Q1. *Roulement sans glissement en M,* $\vec{V}(M,R_M/0)=\vec{0}$

$\vec{V}(C,R_M/0)+\vec{\Omega}(R_M/0)\wedge\overline{CM}=\vec{0}$ $\quad\quad$ $\vec{V}(C,R_M/1)+\vec{V}(C,1/0)+\omega_{Roue}.\vec{y}_a\wedge -R.\vec{z}_a=\vec{0}$

$\vec{V}(M,R_M/0)=(V-R.\omega_{Roue}).\vec{x}_a$ $\quad\quad$ $v(t)=R.\omega_{Roue}=R.k.\omega_{Mot}\Rightarrow\boxed{\omega_{Mot}=\dfrac{v(t)}{R.k}}$

Q2. $\{\mathcal{D}(Avion/0)\}=\begin{Bmatrix} m.\vec{a}(G,Avion/0) \\ \vec{\delta}(G,Avion/0)\end{Bmatrix}_G=\begin{Bmatrix} m.\ddot{x}(t).\vec{x}_a \\ \vec{0}\end{Bmatrix}_G$

$\vec{a}(G,avion/0)=\dfrac{d}{dt}v(t).\vec{x}_a=\ddot{x}(t).\vec{x}_a$

$\vec{\delta}(G,Avion/0)=\vec{0}$ $\quad$ L'inertie des roues est négligée.

L'avion est en mouvement de translation.

Q3. *Le théorème de la résultante dynamique appliqué à l'avion*

$\vec{R}(\overline{Avion}\rightarrow Avion)=m.\vec{a}(G,Avion/0)$

$\vec{R}(piste\rightarrow TP)+\vec{R}(piste\rightarrow TA)+\vec{R}(RR\rightarrow Avion)+\vec{R}(pes\rightarrow Avion)=m.\ddot{x}(t).\vec{x}_a$

$(2.T_1-C_{RR}.m+m.g.Sin\alpha).\vec{x}_a+(4.N_1+N_2-m.g.Cos\alpha).\vec{z}_a=m.\ddot{x}(t).\vec{x}_a$

En projection dans la base $(\vec{x}_a,\vec{y}_a,\vec{z}_a)$

$$\boxed{\begin{array}{ll} /\vec{x}_a\Rightarrow 2.T_1-C_{RR}.m+m.g.Sin\alpha=m.\ddot{x}(t) & (1)\\ /\vec{z}_a\Rightarrow 4.N_1+N_2-m.g.Cos\alpha=0 & (2)\end{array}}$$

Q4. *Ecrire l'équation scalaire du théorème du moment dynamique appliqué à l'avion au point G.*

$\vec{M}_G(\overline{Avion}\rightarrow Avion)=\vec{\delta}(G,Avion/0)$

$\vec{M}_G(piste\rightarrow TP)+\vec{M}_G(piste\rightarrow TA)+\vec{M}_G(RR\rightarrow Avion)+\vec{M}_G(pes\rightarrow Avion)=\vec{0}$

- $\vec{M}_G(piste\rightarrow TP)=(2.T_1.\vec{x}_a+4.N_1.\vec{z}_a)\wedge(L_1.\vec{x}_a+h.\vec{z}_a)=(4.N_1.L_1-2.T_1.h).\vec{y}_a$
- $\vec{M}_G(piste\rightarrow TA)=(N_2.\vec{z}_a)\wedge(-L_2.\vec{x}_a+h.\vec{z}_a)=(-N_2.L_2).\vec{y}_a$
- $\vec{M}_G(\vec{R}_{RR})=(-C_{RR}.m.\vec{x}_a)\wedge(-L_2.\vec{x}_a+h.\vec{z}_a)=(C_{RR}.m.h).\vec{y}_a$

En projection dans la base $(\vec{x}_a,\vec{y}_a,\vec{z}_a)$

$$\boxed{/\vec{y}_a\Rightarrow 4.L_1.N_1-2.h.T_1-L_2.N_2+m.h.C_{RR}=0 \quad (3)}$$

Q5. *R.S.G. en M :* $|T_1|\leq f_0.N_1$ $\quad$ $\vec{V}(M,R_M/0)=(V-R.\omega_{Roue}).\vec{x}_a$

A la limite de glissement : $V-R.\omega_{Roue}<0$ $\quad\quad$ $\boxed{T_1=+f.N_1}$

Q6. *On isole la roue motrice et on applique le T.M.D. en C en projection sur* $\vec{y}_a$:

$\vec{y}_a.\vec{M}(C,\bar{R}_M\rightarrow R_M)=\vec{y}_a.\vec{\delta}(C,R_M/0)=0$ *(Inertie négligeable)*

$\vec{y}_a.\vec{M}(C,avion\xrightarrow{L}R_M)+\vec{y}_a.\vec{M}(C,avion\xrightarrow{moto\_réducteur}R_M)+\vec{y}_a.\vec{M}(C,piste\rightarrow R_M)+\vec{y}_a.\vec{M}(C,pes\rightarrow R_M)=0$

