ 0 & 0 & A_2+Ma^2 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)}$.

Q14. *Déterminer le moment cinétique, au point O, du pot (2) dans son mouvement par rapport au repère* R_0 : $\vec{\sigma}(O,2/R_0)$.

$$\vec{\sigma}(O,2/0)=\bar{\bar{I}}(O,2).\vec{\Omega}(2/0)=\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)} . \begin{pmatrix} \dot{\theta}_4\cos\theta_2 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_4\sin\theta_2 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)} = \begin{pmatrix} A\dot{\theta}_4\cos\theta_2 \\ B\dot{\theta}_2 \\ C\dot{\theta}_4\sin\theta_2 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)}.$$

Q15. *Déterminer la projection sur* $\vec{x}_0$ *du moment dynamique, au point O, du pot (2) dans son mouvement par rapport au repère* R_0 : $\vec{x}_0.\vec{\delta}(O,2/R_0)$.

$$\vec{x}_0.\vec{\delta}(O,2/R_0)=\left[\frac{d(\vec{x}_0.\vec{\sigma}(O,2/0))}{dt}\right]_{R_0}=\left[\frac{d(A\dot{\theta}_4\cos^2\theta_2+C\dot{\theta}_4\sin^2\theta_2)}{dt}\right]_{R_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{x}_0.\vec{\delta}(O,2/R_0)=\ddot{\theta}_4(A\cos^2\theta_2+C\sin^2\theta_2)+\dot{\theta}_4\dot{\theta}_2(C-A)\sin(2\theta_2)}$$

Q16. *Donner la projection sur* $\vec{x}_0$ *du moment dynamique, au point O, du moyeu (4) dans son mouvement par rapport au repère* R_0 : $\vec{x}_0.\vec{\delta}(O,4/R_0)$.

$$\vec{x}_0.\vec{\sigma}(O,4/0)=\vec{x}_0.\left\{\bar{\bar{I}}(O,4).\vec{\Omega}(4/0)\right\}=\vec{x}_0.\left\{\begin{pmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_0,\vec{y}_4,\vec{z}_4)} . \begin{pmatrix} \dot{\theta}_4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_0,\vec{y}_4,\vec{z}_4)}\right\}=A_4.\dot{\theta}_4$$

$$\vec{x}_0.\vec{\delta}(O,4/R_0)=\left[\frac{d(\vec{x}_0.\vec{\sigma}(O,4/0))}{dt}\right]_{R_0} \Rightarrow \boxed{\vec{x}_0.\vec{\delta}(O,4/R_0)=A_4\ddot{\theta}_4}$$

> ***Q17.*** *Déterminer, par application du théorème du moment dynamique à l'ensemble* ***E*** *au point O en projection sur* $\vec{x}_0$, *l'expression du couple* C_{m4} *en fonction de* θ_2, θ_4, *leurs dérivées et des données.*

Théorème du moment dynamique appliqué à l'ensemble E au point O en projection/ $\vec{x}_0$:

$$\vec{x}_0.\vec{M}_O\left(\bar{E} \to E\right) = \vec{x}_0.\vec{\delta}(\text{O}, E/R_0)$$

$$\underbrace{\vec{x}_0.\vec{M}_O\left(0 \to 4\right)}_{=0} + \vec{x}_0.\vec{M}_O\left(mot \to 4\right) + \vec{x}_0.\vec{M}_O\left(pes \to E\right) = \vec{x}_0.\vec{\delta}(\text{O}, E/R_0)$$

$$C_{m4} + \vec{x}_0.(a.\vec{x}_2 \wedge -Mg.\vec{y}_0) = \vec{x}_0.(\vec{\delta}(\text{O},4/R_0) + \vec{\delta}(\text{O},2/R_0))$$

$$C_{m4} - Mg.a\sin\theta_2\cos\theta_4 = \ddot{\theta}_4(A\cos^2\theta_2 + C\sin^2\theta_2) + \dot{\theta}_4\dot{\theta}_2(C-A)\sin\left(2\theta_2\right) + A_4\ddot{\theta}_4$$

$$\boxed{C_{m4} = Mg.a.\sin\theta_2.\cos\theta_4 + \ddot{\theta}_4(A_4 + A.\cos^2\theta_2 + C.\sin^2\theta_2) + \dot{\theta}_4.\dot{\theta}_2.(C-A).\sin\left(2\theta_2\right)}$$

> ***Q18.*** *Donner les rapports de réduction* $\boldsymbol{r_1 = \frac{\omega_{31/0}}{\omega_{1/0}}}$ *et* $\boldsymbol{r_2 = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{32/0}}}$ *en fonction des diamètres.*

$$\boldsymbol{r_1 = \frac{\omega_{31/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{D_1}{D_{31}}}\ , \boldsymbol{r_2 = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{32/0}} = \frac{D_{32}}{D_4}}$$

> ***Q19.*** *Déterminer l'énergie cinétique par rapport à* R_0 *de l'ensemble* $\Sigma = \{1,3,4\}$. *En déduire le moment d'inertie équivalent* $\boldsymbol{J_{éq}}$ *ramené sur l'arbre moteur en fonction de* J_1, J_3, J_4, r_1 *et* r_2.

$$T\left(\Sigma/\text{R}_0\right) = T\left(1/\text{R}_0\right) + T\left(3/\text{R}_0\right) + T\left(4/\text{R}_0\right) \qquad T\left(\Sigma/\text{R}_0\right) = \frac{1}{2}.\left(J_1.\omega_1^2 + J_3.\omega_3^2 + J_4.\omega_4^2\right)$$

$$T\left(\Sigma/R_0\right) = \frac{1}{2}.\left(J_1. + J_3.r_1^2 + J_4 r_1^2 r_2^2\right).\omega_1^2 = \frac{1}{2}J_{éq}.\omega_1^2 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{J_{éq} = J_1 + J_3.r_1^2 + J_4.r_1^2.r_2^2}$$

> ***Q20.*** *Appliquer le théorème de l'énergie cinétique et déterminer une expression littérale du couple moteur* C_m *en fonction de* C_{m4}, $J_{éq}$, $\dot{\omega}_m$, r_1 *et* r_2. *En déduire l'expression du couple résistant ramené sur l'arbre moteur :* ***Cr***, *tel que :*
> $Cm(t) - Cr(t) = J_{éq}.\dfrac{d\omega_m(t)}{dt}$ *(1).*

On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble $\Sigma = \{1,3,4\}$:

$$P\left(\bar{\Sigma} \to \Sigma/R_0\right) + \underbrace{P_{\text{int}}(\Sigma)}_{=0 \to \text{liaisons parfaites}} = \frac{d}{dt}T\left(\Sigma/R_0\right)$$

$$P\left(\bar{\Sigma} \to \Sigma / R_0\right) = \underbrace{P\left(0 \xrightarrow{L} \Sigma / R_0\right)}_{\substack{0 \\ \text{liaisons} \\ \text{parfaites}}} + \underbrace{P\left(pes \to \Sigma / R_0\right)}_{\substack{0 \\ \text{équilibage} \\ \text{dunamique}}} + P\left(moteur \to 1/R_0\right) + P\left(récepteur \to 4/R_0\right)$$

$$= C_m.\omega_m - C_{m4}.\omega_4$$

$$C_m.\omega_m - C_{m4}.\omega_4 = J_{éq}.\left(\frac{d\omega_m(t)}{dt}\right).\omega_m \quad \Rightarrow \quad C_m - C_{m4}.r_1.r_2 = J_{éq}.\frac{d\omega_m(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{Cr = C_{m4}.r_1.r_2}$$

