

I- PRESENTATION ET ANALYSE FONCTIONNELLE DU SYSTEME :**➤ Question 1 :**

A partir des données du texte introductif et des documents techniques DT1 et DT2, compléter le diagramme FAST descriptif du ROBDRIVE du document réponse DR1.

(Voir DR1)

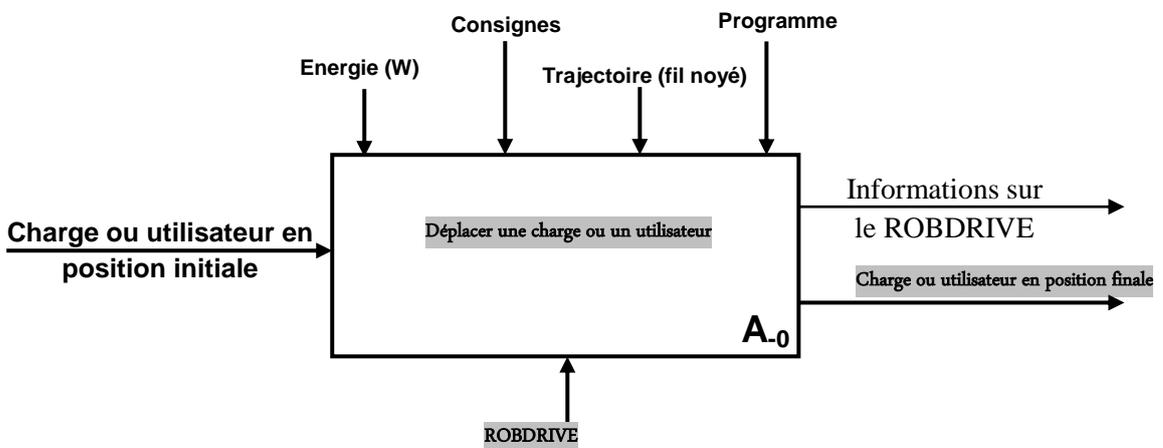
➤ Question 2 :

On donne ci-dessous le diagramme SADT niveau A_{-0} (incomplet) du ROBDRIVE

a) Recopier sur votre copie le diagramme SADT niveau A_{-0} et compléter les zones manquantes.

b) Compléter les zones manquantes du diagramme SADT niveau A_0 du document réponse DR2.

a) SADT A_{-0}



b) (Voir DR2)

II- ETUDE INERTIELLE APPROCHÉE D'UNE JANTE ET EQUILIBRAGE DYNAMIQUE:**II-1- Détermination approchée de la matrice d'inertie d'une jante :****➤ Question 3 :** (voir figure 5 document technique DT3)

Montrer que la matrice d'inertie du cylindre creux (Cy_1) d'épaisseur e_1 négligeable, en son centre d'inertie O, dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est :

$$[I_O(Cy_1)] = \begin{pmatrix} M_1 r_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & M_1 \left(\frac{r_1^2}{2} + \frac{L^2}{12} \right) & 0 \\ 0 & 0 & M_1 \left(\frac{r_1^2}{2} + \frac{L^2}{12} \right) \end{pmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

(O, \bar{x}) axe de symétrie matérielle de révolution du cylindre (Cy_1) donc :

$$[I_O(Cy_1)] = \begin{pmatrix} A_{C1} & 0 & 0 \\ 0 & B_{C1} & 0 \\ 0 & 0 & B_{C1} \end{pmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$$

Un point courant de (Cy_1) est tel que $\overrightarrow{OP} = x \bar{x} + y \bar{y} + z \bar{z}$

$$A_{C1} = \int_{P \in (Cy_1)} (y^2 + z^2) dm = \int_{P \in (Cy_1)} r_1^2 dm = r_1^2 \cdot \int_{P \in (Cy_1)} dm = M_1 \cdot r_1^2$$

$$B_{C1} = \frac{A_{C1}}{2} + \int_{P \in (Cy_1)} x^2 dm = \frac{M_1 \cdot r_1^2}{2} + \frac{M_1 \cdot L^2}{12}$$