$\dfrac{C_M}{k}-R.T_1=0$ $\quad\quad$ $\boxed{T_1=\dfrac{C_M}{R.k}}$

Q7. $\dfrac{2.C_M}{R.k} - C_{RR}.m + m.g.Sin\alpha = m.\ddot{x} \qquad (\alpha < 0)$

$$\boxed{C_{Rés}(t) = m.\frac{R.k}{2}\left(C_{RR} - g.Sin\alpha\right)}$$

$$C_M - m.\frac{R.k}{2}\left(C_{RR} - g.Sin\alpha\right) = \frac{m}{2}.(R.k)^2.\frac{d}{dt}\omega_{Mot}(t)$$

$$\boxed{J_a = \frac{m}{2}.(R.k)^2}$$

Q8.

$$\vec{V}(D, avion/0) = \vec{V}(I, avion/0) + \vec{\Omega}(avion/0) \wedge \overrightarrow{ID}$$

$$= \vec{0} + \omega_{avion}.\vec{z}_a \wedge \lambda_M.\vec{y}_a$$

$$= -\omega_{avion}.\lambda_M.\vec{x}_a \Rightarrow \boxed{\vec{V}(D, avion/0) = -\frac{L_1 + L_2}{tan\beta}.\omega_{avion}.\vec{x}_a}$$

$$\omega_{avion} = -\frac{v(t)}{\lambda_M} \qquad tan\beta = \frac{L_1 + L_2}{\lambda_M}$$

$$\omega_{avion} = -\frac{v(t)}{L_1 + L_2}.tan\beta$$

Q9. *Roulement sans glissement en* M_1 *entre le roue motorisée* R_d *et la piste*

$$\vec{V}(M_1, R_d/0) = \vec{0} \qquad \vec{V}(C_1, R_d/0) + \vec{\Omega}(R_d/0) \wedge \overrightarrow{C_1M_1} = \vec{0}$$

$$\vec{V}(C_1, R_d/Avion) + \vec{V}(C_1, Avion/0) + \left(\vec{\Omega}(R_d/Avion) + \vec{\Omega}(Avion/0)\right) \wedge \overrightarrow{C_1M_1} = \vec{0}$$

$$\vec{V}(C_1, Avion/0) = \left(v(t) + L_3.\omega_{avion}\right).\vec{x}_a \qquad v(t) - L_3.\frac{v(t)}{L_1 + L_2}.tan\beta - R.\dot{\theta}_d = 0$$

$$v(t) - L_3.\frac{v(t)}{L_1 + L_2}.tan\beta - R.k.\omega_{Mot} = 0$$

$$\boxed{\omega_{M1} = \left(1 - L_3.\frac{tan\beta}{L_1 + L_2}\right).\frac{v(t)}{R.k}}$$

Q10. *Roulement sans glissement en* M_2 *entre le roue motorisée* R_g *et la piste :*

$$\boxed{\omega_{M2} = \left(1 + L_3.\frac{tan\beta}{L_1 + L_2}\right).\frac{v(t)}{R.k}}$$

Q11. $\{C(avion/0)\} = \begin{Bmatrix} m.\vec{V}(G, avion/0) \\ \vec{\sigma}(G, avion/0) \end{Bmatrix}_G$

$$\boxed{\{C(avion/0)\} = \begin{Bmatrix} m.\left(-L_3.\dot{\psi}.\vec{x}_a + L_1.\dot{\psi}.\vec{y}_a\right) \\ -E.\dot{\psi}.\vec{x}_a + C.\dot{\psi}.\vec{z}_a \end{Bmatrix}_G}$$

$$\vec{V}(G, avion/0) = \left[\frac{d}{dt}\overrightarrow{M_1G}\right]_0 = -L_3.\dot{\psi}.\vec{x}_a + L_1.\dot{\psi}.\vec{y}_a$$

$$\vec{\sigma}(G, avion/0) = I(G, avion).\vec{\Omega}(avion/0) = \begin{pmatrix} A & 0 & -E \\ 0 & B & 0 \\ -E & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z}_a)} . \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix}_{(\vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z}_a)} = \begin{pmatrix} -E.\dot{\psi} \\ 0 \\ C.\dot{\psi} \end{pmatrix}_{(\vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z}_a)}$$

Q12. *On isole l'avion et on applique le T.M.D. en* M_1 *en projection sur* $\vec{z}_a$ *:*

$$\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1, \overline{avion} \rightarrow avion\right) = \vec{z}_0.\vec{\delta}(M_1, avion/0) \qquad \vec{z}_0.\vec{\delta}(M_1, avion/0) = \frac{d}{dt}\vec{z}_0.\vec{\sigma}(M_1, avion/0)$$

$$\vec{z}_0.\vec{\sigma}(M_1, avion/0) = \vec{z}_0.\vec{\sigma}(G, avion/0) + \vec{z}_0.\left(m.\vec{V}(G, avion/0) \wedge \overrightarrow{GM1}\right)$$

$$= C.\dot{\psi} + m.\vec{V}(G, avion/0).\left(-L_3.\vec{x}_a + L_1.\vec{y}_a\right)$$

$$\vec{z}_0.\vec{\sigma}(M_1, avion/0) = \left(C + m.\left(L_3^2 + L_1^2\right)\right).\dot{\psi}$$