Q21. *Donner l'expression du torseur cinématique au point O_0 du mouvement de (2) par rapport à (0) : $\left\{\vartheta(2/0)\right\}_{O_0}$.*

$$\left\{\vartheta(2/0)\right\}_{O_0} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(2/0) \\ \vec{V}\left(O_0 \in 2/0\right) \end{Bmatrix}_{O_0} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_4.\vec{x}_4 + \dot{\theta}_2.\vec{y}_4 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{O_0}.$$

Q22. *Déterminer, en utilisant la condition de roulement sans glissement en M, $\dot{\theta}_2$ en fonction de $\dot{\theta}_4$.*

Roulement sans glissement en M :

$$\vec{V}\left(O_0, 2/0\right) = \vec{V}\left(M, 2/0\right) + \vec{\Omega}\left(2/0\right) \wedge \overrightarrow{MO_0} \quad \Rightarrow \quad \vec{0} = \vec{0} + (\dot{\theta}_4.\vec{x}_4 + \dot{\theta}_2.\vec{y}_4) \wedge (R_2.\vec{x}_4 + 2R_2.\vec{y}_4)$$

$$\Rightarrow \quad 2R_2\,\dot{\theta}_4.\vec{z}_4 - R_2\,\dot{\theta}_2.\vec{z}_4 = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\dot{\theta}_2 = 2\dot{\theta}_4}$$

Q23. *Justifier, en exploitant les schémas cinématiques de la **figure 11** et de **l'annexe 1**, l'intérêt de la liaison glissière entre (5) et (2). En déduire la vitesse de rotation $\vec{\Omega}_{5/0}$.*

La liaison glissière entre 5 et 2 permet la transmission du mouvement de rotation de l'arbre (2) au pignon (5) tout en gardant la translation du plateau supérieur par rapport à l'axe d'entrée du mouvement longitudinal (4).

$$\vec{\Omega}(5/0) = \underbrace{\vec{\Omega}(5/2)}_{=\vec{0}} + \vec{\Omega}(2/0) = \vec{\Omega}(2/0) \quad \Rightarrow \quad \vec{\Omega}(5/0) = \vec{\Omega}(2/0) = \dot{\theta}_4.\vec{x}_4 + \dot{\theta}_2.\vec{y}_4$$

Q24. *Donner le rapport des vitesses $\frac{\omega_{6/0}}{\omega_{2/0}}$, puis déduire la relation entre la vitesse de rotation autour de l'axe longitudinal $\omega_{6/0}$ et celle autour de l'axe transversal $\omega_{4/0}$. Conclure vis-à-vis de l'exigence « Id :1.3.2.2 ».*

$$\frac{\omega_{6/0}}{\omega_{2/0}} = \frac{\omega_{6/0}}{\omega_{5/0}} = \frac{R_5}{R_6} = 1 \Rightarrow \omega_{6/0} = \omega_{2/0}$$

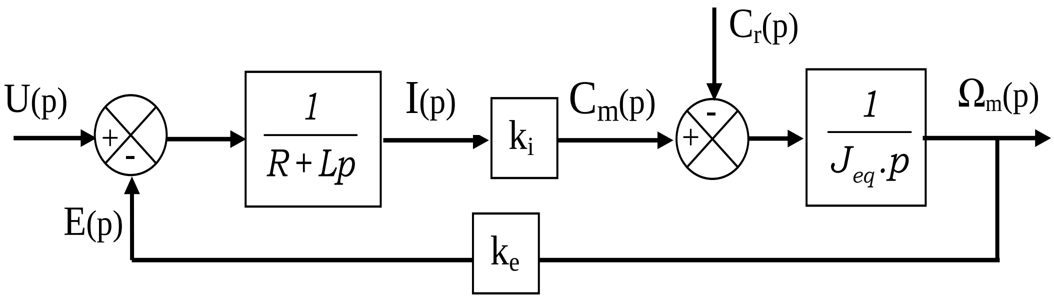
D'après la question 22: $\dot{\theta}_2 = 2\dot{\theta}_4 \Rightarrow \omega_{2/0} = 2\omega_{4/0} \Rightarrow$ $\boxed{\omega_{6/0} = 2\omega_{4/0}}$

l'exigence « Id :1.3.2.2 » est vérifiée

<u>Partie III</u>: *Etude de l'asservissement en vitesse du mouvement autour de l'axe transversal*

> ***Q25.*** *En considérant que toutes les conditions initiales sont nulles, donner les quatre équations précédentes dans le domaine de Laplace, puis compléter le schéma bloc du document réponses **DR3.***

$$Cm(p) - Cr(p) = J_{éq}.p\Omega_m(p) \qquad (1)$$
$$U(p) = (R + Lp)I(p) + E(p) \qquad (2)$$
$$Cm(p) = k_i I(p) \qquad (3)$$
$$E(p) = k_e \Omega_m(p) \qquad (4)$$



> ***Q26.*** *Déterminer les fonctions de transfert $A_1(p)$ et $A_2(p)$. En déduire les expressions des gains statiques K_1 et K_2, de la constante du temps τ, du facteur d'amortissement ξ et de la pulsation propre ω_n.*

$$U(p) = 0 : \qquad \frac{\Omega_m(p)}{-Cr(p)} = \frac{\dfrac{1}{J_{eq}.p}}{1+\dfrac{k_i.k_e}{(R+Lp).J_{eq}.p}} = A_2(p)$$

$$\Rightarrow A_2(p) = \frac{(R+Lp)}{(R+Lp).J_{eq}.p+k_i.k_e} = \frac{\dfrac{R}{k_i.k_e}(1+\dfrac{L}{R}p)}{1+\dfrac{RJ_{eq}}{k_i.k_e}p+\dfrac{LJ_{eq}}{k_i.k_e}p^2}$$

On a : $A_2(p) = \dfrac{K_2(1+\tau.p)}{1+\dfrac{2.\xi}{\omega_n}p+\dfrac{1}{\omega_n^2}p^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{K_2 = \dfrac{R}{k_i.k_e}}\ ;\ \boxed{\tau = \dfrac{L}{R}}\ ;\ \boxed{\omega_n = \sqrt{\dfrac{k_i.k_e}{LJ_{eq}}}}$

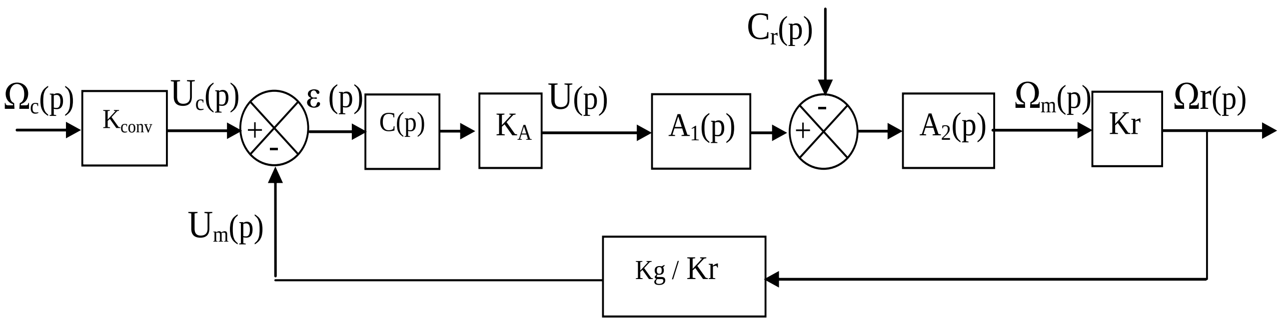
$$\frac{2\xi}{\omega_n} = \frac{RJ_{eq}}{k_i.k_e} \quad \Rightarrow \boxed{\xi = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{J_{eq}}{L.k_i.k_e}}}$$

$$Cr(p)=0: \quad \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{\dfrac{k_i}{(R+Lp).J_{eq}.p}}{1+\dfrac{k_i.k_e}{(R+Lp).J_{eq}.p}} = A_1(p).A_2(p)$$

$$\Rightarrow \quad A_1(p).A_2(p) = \frac{k_i}{(R+Lp).J_{eq}.p+k_i.k_e} = \frac{\dfrac{1}{k_e}}{1+\dfrac{RJ_{eq}}{k_i.k_e}p+\dfrac{LJ_{eq}}{k_i.k_e}p^2}$$

$$A_1(p).A_2(p) = \frac{K_1.K_2}{1+\dfrac{2.\xi}{\omega_n}p+\dfrac{1}{\omega_n^2}p^2} \Rightarrow K_1.K_2 = \frac{1}{k_e} \Rightarrow K_1. = \frac{1}{k_e K_2} \Rightarrow \boxed{K_1 = \frac{k_i}{R}}$$