➤ **Question 4 :** (voir figure 6 document technique DT3)

- a) Donner en fonction de m_p , L et a , la matrice d'inertie de la plaque rectangulaire (P_i) en son centre d'inertie G_i et dans la base $(\bar{x}, \bar{y}_i, \bar{z}_i)$ liée à celle-ci.
- b) Déterminer en fonction de m_p , L , r_1 et a , la matrice d'inertie de la plaque rectangulaire (P_i) au point O dans la base $(\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i)$

$$a) \quad [I_{G_i}(P_i)] = \begin{pmatrix} \frac{m_p a^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_p (a^2 + L^2)}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_p L^2}{12} \end{pmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}_i, \bar{z}_i)}$$

- b) En appliquant le Th de Huygens généralisé on a :

$$[I_O(P_i)] = [I_{G_i}(P_i)] + [I_O(m_p, G_i)]$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{m_p a^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_p (a^2 + L^2)}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_p L^2}{12} \end{pmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}_i, \bar{z}_i)} + \begin{pmatrix} m_p \left(r_1 + \frac{a}{2} \right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_p \left(r_1 + \frac{a}{2} \right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}_i, \bar{z}_i)}$$

$$[I_O(P_i)] = \begin{pmatrix} m_p \left(\frac{a^2}{12} + \left(r_1 + \frac{a}{2} \right)^2 \right) & 0 & 0 \\ 0 & m_p \left(\frac{a^2}{12} + \left(r_1 + \frac{a}{2} \right)^2 + \frac{L^2}{12} \right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_p L^2}{12} \end{pmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}_i, \bar{z}_i)}$$

➤ **Question 5 :**

a) Déterminer en fonction de B_i , C_i et θ_i le moment d'inertie de la plaque (P_i) par rapport à l'axe (O, \vec{y}) noté $I_{oy}(P_i)$.

b) Déterminer en fonction de B_i , C_i et θ_i le moment d'inertie de la plaque (P_i) par rapport à l'axe (O, \vec{z}) noté $I_{oz}(P_i)$.

$$a) I_{oy}(P_i) = \vec{y} \cdot ([I_O(P_i)] \vec{y}) = B_i (\cos \theta_i)^2 + C_i (\sin \theta_i)^2 \quad (\vec{y} = \cos \theta_i \vec{y}_i - \sin \theta_i \vec{z}_i)$$

$$b) I_{oz}(P_i) = \vec{z} \cdot ([I_O(P_i)] \vec{z}) = B_i (\sin \theta_i)^2 + C_i (\cos \theta_i)^2 \quad (\vec{z} = \sin \theta_i \vec{y}_i + \cos \theta_i \vec{z}_i)$$

➤ **Question 6 :**

a) Montrer que la matrice d'inertie de la jante (S) = $\{Cy_1, Cy_2, P_1, P_2, P_3\}$ au point O dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est de la forme :

$$[I_O(S)] = \begin{pmatrix} A_S & 0 & 0 \\ 0 & B_S & 0 \\ 0 & 0 & C_S \end{pmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

b) Déterminer les moments d'inerties A_S , B_S et C_S , Conclure.

a) (S) = $\{Cy_1, Cy_2, P_1, P_2, P_3\}$ admet deux plans de symétrie matérielle (O, \vec{x}, \vec{z}) et (O, \vec{y}, \vec{z})

b) .) $A_S = I_{ox}(S) = I_{ox}(Cy_1) + I_{ox}(Cy_2) + I_{ox}(P_1) + I_{ox}(P_2) + I_{ox}(P_3)$

$$A_S = M_1 r_1^2 + M_2 r_2^2 + 3A_i$$

.) $B_S = I_{oy}(S) = I_{oy}(Cy_1) + I_{oy}(Cy_2) + I_{oy}(P_1) + I_{oy}(P_2) + I_{oy}(P_3)$

$$I_{oy}(P_1) = I_{oy}(P_i) \Big|_{\theta_i=0} = B_i \quad I_{oy}(P_2) = I_{oy}(P_i) \Big|_{\theta_i=(\pi/2)+(\pi/6)} = \frac{B_i}{4} + \frac{3C_i}{4}$$

$$I_{oy}(P_3) = I_{oy}(P_i) \Big|_{\theta_i=-(\pi/2)-(\pi/6)} = \frac{B_i}{4} + \frac{3C_i}{4}$$

$$\text{Donc } B_S = M_1 \left(\frac{r_1^2}{2} + \frac{L^2}{12} \right) + M_2 \left(\frac{r_2^2}{2} + \frac{L^2}{12} \right) + \frac{3}{2} (B_i + C_i)$$