$$\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1,\overline{avion}\to avion\right)=\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1,piste\to R_d\right)+\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1,piste\to R_g\right)+\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1,piste\to TA\right)$$

$$+\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1,RR\to avion\right)+\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1,pes\to avion\right)$$

$$\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1,piste\to R_d\right)=\vec{0} \qquad \vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1,piste\to TA\right)=\vec{z}_0\left(.\overrightarrow{M_1N}\wedge\vec{R}(piste\to TA)\right)=0$$

$$\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1,piste\to R_g\right)=\vec{z}_0\left(.\overrightarrow{M_1M_2}\wedge\vec{R}(piste\to Rg)\right)=-2.L_3.T_{1g}$$

$$\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1,RR\to avion\right)=\vec{z}_0.\left(.\overrightarrow{M_1N}\wedge\vec{R}(RR)\right)=\vec{z}_0.\left(\left(L_3.\vec{y}_a+\left(L_1+L_2\right).\vec{x}_a\right)\wedge -C_{RR}.m.\left(\frac{-L_3.\dot{\psi}.\vec{x}_a+L_1.\dot{\psi}.\vec{y}_a}{\left|\dot{\psi}\right|.\sqrt{L_3^2+L_1^2}}\right)\right)$$

$$=-C_{RR}.m.\frac{L_3^2+L_1^2+L_1.L_2}{\sqrt{L_3^2+L_1^2}}.\frac{\dot{\psi}}{\left|\dot{\psi}\right|}$$

$$\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1,pes\to avion\right)=\vec{z}_0.\left(\overrightarrow{M_1G}\wedge -m.g.\vec{z}_0\right)=0$$

$$\boxed{-2.L_3.T_{1g}-C_{RR}.m.\left(\frac{L_3^2+L_1^2+L_1.L_2}{\sqrt{L_3^2+L_1^2}}\right).\frac{\dot{\psi}}{\left|\dot{\psi}\right|}=\left(C+m.\left(L_3^2+L_1^2\right)\right).\ddot{\psi}}$$

Q13. $\vec{V}\left(M_2,R_g/0\right)=\vec{0}$

$$\vec{V}\left(C_2,R_g/0\right)+\vec{\Omega}\left(R_g/0\right)\wedge\overrightarrow{C_2M}_2=\vec{0}$$

$$\vec{V}\left(C_2,R_g/Avion\right)+\vec{V}\left(C_2,Avion/0\right)+\left(\vec{\Omega}\left(R_g/Avion\right)+\vec{\Omega}\left(Avion/0\right)\right)\wedge\overrightarrow{C_2M}_2=\vec{0}$$

$$\vec{V}\left(C_2,Avion/0\right)=-2.L_3.\dot{\psi}.\vec{x}_a \qquad -2.L_3.\dot{\psi}-R.\dot{\theta}_g=0$$

$$\boxed{\dot{\psi}=\frac{-R.k}{2.L_3}.\omega_{M2}}$$

Q14. $\frac{C_{M2}}{k}=R.T_{1g}\Rightarrow T_{1g}=\frac{C_{M2}}{k.R}$

$$-2.L_3.\frac{C_{M2}}{k.R}+C_{RR}.m.\left(\frac{L_3^2+L_1^2+L_1.L_2}{\sqrt{L_3^2+L_1^2}}\right)=\left(C+m.\left(L_3^2+L_1^2\right)\right).\left(\frac{-R.k}{2.L_3}.\frac{d}{dt}\omega_{M2}\right)$$

$$C_{M2}=\left(C+m.\left(L_3^2+L_1^2\right)\right).\left(\frac{R.k}{2.L_3}\right)^2.\frac{d}{dt}\omega_{M2}+C_{RR}.m.\left(\frac{L_3^2+L_1^2+L_1.L_2}{\sqrt{L_3^2+L_1^2}}\right).\left(\frac{R.k}{2.L_3}\right)$$

$$\boxed{J=\left(C+m.\left(L_3^2+L_1^2\right)\right).\left(\frac{R.k}{2.L_3}\right)^2} \qquad \boxed{C_r=C_{RR}.m.\left(\frac{L_3^2+L_1^2+L_1.L_2}{\sqrt{L_3^2+L_1^2}}\right).\left(\frac{R.k}{2.L_3}\right)}$$

Q15. $T\left(\Sigma/1\right)=T\left(2/1\right)+T\left(3/1\right)+T\left(4/1\right)$ $\qquad T\left(\Sigma/1\right)=\frac{1}{2}.\left(J_2.\omega_2^2+J_3.\omega_3^2+J_4.\omega_4^2\right)$

$$T\left(\Sigma/1\right)=\frac{1}{2}.\left(J_2.r_{24}^2+J_3.r_{34}^2+J_4\right).\omega_4^2 \qquad \boxed{J_{éq}=J_2.r_{24}^2+J_3.r_{34}^2+J_4}$$