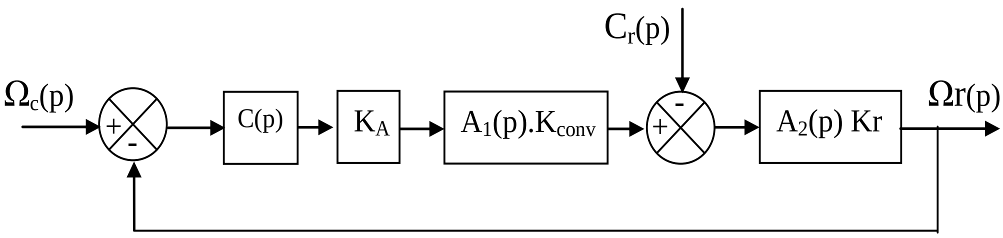
Q27. *Quelle doit être la fonction de transfert K_{conv} du convertisseur de consigne si l'on veut que l'écart ε soit nul, quand la vitesse ω_r est égale à la vitesse de consigne ω_c, en régime permanent ?*



$$\varepsilon(p) = \Omega c(p)K_{conv} - \Omega r(p)\frac{K_g}{K_r}$$; Système précis $\Rightarrow \varepsilon = 0$ et $w_c = w_r \Rightarrow$ $\boxed{K_{conv} = \frac{K_g}{K_r}}$

Q28. *Déterminer les expressions des fonctions de transferts : $H_1(p)$ et $H_2(p)$.*

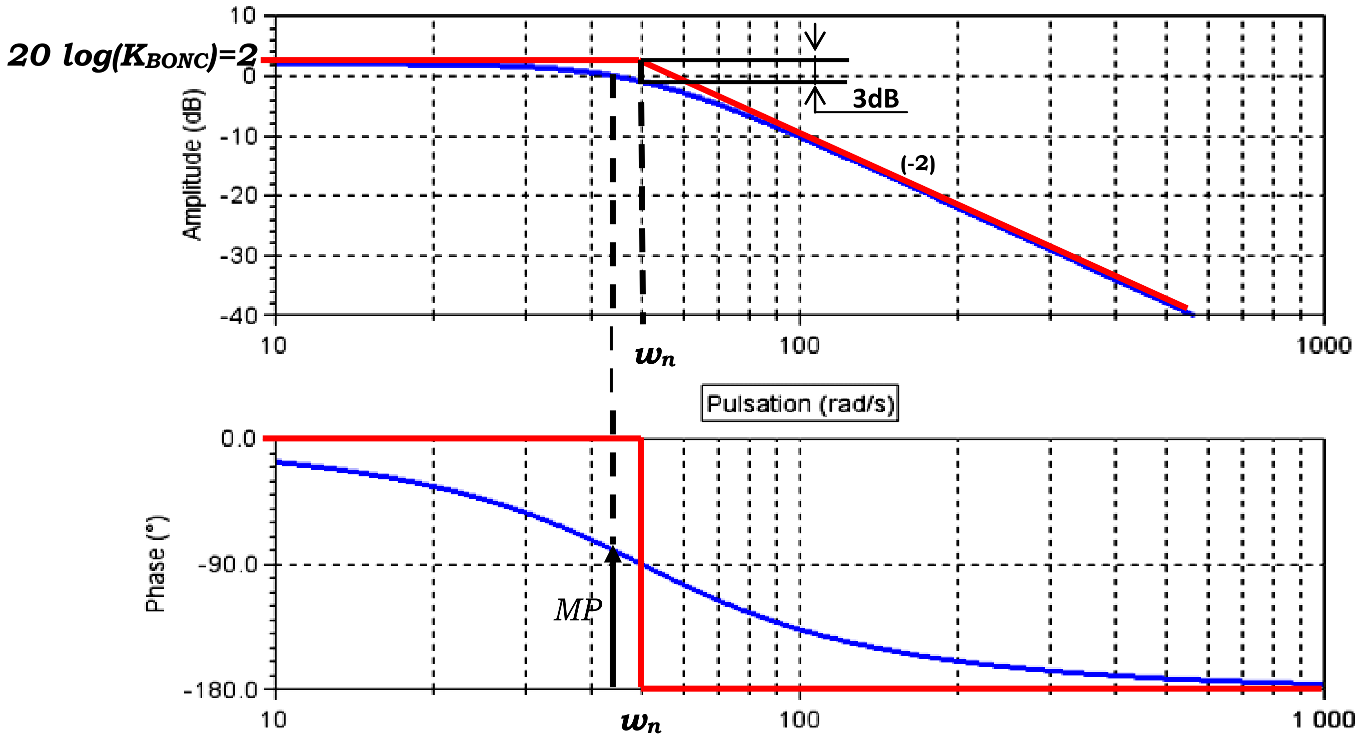
Le schéma bloc de l'asservissement peut se mettre sous la forme suivante :



$$H_1(p) = A_1(p).K_{conv} \quad ; \quad H_2(p) = A_2(p).K_r$$

> ***Q29.*** *Tracer les asymptotes, puis identifier les paramètres de la FTBO non corrigée ; Justifier votre réponse.*

Le diagramme de Bode de la FTBO du système non corrigé : $H_{BONC}(p)$



$$H_{BONC}(p) = \frac{K_{BONC}}{1+\frac{2.\xi}{\omega_n}p+\frac{1}{\omega_n^2}p^2}$$

On a : $\varphi(\omega_n) = -90°$, courbe de phase $\Rightarrow$ $\boxed{\omega_n = 50 rad/s}$.

$20\log(K_{BONC}) = 2 \quad \Rightarrow K_{BONC} = 10^{\frac{2}{20}} \quad \Rightarrow \boxed{K_{BONC} = 1,26}$.

$G_{dB}(\omega_n) = 20\log(\frac{K_{BONC}}{2.\xi})$; Courbe de gain $\Rightarrow$ $20\log(K_{BONC}) - G_{dB}(\omega_n) = 3dB = 20\log(\sqrt{2})$

$\Rightarrow \quad 20\log(2.\xi) = 20\log(\sqrt{2}) \quad \Rightarrow 2.\xi = \sqrt{2} \quad \Rightarrow \boxed{\xi = \frac{\sqrt{2}}{2}}$.

> ***Q30.*** *Représenter graphiquement les marges de stabilité, puis donner leurs valeurs. Conclure sur l'exigence de stabilité.*

Marges de stabilité :	$MP = 100°$ $MG = +\infty$	Conclusion : MP>40° et MG>12dB, donc l'exigence de stabilité est respectée.