.) $C_S = I_{oz}(S) = I_{oz}(Cy_1) + I_{oz}(Cy_2) + I_{oz}(P_1) + I_{oz}(P_2) + I_{oz}(P_3)$

$$I_{oz}(P_1) = I_{oz}(P_i) \Big|_{\theta_i=0} = C_i \quad I_{oz}(P_2) = I_{oz}(P_i) \Big|_{\theta_i=(\pi/2)+(\pi/6)} = \frac{3B_i}{4} + \frac{C_i}{4}$$

$$I_{oz}(P_3) = I_{oz}(P_i) \Big|_{\theta_i=-(\pi/2)-(\pi/6)} = \frac{3B_i}{4} + \frac{C_i}{4}$$

$$\text{Donc } C_S = M_1 \left(\frac{r_1^2}{2} + \frac{L^2}{12} \right) + M_2 \left(\frac{r_2^2}{2} + \frac{L^2}{12} \right) + \frac{3}{2} (B_i + C_i)$$

.) Conclusion : On a $B_S = C_S$ donc (O, \vec{x}) est un axe de symétrie matérielle de révolution de la jante (S) = $\{Cy_1, Cy_2, P_1, P_2, P_3\}$

II-2- Equilibrage d'une roue du ROBDRIIVE :

➤ **Question 7 :**

Traduire les deux conditions d'équilibrage dynamique pour l'ensemble $\Sigma = \{R_i, P_{t1}, P_{t2}\}$, en déduire les quatre équations scalaires liant $m_1, m_2, \theta_1, \theta_2$ et des données géométriques et d'inertie.

Soit $\overrightarrow{O_R P_{t1}} = x_1 \bar{x}_R + y_1 \bar{y}_R + z_1 \bar{z}_R$ et $\overrightarrow{O_R P_{t2}} = x_2 \bar{x}_R + y_2 \bar{y}_R + z_2 \bar{z}_R$

- 1^{ère} condition d'équilibrage : le centre d'inertie G_Σ de l'ensemble $\Sigma = \{R_i, P_{t1}, P_{t2}\}$ doit être sur

l'axe de rotation (O_R, \bar{x}_R) donc :

$$\begin{cases} \bar{y}_R \cdot \overrightarrow{O_R G_\Sigma} = 0 \\ \bar{z}_R \cdot \overrightarrow{O_R G_\Sigma} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_R d + m_1 y_1 + m_2 y_2 = 0 \\ m_1 z_1 + m_2 z_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_R d + m_1 \rho \cos \theta_1 + m_2 \rho \cos \theta_2 = 0 & (1) \\ m_1 \rho \sin \theta_1 + m_2 \rho \sin \theta_2 = 0 & (2) \end{cases}$$

- 2^{ème} condition d'équilibrage : l'axe de rotation (O_R, \bar{x}_R) doit être un axe principal d'inertie de l'ensemble $\Sigma = \{R_i, P_{t1}, P_{t2}\}$ donc :

$$\begin{cases} F_\Sigma = \int_{p \in \Sigma} xy \, dm = F + m_1 x_1 y_1 + m_2 x_2 y_2 = 0 \\ E_\Sigma = \int_{p \in \Sigma} xz \, dm = E + m_1 x_1 z_1 + m_2 x_2 z_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F + m_1 \frac{L}{2} \rho \cos \theta_1 - m_2 \frac{L}{2} \rho \cos \theta_2 = 0 & (3) \\ E + m_1 \frac{L}{2} \rho \sin \theta_1 - m_2 \frac{L}{2} \rho \sin \theta_2 = 0 & (4) \end{cases}$$

➤ **Question 8 :**

Déterminer les expressions des masses m_1 et m_2 et des angles θ_1 et θ_2 .