Q16. *On appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble* $\Sigma=\{2,3,4\}$:

$$\frac{d}{dt}T(\Sigma/1)=P_{EXT}+\underbrace{P_{INT}}_{\substack{0\\ liaisons\\ parfaites}} \qquad P_{EXT}=\underbrace{P(1\xrightarrow{L}\Sigma/1)}_{\substack{0\\ liaisons\\ parfaites}}+\underbrace{P(pes\rightarrow\Sigma/1)}_{\substack{0\\ équilibage\\ dunamique}}+P(Roue.5\rightarrow 4b/1)$$

$$P(Roue.5\rightarrow 4b/1)=\vec{R}(Roue5\rightarrow 4b).\vec{V}(I,4b/1) \qquad \vec{V}(I,4b/1)=\omega_4.\vec{y}_a\wedge -R_{4b}.\vec{z}_a=-\omega_4.R_{4b}.\vec{x}_a$$

$$P(Roue.5\rightarrow 4b/1)=F.\omega_4.R_{4b}.cos(20°)$$

$$F.R_{4b}.cos(20°)=J_{éq}.\frac{d}{dt}\omega_4 \qquad r_{54}=\frac{\omega_{Roue}}{\omega_4} \qquad \boxed{F=\frac{1}{R_{4b}.cos(20°)}.\frac{J_{éq}}{r_{54}}.\frac{d}{dt}\omega_{Roue}}$$

Q17°- *Calculer la valeur de* F .

$$r_{54}=\frac{\omega_5}{\omega_4}=-\frac{Z_{4b}}{Z_5} \qquad r_{24}=\frac{\omega_2}{\omega_4}=\frac{Z_{4a}}{Z_{3b}}.\frac{Z_{3a}}{Z_2} \qquad r_{34}=\frac{\omega_3}{\omega_4}=-\frac{Z_{4a}}{Z_{3b}}$$

$$F=\frac{1}{R_{4b}.cos(20°)}.\frac{J_{éq}}{r_{54}}.\frac{d}{dt}\omega_{Roue} \qquad \boxed{r_{24}=\frac{\omega_2}{\omega_4}=\frac{71.79}{21.20}=13,53} \qquad \boxed{r_{34}=\frac{\omega_3}{\omega_4}=-\frac{71}{21}=-3,38}$$

$$J_{éq}=0,0152(13,53)^2+0,013(3,38)^2+0,0561 \qquad \boxed{\Rightarrow J_{éq}=2,98(Kg.m)}$$

$$\boxed{r_{54}=\frac{\omega_5}{\omega_4}=-\frac{32}{127}=-0,252} \qquad \frac{d}{dt}\omega_{Roue}=\frac{1750}{0,1}.\frac{.\pi}{30}=1832,6$$

$$F=\frac{10^3}{64.0,94}.\frac{2,98}{0,252}.1832,6$$

$$\boxed{F=306226,43(N)}$$

Q18. $$F_e=\vec{y}_a.\vec{R}(A_m\rightarrow A_S)=\int\vec{y}_a.\vec{f}_M(A_m\rightarrow A_S).ds=-P.S \qquad \boxed{F_e=-\pi.(R_e^2-R_i^2).P}$$

Q19. $$C_{Am}=\vec{y}_a.\vec{M}_A(AM\rightarrow AS)=\int\vec{y}_a.\left(\overrightarrow{AM}\wedge\vec{f}_M(A_m\rightarrow A_S)\right).ds=\int r.\vec{u}.\vec{f}_M(A_m\rightarrow A_S).ds$$

$$\vec{V}(M,A_s/A_m)=-r.\omega_{AM/AS}.\vec{u}\Rightarrow\vec{t}_M(A_m\rightarrow A_S)=\mu.P.\vec{u}$$

$$\boxed{C_{Am}=\frac{2}{3}.\mu.P.\pi.(R_e^3-R_i^3)}$$

Q20. $$Fe=\frac{2\pi}{p.\lambda}.\eta_r.\eta_v.C_{me} \qquad \boxed{P=\frac{2\pi}{p.\lambda.\pi.(R_e^2-R_i^2)}.\eta_r.\eta_v.C_{me}}$$

Q21. $$\boxed{C_{Am}-C_r=J_{As}.\frac{d}{dt}\omega_{As}(t)}$$

Q22. $$(C_{Am}-C_r).dt=J_{As}.d\omega_{As}(t) \qquad \int_0^{te}(C_{Am}-C_r).dt=\int_0^{\omega_{Am}}J_{As}.d\omega_{As}(t)$$

$$\boxed{te=\frac{J_{As}}{C_{Am}-C_r}.\omega_{Am}}$$

Q23. $$\boxed{P(Am \longleftrightarrow As) = P(Am \longrightarrow As/Am) = C_{Am}.\left(\omega_{As}(t) - \omega_{Am}\right)}$$

Q24.

$$W = \int_0^{te} P(Am \longleftrightarrow As).dt = \int_0^{te} C_{Am}.\left(\omega_{As}(t) - \omega_{Am}\right).dt = C_{Am}.\int_0^{\omega_{Am}} \omega_{As}(t).\frac{J_{As}}{C_{Am} - C_r}.d\omega_{As}(t) - C_{Am}.\omega_{Am}.te$$

$$= C_{Am}.\frac{J_{As}}{C_{Am} - C_r}.\frac{\omega_{Am}^2}{2} - C_{Am}.\omega_{Am}.\frac{J_{As}}{C_{Am} - C_r}.\omega_{Am}$$

$$\boxed{W = -\frac{C_{Am}.J_{As}}{C_{Am} - C_r}.\frac{\omega_{Am}^2}{2}}$$

Q25.