Q31. *Déterminer les valeurs numériques des paramètres canoniques de la fonction de transfert en boucle fermée.*

$$H_{BF}(p)=\frac{\Omega_r(p)}{\Omega_c(p)}=\frac{K_A.H_1(p).H_2(p)}{1+K_A.H_1(p).H_2(p)}=\frac{\dfrac{K_A.0,254}{(1+0,02\sqrt{2}.p+4.10^{-4}\,p^2)}}{1+\dfrac{K_A.0,254}{(1+0,02\sqrt{2}.p+4.10^{-4}\,p^2)}},\ \text{avec } K_A=5$$

$$\Rightarrow H_{BF}(p)=\frac{1,27}{1+0,02\sqrt{2}.p+4.10^{-4}\,p^2+1,27}=\frac{\dfrac{1,27}{2,27}}{1+\dfrac{0,02\sqrt{2}}{2,27}.p+\dfrac{4.10^{-4}}{2,27}p^2}\Rightarrow \boxed{K_{BF}=0,56}$$

$$\frac{1}{\omega_{nBF}^2}=\frac{4.10^{-4}}{2,27}\quad\Rightarrow\quad \omega_{nBF}=\sqrt{\frac{2,27}{4.10^{-4}}}\quad\Rightarrow\boxed{\omega_{nBF}=75,33\text{rad}/\text{s}};$$

$$\frac{2\xi}{\omega_{nBF}}=\frac{0,02\sqrt{2}}{2,27}\quad\Rightarrow\ \xi=\frac{0,02\sqrt{2}}{2.2,27}\sqrt{\frac{2,27}{4.10^{-4}}}=50\sqrt{2,27}\quad\Rightarrow\boxed{\xi=0,47}.$$

Q32. *Déterminer le temps de réponse à **5%**.*

$$t_{r5\%}\,\omega_{nBF}=5,2$$

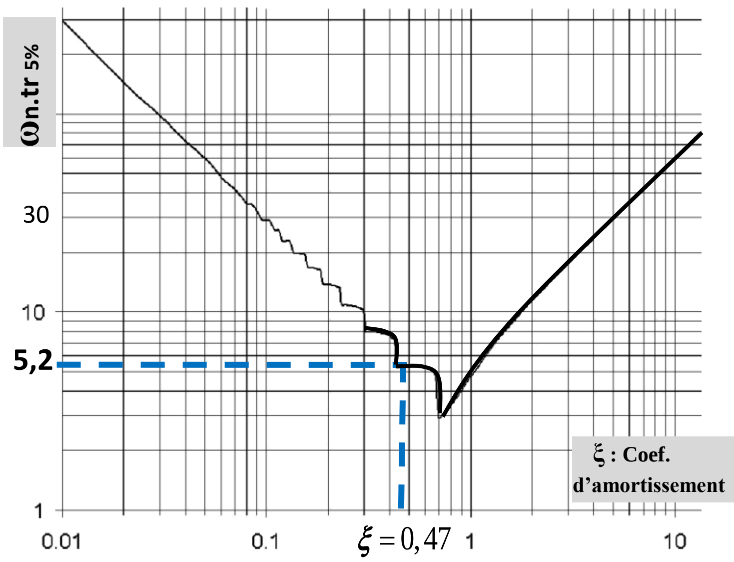
$$\Rightarrow t_{r5\%}=\frac{5,2}{\omega_{nBF}}=\frac{5,2}{75,33}$$

$$\Rightarrow\ \boxed{t_{r5\%}=0,069\ (\text{s})}.$$

NB : On acceptera les valeurs suivantes :

$$5\le t_{r5\%}\,\omega_{nBF}\le 5,3$$

$$\Rightarrow\quad 0,066\le t_{r5\%}\le 0,07\ (\text{s})$$



Q33. *Tracer sur le document réponse **DR4**, l'allure de la réponse temporelle $\omega_r(t)$ de ce système en faisant apparaître :*
- Le signal de consigne pour une commande en échelon $\boldsymbol{\omega_c}$ de 30 rad/s.
- L'amplitude du premier dépassement $\boldsymbol{D_1}$
- La pseudo période $\boldsymbol{T_P}$
Conclure sur les exigences de précision, de rapidité.

On a un système de second ordre, avec une entrée échelon : $\omega_r(t)=\omega_c.u(t)$; $\boldsymbol{\omega_c}$ =30 rad/s.

$$w_r(0)=0 \quad ; \quad \dot{w}_r(0)=0 \quad ;$$

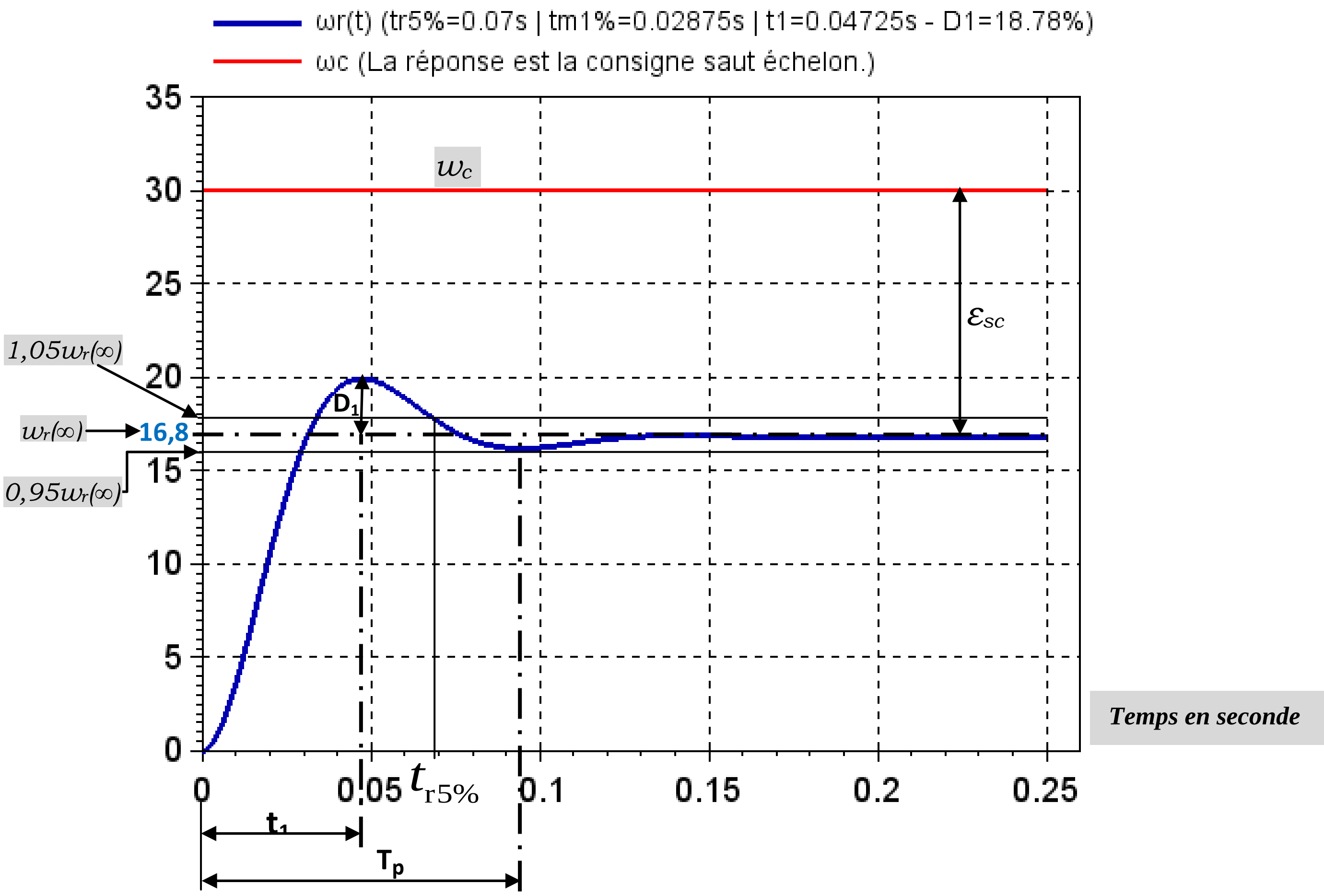
$$w_r(\infty)=\mathrm{K_{BF}}.w_c \Rightarrow w_r(\infty)=0,56.30 \quad \Rightarrow w_r(\infty)=16,8\mathrm{rad/s}.$$