(3)+(L/2)*(1) donne : $F + m_R \frac{L}{2} d + m_1 L \rho \cos \theta_1 = 0$

(4)+(L/2)*(2) donne : $E + m_1 L \rho \sin \theta_1 = 0$

Alors $\text{tg} \theta_1 = \frac{2E}{2F + m_R L d}$ et $m_1 = \frac{1}{\rho L} \sqrt{\left(F + m_R \frac{L}{2} d\right)^2 + E^2}$

De même $\text{tg} \theta_2 = \frac{2E}{2F - m_R L d}$ et $m_2 = \frac{1}{\rho L} \sqrt{\left(F - m_R \frac{L}{2} d\right)^2 + E^2}$

III- ETUDE CINEMATIQUE DANS UNE SITUATION PARTICULIERE :

➤ **Question 9:**

- a) Déterminer dans la base (\bar{x}_1, \bar{y}_1) , le vecteur vitesse $\vec{V}(C_1 \in 1/0)$ en fonction de R et $\dot{\psi}$.
- b) En exprimant le roulement sans glissement au point de contact I_1 entre (R_1) et (0) , déterminer dans la base (\bar{x}_1, \bar{y}_1) le vecteur vitesse $\vec{V}(C_1 \in 1/0)$ en fonction de r, a_1 , b_1 , α_1 , $\dot{\psi}$ et $\dot{\phi}_1$.
- c) En exprimant le roulement sans glissement au point de contact I_2 entre (R_2) et (0) , déterminer dans la base (\bar{x}_1, \bar{y}_1) le vecteur vitesse $\vec{V}(C_1 \in 1/0)$ en fonction de r, a_1 , b_1 , α_2 , $\dot{\psi}$ et $\dot{\phi}_2$.

a) $\vec{V}(C_1 \in 1/0) = R\dot{\psi}\bar{y}_1$

b)
$$\vec{V}(C_1 \in 1/0) = \vec{V}(A_1 \in 1/0) + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \overline{A_1C_1} = \underbrace{\vec{V}(I_1 \in R_1/0)}_0 + \vec{\Omega}(R_1/0) \wedge \overline{I_1A_1} + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \overline{A_1C_1}$$

$$(\vec{V}(A_1 \in 1/0) = \vec{V}(A_1 \in R_1/0))$$

$$\vec{V}(C_1 \in 1/0) = (\dot{\phi}_1 \bar{u}_1 + \dot{\alpha}_1 \bar{z}_0) \wedge r \bar{z}_0 + \dot{\psi} \bar{z}_0 \wedge (b_1 \bar{x}_1 - a_1 \bar{y}_1)$$

$$= -r\dot{\phi}_1 \bar{v}_1 + b_1\dot{\psi} \bar{y}_1 + a_1\dot{\psi} \bar{x}_1$$

$$\vec{V}(C_1 \in 1/0) = (a_1\dot{\psi} + r\dot{\phi}_1 \sin \alpha_1) \bar{x}_1 + (b_1\dot{\psi} - r\dot{\phi}_1 \cos \alpha_1) \bar{y}_1$$

c) De même :

$$\vec{V}(C_1 \in 1/0) = (a_1\dot{\psi} + r\dot{\phi}_2 \sin \alpha_2) \bar{x}_1 - (b_1\dot{\psi} + r\dot{\phi}_2 \cos \alpha_2) \bar{y}_1$$

➤ **Question 10:**

- a) Ecrire alors les quatre équations différentielles liant R, r, a_1 , b_1 , α_1 , α_2 , $\dot{\phi}_1$, $\dot{\phi}_2$ et $\dot{\psi}$.
- b) Déterminer en fonction de R, a_1 et b_1 , les angles de braquage α_1 et α_2 , commenter.
- c) Déterminer en fonction de R, a_1 , b_1 , r et $\dot{\psi}$, les vitesses angulaires $\dot{\phi}_1$ et $\dot{\phi}_2$ ($\dot{\psi} > 0$).