$$H_m(p) = \frac{\frac{k}{R + L.p}.\frac{1}{J_a.p}}{1 + \frac{k^2}{R + L.p}.\frac{1}{J_a.p}} = \frac{k}{k^2 + R.J_a.p + J_a.L.p^2} = \frac{\frac{1}{k}}{1 + \frac{R.J_a}{k^2}.p + \frac{J_a.L}{k^2}.p^2}$$

$$\boxed{k_M = \frac{1}{k}} \qquad \boxed{\omega_n = \sqrt{\frac{k^2}{J_a.L}}} \qquad \boxed{z = \frac{R}{2.k}.\sqrt{\frac{1}{J_a.L}}}$$

$$H_R(p) = \frac{\frac{1}{J_a.p}}{1 + \frac{k^2}{R + L.p}.\frac{1}{J_a.p}} = \frac{R + L.p}{k^2 + R.J_a.p + J_a.L.p^2} = \frac{\frac{R}{k^2}.\left(1 + \frac{L}{R}.p\right)}{1 + \frac{R.J_a}{k^2}.p + \frac{J_a.L}{k^2}.p^2}$$

$$\boxed{k_r = \frac{R}{k^2}} \qquad \boxed{\tau = \frac{L}{R}}$$

Q26. $$\boxed{K_G = \frac{K_{Cap}}{\rho.R_m}}$$

Q27. $$\boxed{H_{BO}(p) = \frac{V(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K_C.K}{1 + \frac{2.z}{\omega_n}.p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}}$$

Q28. $$H_{BF}(p) = \frac{V(p)}{V_C(p)} = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)} \qquad H_{BF}(p) = \frac{K_{BF}}{1 + \frac{2.\xi}{\omega_0}.p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

$$\boxed{H_{BF}(p) = \frac{\frac{K_C.K}{1 + K_C.K}}{1 + \frac{2.z}{\omega_n.\left(1 + K_C.K\right)}.p + \frac{p^2}{\omega_n^2.\left(1 + K_C.K\right)}}}$$

$$\boxed{K_{BF} = \frac{K_C.K}{1 + K_C.K}} \qquad \frac{2.z}{\omega_n.1 + K_C.K} = \frac{2.\xi}{\omega_0}$$

$$\boxed{\omega_0 = \omega_n.\sqrt{1 + K_C.K}} \qquad \boxed{\xi = \frac{z}{\sqrt{1 + K_C.K}}}$$

Q29.a

$20logK = 6dB \quad \Rightarrow \quad \boxed{K = 2}$

$\varphi(\omega_n) = -90° \qquad \boxed{\omega_n = 0{,}16(rad/s)}$

$\|H_{BO}(j\omega_n)\|_{dB} = 20log\left(\dfrac{K_C.K}{2.z}\right) = -17dB$

Pour $K_C = 1$ $\boxed{z = 7{,}08}$

$z > 1 \Rightarrow H_{BO}(p) = \dfrac{K_C.K}{(1+T_1.p).(1+T_2.p)}$

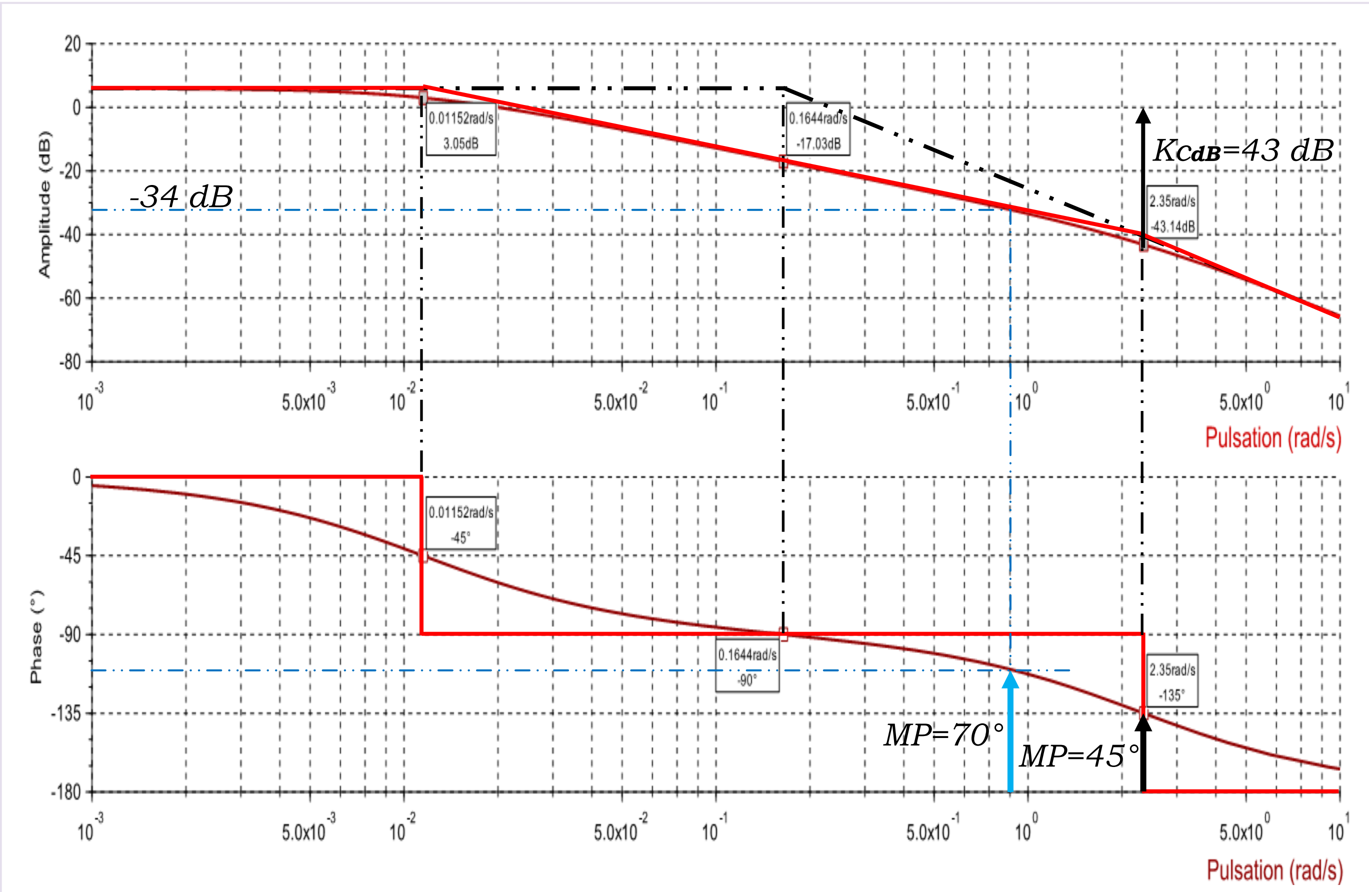
$\varphi\left(\dfrac{1}{T_2}\right) = -45° \Rightarrow \dfrac{1}{T_2} = 0{,}01152(rad/s) \Rightarrow T_2 = 86{,}8(s)$