- L'amplitude du premier dépassement **D_1** :

$$D_1=K_{BF}.w_c \exp\left(\frac{-\pi.\xi_{BF}}{\sqrt{1-\xi_{BF}^{\ 2}}}\right)=16,8\exp\left(\frac{-\pi.0,47}{\sqrt{1-0,47^2}}\right) \quad \Rightarrow \boxed{D_1=3,15}.$$

- La pseudo période **T_P** : $T_p=\dfrac{2\pi}{w_{nBF}\sqrt{1-\xi_{BF}^{\ 2}}}=\dfrac{2\pi}{75,33\sqrt{1-0,47^2}} \quad \Rightarrow \boxed{T_p=0,094\ (s)}$

Allure de la réponse : $\omega_r(t)$



Conclusion :

- Exigence de rapidité respectée : $t_{r5\%}=0,069<0,6(s)$.

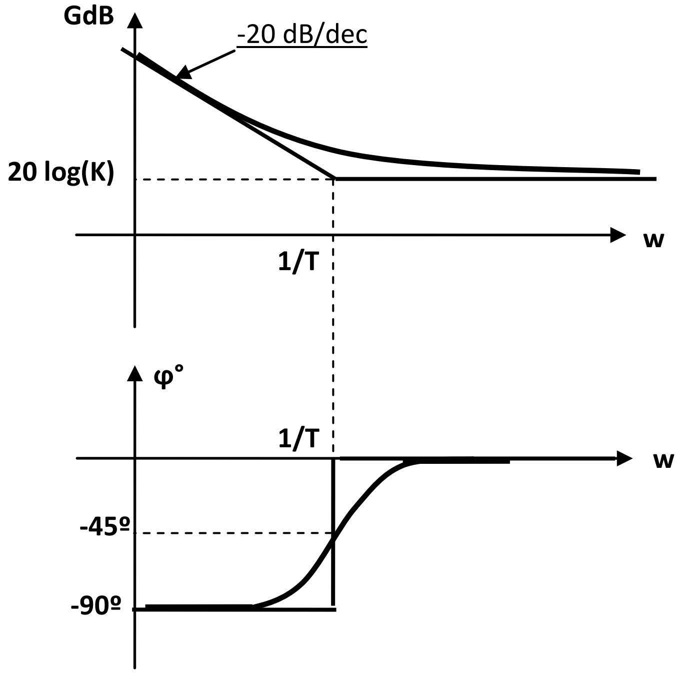
- Exigence de précision non respectée : Ecart vis-à-vis la consigne ε_{sc}=13,2 rad/s>0.

Q34. *Si l'on considère dans un premier temps que le correcteur est proportionnel de fonction de transfert : $C(p)=K_c$. Justifier, sans calcul, que l'écart vis-à-vis de la perturbation $C_r(p)$ est non nul. Conclure sur l'exigence de précision.*

Absence d'intégrateur en amont du point d'application de la perturbation $C_r(p) \Rightarrow \varepsilon_{sp} \neq 0$

Q35. *Tracer, sur votre copie, le diagramme de Bode (asymptotique et allure du diagramme réel) du correcteur. Indiquer les pentes et points caractéristiques en fonction de K et T.*

Q36. *Quel est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité.*



A stabilité égale, le correcteur proportionnel-intégral améliore la précision

Q37. *Déterminer l'expression numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée, sous la forme canonique suivante* $H_{BO}(p) = \dfrac{K_{BO}(1+T.p)}{p(1+\dfrac{2.\xi_{BO}}{\omega_{nBO}}p+\dfrac{1}{\omega_{nBO}^2}p^2)}$.

Indiquer son gain, son ordre et sa classe. Justifier la valeur de T=0,2 s.

$$H_{BO}(p) = C(p).K_A.H_1(p).H_2(p) = \frac{\dfrac{1,27.K}{T}(1+T.p)}{p(1+0,02\sqrt{2}.p+4.10^{-4}\,p^2)}$$

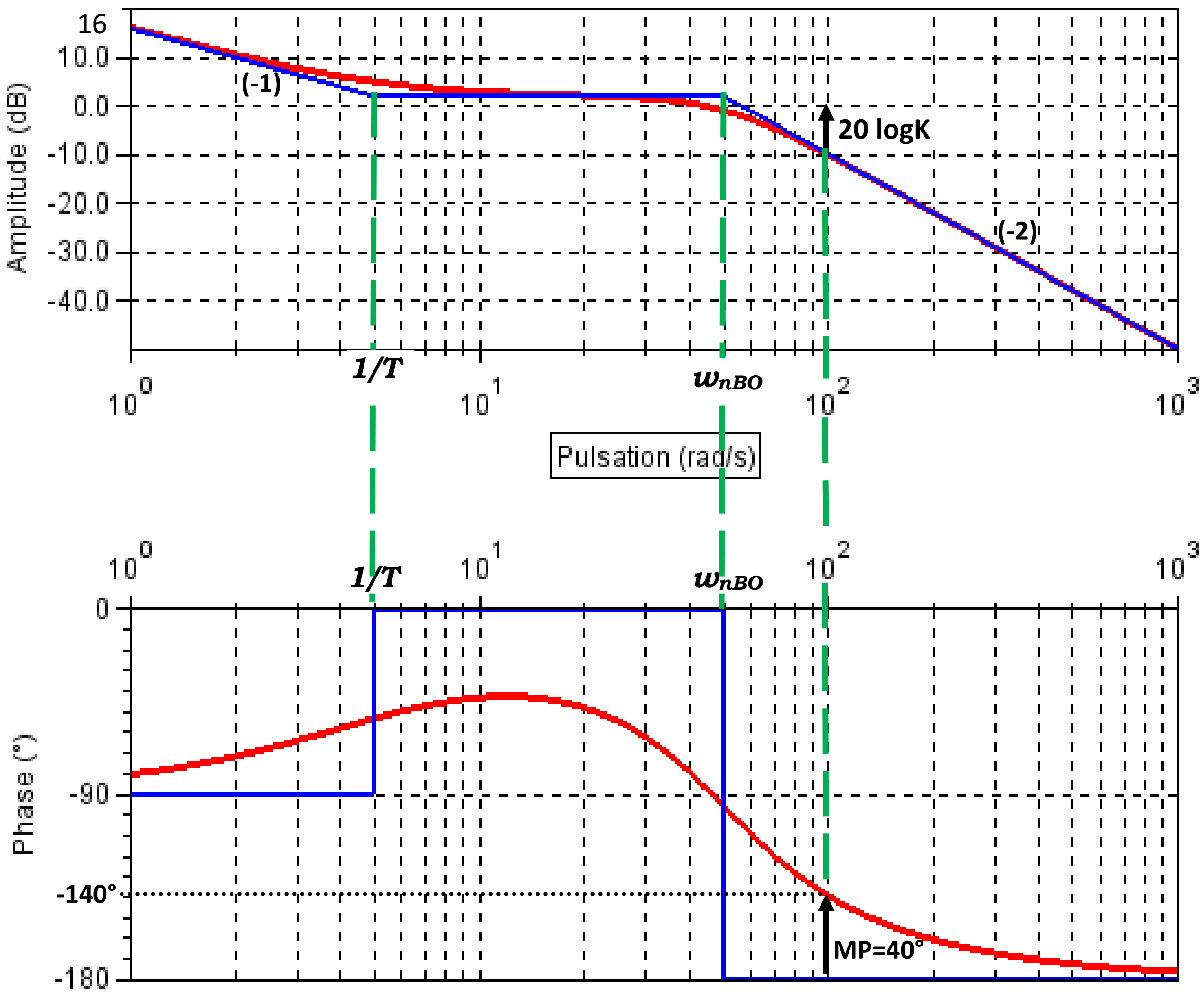
$\text{Gain}=\dfrac{1,27.K}{T}$; *Ordre :3* ; *classe=1* ;

$$\frac{1}{T} = \frac{\omega_n}{10} \Rightarrow T = \frac{10}{\omega_n} \Rightarrow T = \frac{10}{50} \Rightarrow T = 0,2\ \textbf{(s)}$$.

Q38. *Tracer dans le plan de Bode du document réponse* **DR5**, *les asymptotes et la courbe réelle de gain de la FTBO corrigée avec K = 1. Indiquer les pentes et points caractéristiques.*

$$H_{BO}(p)=\frac{K_{BO}(1+T.p)}{p(1+\frac{2.\xi_{BO}}{\omega_{nBO}}p+\frac{1}{\omega_{nBO}^2}p^2)}$$;avec :K_{BO}=6,35 ; $\frac{1}{T}=5rad/s$; $\omega_{nBO}=50rad/s$ et $\xi=\frac{\sqrt{2}}{2.}$.

Pour $w\to 0$: $H_{BO}(p)=\frac{K_{BO}}{p}\to G_{dB}(w)=20logK_{BO}-20logw$. *Pour* $w=1$: $G_{dB}=20logK_{BO}=16dB$.



> ***Q39.*** *Déterminer la plus grande valeur de K (notée* $\boldsymbol{K_{stab}}$*) permettant de satisfaire les critères de stabilité (répondre sur* ***DR 6****). Porter sur les courbes les tracés nécessaires.*

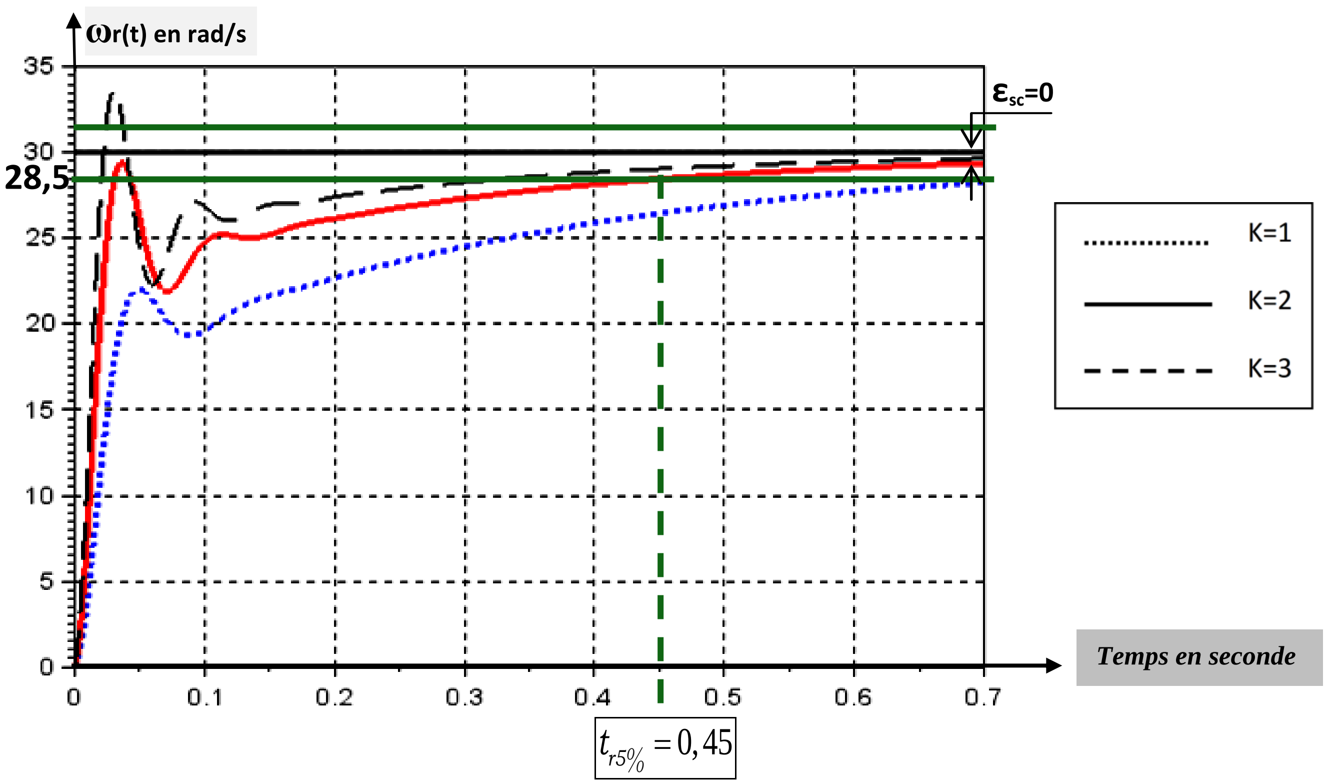
- Critères de stabilité : MG=+∞ (respectée)

- Pour une phase de -140°, on mesure un gain de -10dB.

Pour avoir une marge de phase MP≥40°, il faut donc remonter la courbe de gain de 10dB. Ce qui correspond à : 20log(K)≤10dB

$$\Rightarrow\ K\le 10^{\frac{10}{20}}\quad\Rightarrow\quad K\le 3{,}16\quad\Rightarrow \boxed{K_{stab}=3{,}16}$$

> ***Q40.*** *Choisir la valeur de K permettant de respecter à la fois les critères de stabilité, amortissement, rapidité et précision. Justifier vos réponses et porter sur les courbes les tracés nécessaires.*



Dans les trois cas, $K < 3.16$, le critère de stabilité est donc respecté.

- Pour K=3, il y a dépassement de la consigne, donc le critère de l'amortissement n'est pas respecté.

- Pour K=1, il n'y a pas dépassement de la consigne, mais le temps de réponse à **5%** est supérieur à 0,6 (s), donc le critère de la rapidité n'est pas respecté.