$\varphi\left(\dfrac{1}{T_1}\right) = -135° \Rightarrow \dfrac{1}{T_1} = 2{,}35(rad/s) \Rightarrow T_1 = 0{,}425(s)$

$$H_{BO}(j\omega) = \frac{K_C.K}{\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}\right) + j.\left(2.z\dfrac{\omega}{\omega_n}\right)} \qquad \|H_{BO}(j\omega)\| = \frac{K_C.K}{\sqrt{\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2.z\dfrac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \qquad \varphi(\omega) = -\arctan\frac{2.z\dfrac{\omega}{\omega_n}}{1-\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}}$$

Q29.c Pour avoir MP=45° il faut que $20logKc = 43dB \Rightarrow \boxed{Kc = 141{,}25}$

Q29.c



Q30. *Pour avoir un temps de réponse à 5% minimum il faut que* $\xi = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}7$

$$\xi = \frac{z}{\sqrt{1+K_C.K}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{K_C = \frac{1}{K}.\left(\left(\frac{z}{\xi}\right)^2 - 1\right)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{K_C = 50{,}64}$$

Q31. *Pour un échelon de vitesse d'amplitude* v_0 *, l'erreur statique* $\left(\varepsilon_{SC} = \dfrac{v_0}{1+K_C.K}\right)$

Aucun intégrateur dans la chaine directe.

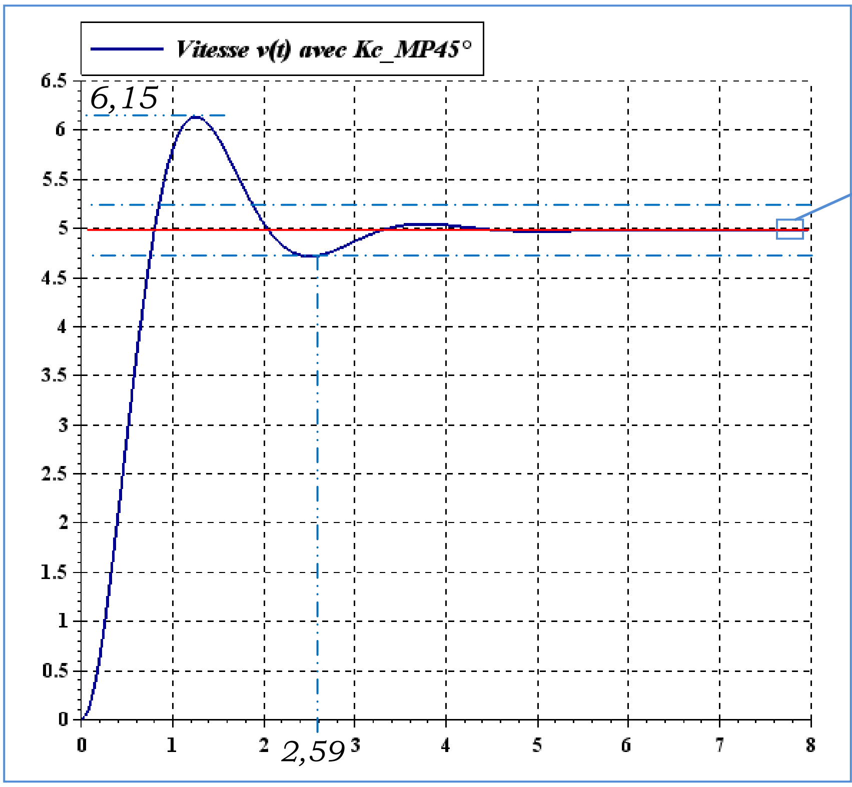
Q32. $H_{CR}(p) = \left.\dfrac{V(p)}{C_{Rés}(p)}\right|_{V_C(p)=0} = -\dfrac{H_{R2}(p)}{1+H_{BO}(p)}$ $\qquad H_{Cr}(p) = -\dfrac{\dfrac{G}{1+K_C.K}.(1+\tau.p)}{1+\dfrac{2.\xi}{\omega_0}.p+\dfrac{p^2}{\omega_0^{\,2}}}$