- Pour K=2, il n'y a pas dépassement de la consigne, l'écart statique vis-à-vis la consigne est nul et le temps de réponse à **5%** est inférieur à 0,6 (s), donc **K=2 permet de respecter à la fois les critères de stabilité, amortissement, rapidité et précision.**

> ***Q41.*** *Déterminer la valeur de l'erreur de trainage en régime permanent* ε_{tp} *à un couple perturbateur en rampe* ***$C_r(t)=C_0.t.u(t)$***, *avec* ***C_0=40Nmm***.
> *L'exigence identifiée* ***1.3.2.1.1.1.3*** *est-elle respectée ? Justifier.*

$\Omega_c(p)=0$; On aura donc : $\varepsilon(p) = -\Omega_r(p) = -F(p)\left[\varepsilon(p).G(p) - C_r(p)\right] \Rightarrow \varepsilon(p) = \dfrac{F(p).C_r(p)}{1+F(p).G(p)}$

On a : $G(p) = \dfrac{12,7(1+0,2p)}{p(1+2.10^{-3}p)}$; $F(p) = \dfrac{(1+2.10^{-3}p)}{(1+0,02\sqrt{2}.p+4.10^{-4}p^2)}$ et $C_r(p) = \dfrac{C_0}{p^2}$

$$\varepsilon_{tp} = \lim_{p\to 0} p.\varepsilon(p) = \lim_{p\to 0} C_0 \frac{1+2.10^{-3}p}{p.(1+0,02\sqrt{2}.p+4.10^{-4}p^2)+12,7(1+0,2p)} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_{tp} = \frac{C_0}{12,7}}$$

AN : $\varepsilon_{tp} = \dfrac{40.10^{-3}}{12,7}.\dfrac{60}{2\pi} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\varepsilon_{tp} = 0,03\ tr/\min}$.

Conclusion :
-Erreur statique nulle vis-à-vis la consigne (voir courbe précédente) :ε_{sc}=0 ;
-Erreur statique nulle vis-à-vis la perturbation (Présence d'intégrateur en amont du point d'application de la perturbation $C_r(p)$) :ε_{sp}=0 ;
- Erreur de trainage à un couple perturbateur en rampe : $\varepsilon_{tp} < 0,5\ tr/\min$

L'exigence **1.3.2.1.1.1.3** est finalement respectée.

Partie IV : Etude du risque de glissement du pot

On considère les vitesses de rotations $\dot{\theta}_4$ et $\dot{\theta}_2$ **constantes** .

Q42. *Déterminer l'expression du vecteur vitesse* $\vec{V}(G_2 \in 2/R_0)$.

$$\vec{V}(G_2 \in 2/R_0) = \left[\frac{d\overrightarrow{OG_2}}{dt}\right]_{R_0} = a\left[\frac{d\vec{x}_2}{dt}\right]_{R_0}$$

On a : $\left[\dfrac{d\vec{x}_2}{dt}\right]_{R_0} = -\dot{\theta}_2\vec{z}_2 + \dot{\theta}_4\vec{x}_4 \wedge \vec{x}_2 = -\dot{\theta}_2\vec{z}_2 + \dot{\theta}_4 \sin\theta_2 \vec{y}_2$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{V}(G_2 \in 2/R_0) = a.\dot{\theta}_4 \sin\theta_2 \vec{y}_2 - a.\dot{\theta}_2\vec{z}_2}$$

Q43. *Déterminer l'expression du vecteur accélération* $\vec{\Gamma}(G_2 \in 2/R_0)$.

$$\vec{\Gamma}(G_2 \in 2/R_0) = \left[\frac{d\vec{V}(G_2 \in 2/R_0)}{dt}\right]_{R_0} \ ; \left[\frac{d\vec{y}_2}{dt}\right]_{R_0} = \dot{\theta}_4\vec{z}_4\ ; \left[\frac{d\vec{z}_2}{dt}\right]_{R_0} = \dot{\theta}_2\vec{x}_2 + \dot{\theta}_4\vec{x}_4 \wedge \vec{z}_2 = \dot{\theta}_2\vec{x}_2 - \dot{\theta}_4\cos\theta_2\vec{y}_2$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\Gamma}(G_2 \in 2/R_0) = -a.\dot{\theta}_2^{\,2}\vec{x}_2 + 2a.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4\cos\theta_2\vec{y}_2 + a.\dot{\theta}_4^{\,2}\sin\theta_2\vec{z}_4}$$

Q44. *Déterminer le moment dynamique, au point O, du pot (2) dans son mouvement par rapport au repère* R_0 : $\vec{\delta}(O,2/R_0)$.

On a : $\vec{\sigma}(O,2/R_0) = A.\dot{\theta}_4.\cos\theta_2.\vec{x}_2 + B.\dot{\theta}_2.\vec{y}_2 + C.\dot{\theta}_4.\sin\theta_2.\vec{z}_2$.

$$\vec{\delta}(O,2/R_0) = \left[\frac{d\vec{\sigma}(O,2/R_0)}{dt}\right]_{R_0}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{\delta}(O,2/R_0) = \dot{\theta}_2\dot{\theta}_4(C-A)\sin\theta_2\vec{x}_2 + \dot{\theta}_4^{\,2}(A-C)\sin\theta_2\cos\theta_2\vec{y}_2 + \dot{\theta}_2\dot{\theta}_4(C-A)\cos\theta_2\vec{z}_2 + B\dot{\theta}_2\dot{\theta}_4\vec{z}_4$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{\delta}(O,2/R_0) = \dot{\theta}_2\dot{\theta}_4(C-A-B)\sin\theta_2\vec{x}_2 + \dot{\theta}_4^{\,2}(A-C)\sin\theta_2\cos\theta_2\vec{y}_2 + \dot{\theta}_2\dot{\theta}_4(B+C-A)\cos\theta_2\vec{z}_2}$$

> ***Q45.*** *Déterminer les équations scalaires issues de l'application du théorème de la résultante dynamique au pot de peinture (2) en projection dans la base* $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$.

TRD *appliqué à 2 :* $\begin{cases} \vec{R}(\overline{2} \to 2) = M.\vec{\Gamma}(G_2 \in 2/R_0) \\ \vec{R}(6s \to 2) + \vec{R}(6i \to 2) + \vec{R}(pes \to 2) = M.(\Gamma_x.\vec{x}_2 + \Gamma_y.\vec{y}_2 + \Gamma_z.\vec{z}_2) \end{cases}$

- $Txs + Txi - Mg \sin\theta_4 \sin\theta_2 = M.\Gamma_x \qquad (1)$
- $Tys + Tyi - Mg \cos\theta_4 = M.\Gamma_y \qquad (2)$
- $Tzs + Tzi + Mg \sin\theta_4 \cos\theta_2 = M.\Gamma_z \qquad (3)$

> ***Q46.*** *Déterminer les équations scalaires issues de l'application du théorème du moment dynamique en O, au pot de peinture (2) en projection sur les axes :* $(O, \vec{x}_2)$ *et* $(O, \vec{z}_2)$.

- TMD en O, appliqué à 2 en projection sur l'axe $(O, \vec{x}_2)$:

$$\overrightarrow{M_O}(\overline{2} \to 2).\vec{x}_2 = \vec{\delta}(O, 2/R_0).\vec{x}_2 \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{M_O}(6s \to 2).\vec{x}_2 + \overrightarrow{M_O}(6i \to 2).\vec{x}_2 + \overrightarrow{M_O}(pes \to 2).\vec{x}_2 = \delta_x$$