Q33. $\varepsilon_{Pert} = -v(+\infty)$ *Avec* $v(+\infty) = \lim\limits_{t\to+\infty} v(t) = \lim\limits_{p\to 0} p.V(p)\Big|_{VC=0} = \lim\limits_{p\to 0} p.H_{Cr}(p).C_{Rés}(p) = -\dfrac{G.C_0}{1+K_C.K}$

$$\boxed{\varepsilon_{Pert} = \dfrac{G.C_0}{1+K_C.K}}$$

Q34. $V(p) = \dfrac{H_{BO}(p)}{1+H_{BO}(p)}.V_C(p) - \dfrac{H_{R2}(p)}{1+H_{BO}(p)}.C_{Rés}(p)$ *les deux fonctions* $H_{BF}(p)$ *et* $H_{CR}(p)$ *ont le même dénominateur* $\Rightarrow$ *elles ont les mêmes pôles* $\Rightarrow$ *si le système est stable sans perturbation, il reste stable en sa présence.*

Q35.



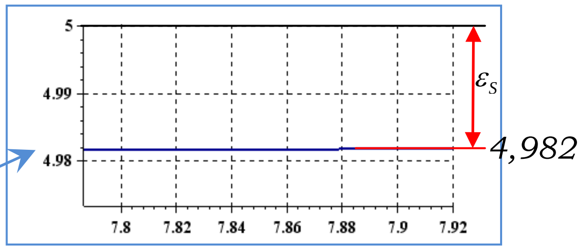


*Tableau **T***

Stabilité : *MP*	*45°*
Précision : ε_S	*0,018 m/s*
Rapidité : *tr5%*	*2,59 (s)*
Dépassement : *D%*	23,5%

Augmentation de K_C *entraîne :*

Détérioration de la stabilité : $MP\downarrow$
Détérioration de l'amortissement : $D\%\uparrow(\downarrow\xi)$
Amélioration de la rapidité dans le cas :
$(K_C < K_C\_tr5\%\ (\downarrow\xi \Rightarrow \xi > 0,7 \Rightarrow t_{r5\%}\downarrow)$

Amélioration de la précision : $\varepsilon_S\downarrow$
Détérioration de la rapidité : $t_{r5\%}\uparrow$
$(K_C > K_C\_tr5\%\ (\downarrow\xi \Rightarrow \xi < 0,7 \Rightarrow t_{r5\%}\uparrow)$

Q36. *Le correcteur* $C(p)=\dfrac{K_I}{p}$ *est de classe 1 :*

Présence d'intégrateur dans la chaine directe $\Rightarrow \varepsilon_{consigne}=0$

Présence d'intégrateur en amont du point d'injection de la perturbation $\Rightarrow \varepsilon_{pert}=0$

Q37. $H_{BO}(p)=\dfrac{K_I.K}{p.\left(1+\dfrac{2.z}{\omega_n}.p+\dfrac{p^2}{\omega_n{}^2}\right)}$ $\quad H_{BF}(p)=\dfrac{H_{BO}(p)}{1+H_{BO}(p)}=\dfrac{K_I.K}{K_I.K+p+\dfrac{2.z}{\omega_n}.p^2+\dfrac{1}{\omega_n{}^2}.p^3}$

Par critère de Routh : *1^er condition :* $K_I>0$

Tableau donne : $\begin{vmatrix}\dfrac{1}{\omega_n{}^2} & 1\\ \dfrac{2.z}{\omega_n} & K_I.K\end{vmatrix}$ divisé : $-\dfrac{\begin{vmatrix}\dfrac{1}{\omega_n{}^2} & 1\\ \dfrac{2.z}{\omega_n} & K_I.K\end{vmatrix}}{\dfrac{2.z}{\omega_n}}$