On a :

$$\overrightarrow{M_O}(6s \to 2).\vec{x}_2 = \cancel{\overrightarrow{M_A}(6s \to 2).\vec{x}_2} + \left\{\overrightarrow{OA} \wedge \vec{R}(6s \to 2)\right\}.\vec{x}_2 = \left\{(\cancel{a.\vec{x}_2} + \frac{H}{2}\vec{y}_2) \wedge (\cancel{T_{xs}.\vec{x}_2} + \cancel{T_{ys}.\vec{y}_2} + T_{zs}.\vec{z}_2)\right\}.\vec{x}_2$$

$$= \frac{H}{2} T_{zs}$$

$$\overrightarrow{M_O}(6i \to 2).\vec{x}_2 = \cancel{\overrightarrow{M_B}(6i \to 2).\vec{x}_2} + \left\{\overrightarrow{OB} \wedge \vec{R}(6i \to 2)\right\}.\vec{x}_2 = \left\{(\cancel{a.\vec{x}_2} - \frac{H}{2}\vec{y}_2) \wedge (\cancel{T_{xi}.\vec{x}_2} + \cancel{T_{yi}.\vec{y}_2} + T_{zi}.\vec{z}_2)\right\}.\vec{x}_2$$

$$= -\frac{H}{2} T_{zi}$$

$$\overrightarrow{M_O}(pes \to 2).\vec{x}_2 = \left\{\overrightarrow{OG_2} \wedge -Mg\vec{y}_0\right\}.\vec{x}_2 = \left\{a.\vec{x}_2 \wedge -Mg\vec{y}_0\right\}.\vec{x}_2 = 0 \,. \quad \text{D'où :} \quad \boxed{\frac{H}{2}(T_{zs} - T_{zi}) = \delta_x} \qquad (4)$$

- TMD en O, appliqué à 2 en projection sur l' axe $(O, \vec{z}_2)$:

$$\overrightarrow{M_O}(\overline{2} \to 2).\vec{z}_2 = \vec{\delta}(O, 2/R_0).\vec{z}_2 \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{M_O}(6s \to 2).\vec{z}_2 + \overrightarrow{M_O}(6i \to 2).\vec{z}_2 + \overrightarrow{M_O}(pes \to 2).\vec{z}_2 = \delta_z .$$

$$\overrightarrow{M_O}(6s \to 2).\vec{z}_2 = \cancel{\overrightarrow{M_A}(6s \to 2).\vec{z}_2} + \left\{\overrightarrow{OA} \wedge \vec{R}(6s \to 2)\right\}.\vec{z}_2 = \left\{(a.\vec{x}_2 + \frac{H}{2}\vec{y}_2) \wedge (T_{xs}.\vec{x}_2 + T_{ys}.\vec{y}_2 + \cancel{T_{zs}.\vec{z}_2})\right\}.\vec{z}_2$$

$$= aT_{ys} - \frac{H}{2} T_{xs}$$

$$\overrightarrow{M_O}(6i \to 2).\vec{z}_2 = \cancel{\overrightarrow{M_B}(6i \to 2).\vec{z}_2} + \left\{\overrightarrow{OB} \wedge \vec{R}(6i \to 2)\right\}.\vec{z}_2 = \left\{(a.\vec{x}_2 - \frac{H}{2}\vec{y}_2) \wedge (T_{xi}.\vec{x}_2 + T_{yi}.\vec{y}_2 + \cancel{T_{zi}.\vec{z}_2})\right\}.\vec{z}_2$$

$$= aT_{yi} + \frac{H}{2} T_{xi}$$

$$\overrightarrow{M_O}(pes \to 2).\vec{z}_2 = \left\{\overrightarrow{OG_2} \wedge -Mg\vec{y}_0\right\}.\vec{z}_2 = \left\{a.\vec{x}_2 \wedge -Mg\vec{y}_0\right\}.\vec{z}_2 = -Mg\,a\,\underbrace{\left\{\vec{z}_2 \wedge \vec{x}_2\right\}}_{\vec{y}_{24}}\vec{y}_0 = -Mg\,a\cos\theta_4 .$$

$$\text{D'où :} \quad \boxed{a.(T_{ys} + T_{yi}) + \frac{H}{2}(T_{xi} - T_{xs}) - Mg\,a\cos\theta_4 = \delta_z} \qquad (5)$$

***Q47.** En déduire les expressions des efforts tangentiels T_{xs}, T_{zs}, T_{xi} et T_{zi}, en fonction des données du problème.*

$$(5) - a.(2) \Rightarrow \frac{H}{2}(T_{xi} - T_{xs}) = \delta_z - M\,a\,\Gamma_y \qquad (6).$$

$$\frac{H}{2}.(1) + (6) \Rightarrow \boxed{T_{xi} = \frac{M}{2}(g\sin\theta_4\sin\theta_2 + \Gamma_x - \frac{2a}{H}\Gamma_y) + \frac{\delta_z}{H}.}$$

$$\frac{H}{2}.(1) - (6) \Rightarrow \boxed{T_{xs} = \frac{M}{2}(g\sin\theta_4\sin\theta_2 + \Gamma_x + \frac{2a}{H}\Gamma_y) - \frac{\delta_z}{H}.}$$

$$(4) + \frac{H}{2}.(3) \Rightarrow \boxed{T_{zs} = \frac{M}{2}(\Gamma_z - g\sin\theta_4\cos\theta_2) + \frac{\delta_x}{H}}$$

$$\frac{H}{2}.(3) - (4) \Rightarrow \boxed{T_{zi} = \frac{M}{2}(\Gamma_z - g\sin\theta_4\cos\theta_2) - \frac{\delta_x}{H}.}$$

***Q48.** Commenter les courbes et déduire le module des efforts normaux N_S et N_i à la limite de glissement.*

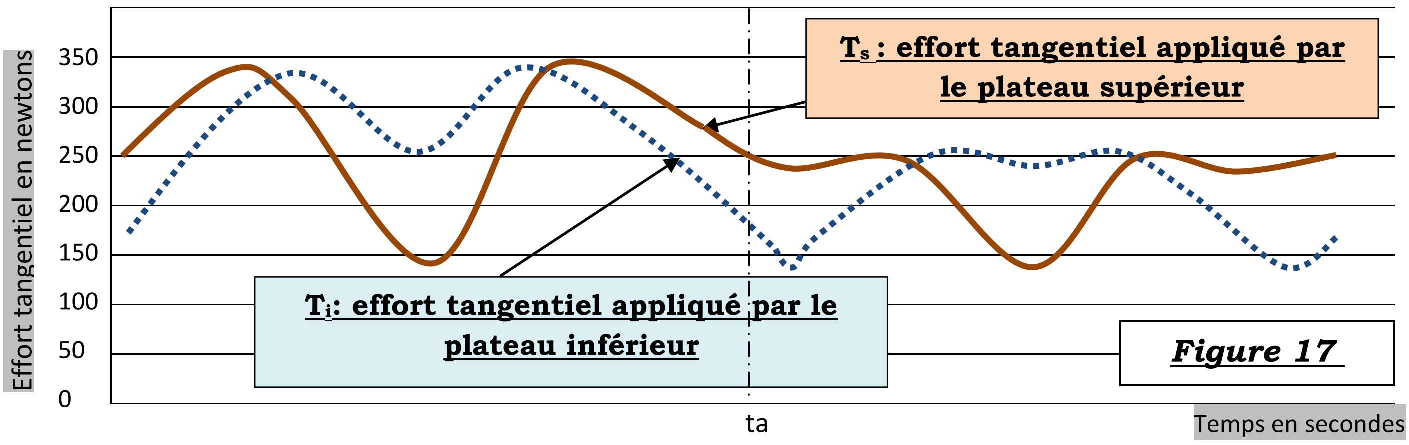


Figure 17

t< Ta : Régime transitoire → risque du glissement du pot (efforts tangentiels maximaux).

t> Ta : Régime permanent

A la limite du glissement, l'effort normal maxi est de l'ordre de :

$$Ns(\max) \approx Ni(\max) = \frac{Ts}{f} = \frac{Ti}{f}. \qquad ; \qquad \text{AN} : Ns(\max) \approx Ni(\max) = \frac{350}{0.8} = 437{,}5N$$

Conclusion :

L'effort de serrage appliqué au pot est N_s=450 N (voir étude statique – partie I)

Ns(max)<450 N, donc l'exigence identifiée 1.3.1.2.3 est validée.

FIN