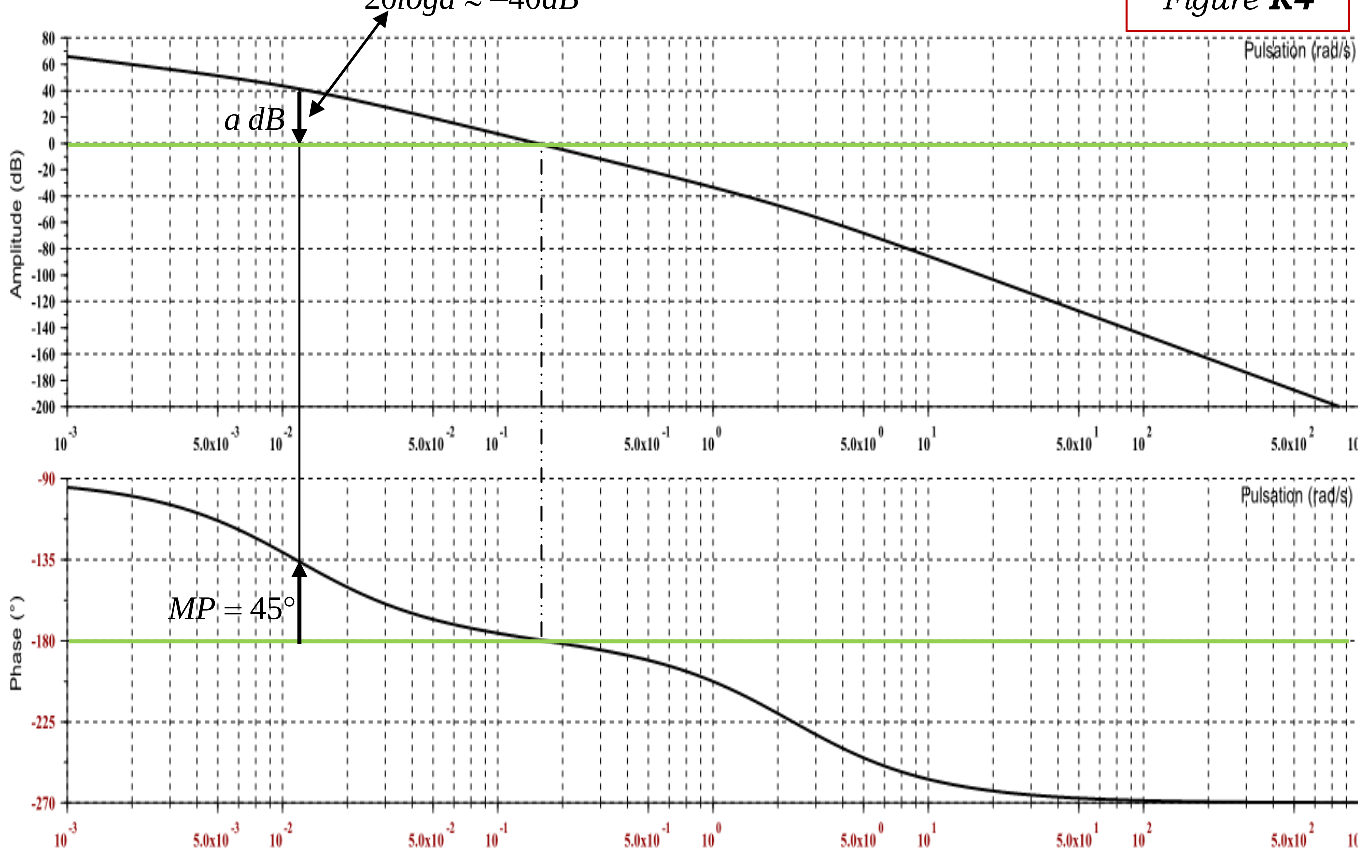
2^ième condition : $\dfrac{2.z}{\omega_n}-\dfrac{K_I.K}{\omega_n{}^2}>0$

Système stable SI $0<K_I<\dfrac{2.z.\omega_n}{K}$

$\boxed{K_{I\_limite}=\dfrac{2.z.\omega_n}{K}}$

Q38.

Figure ***R4***



$\boxed{a=10^{-2}}$ $\quad C(p)=\dfrac{10^{-2}.K_{I\_limite}}{p}$ $\quad MP=45°$ *et* $\boxed{MG=40dB}$

Q39. $K_I\_tr5\%$ *pour avoir le système le plus rapide ;* $\xi_{BF}=0,7$

$$H_{BF}(p)=\frac{H_{BOC}(p)}{1+H_{BOC}(p)}=\frac{K_I.\frac{4,65}{p.(1+0,43.p)}}{1+K_I.\frac{4,65}{p.(1+0,43.p)}}=\frac{1}{1+\frac{p}{K_I.4,65}+\frac{0,43}{K_I.4,65}.p^2}$$

$$\left(\frac{2.\xi_{BF}}{\omega_{0BF}}\right)^2=\frac{4.\xi_{BF}{}^2.0,43}{\cancel{K_I.4,65}}=\frac{1}{\cancel{K_I.4,65}}.\frac{1}{K_I.4,65}\qquad K_I=\frac{1}{4.\xi_{BF}{}^2.0,43.4,65}\qquad \boxed{K_I=0,255}$$

$$\omega_{0BF}=1,66\,rad/s$$

$$D=\exp\left(\frac{-\pi.\xi_{BF}}{\sqrt{1-\xi_{BF}{}^2}}\right)\qquad \xi_{BF}=0,7\qquad \boxed{D=4,6\%}$$

Q40.

$K_I=0,255$ $\quad 20logK_I=-11,86dB$ $\quad MP>45°$