a)

$$\begin{cases} a_1\dot{\psi} + r\dot{\phi}_1 \sin \alpha_1 = 0 & (1) \\ b_1\dot{\psi} - r\dot{\phi}_1 \cos \alpha_1 = R\dot{\psi} & (2) \\ a_1\dot{\psi} + r\dot{\phi}_2 \sin \alpha_2 = 0 & (3) \\ -(b_1\dot{\psi} + r\dot{\phi}_2 \cos \alpha_2) = R\dot{\psi} & (4) \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} a_1\dot{\psi} + r\dot{\phi}_1 \sin \alpha_1 = a_1\dot{\psi} + r\dot{\phi}_2 \sin \alpha_2 \\ b_1\dot{\psi} - r\dot{\phi}_1 \cos \alpha_1 = -(b_1\dot{\psi} + r\dot{\phi}_2 \cos \alpha_2) \\ a_1\dot{\psi} + r\dot{\phi}_1 \sin \alpha_1 = 0 \\ b_1\dot{\psi} - r\dot{\phi}_1 \cos \alpha_1 = R\dot{\psi} \end{cases}$$

ou

b) $\text{tg} \alpha_1 = \frac{a_1}{R - b_1}$ $\text{tg} \alpha_2 = \frac{a_1}{R + b_1}$

D'après leurs expressions les angles α_1 et α_2 sont constants dans ce cas de plus $\alpha_1 > \alpha_2$.

c) $\dot{\phi}_1 = \frac{-\dot{\psi}}{r} \sqrt{a_1^2 + (R - b_1)^2}$ $\dot{\phi}_2 = \frac{-\dot{\psi}}{r} \sqrt{a_1^2 + (R + b_1)^2}$

(d'après (1) et (3) $\dot{\phi}_1$ et $\dot{\phi}_2$ sont < 0 , sur le schéma α_1 et α_2 sont positifs)

➤ **Question 11:**

- a) Montrer que chaque axe (A_i, \bar{u}_i) passe par le point K_0 .
- b) Donner sans calcul, les expressions des angles α_3 et α_4 et des vitesses angulaires $\dot{\phi}_3$ et $\dot{\phi}_4$.
- c) Sachant que $a_1 = 0.603$ m et $b_1 = 0.510$ m et $\alpha_i \in [-25^\circ, 25^\circ]$ calculer le rayon minimal R_{\min} du cercle que peut décrire le point C_1 .

- a) On a $\vec{V}(K_0 \in 1/0) = \vec{0}$ donc K_0 représente le CIR du mouvement de (1) / à (0) donc on doit avoir $\vec{V}(A_i \in 1/0) \perp \text{à } (K_0 A_i) \quad \forall i$
 Or $\vec{V}(A_i \in 1/0) = \vec{V}(A_i \in R_i / 0) = \underbrace{\vec{V}(I_i \in R_i / 0)}_{\vec{0}} + \vec{\Omega}(R_i / 0) \wedge \vec{I_i A_i} = -r\dot{\phi}_i \vec{v}_i$
 Donc chaque axe (A_i, \vec{u}_i) passe par le point K_0 .

b) $\text{tg}\alpha_3 = -\text{tg}\alpha_2 = \frac{-a_1}{R + b_1}$ $\text{tg}\alpha_4 = -\text{tg}\alpha_1 = \frac{-a_1}{R - b_1}$

$\dot{\phi}_3 = \dot{\phi}_2 = \frac{-\dot{\psi}}{r} \sqrt{a_1^2 + (R + b_1)^2}$ $\dot{\phi}_4 = \dot{\phi}_1 = \frac{-\dot{\psi}}{r} \sqrt{a_1^2 + (R - b_1)^2}$

- c) Le rayon R est minimal quand α_1 est maximal donc

$\text{tg}\alpha_{1\text{Max}} = \frac{a_1}{R_{\text{min}} - b_1} \Rightarrow R_{\text{min}} = b_1 + \frac{a_1}{\text{tg}\alpha_{1\text{Max}}}$

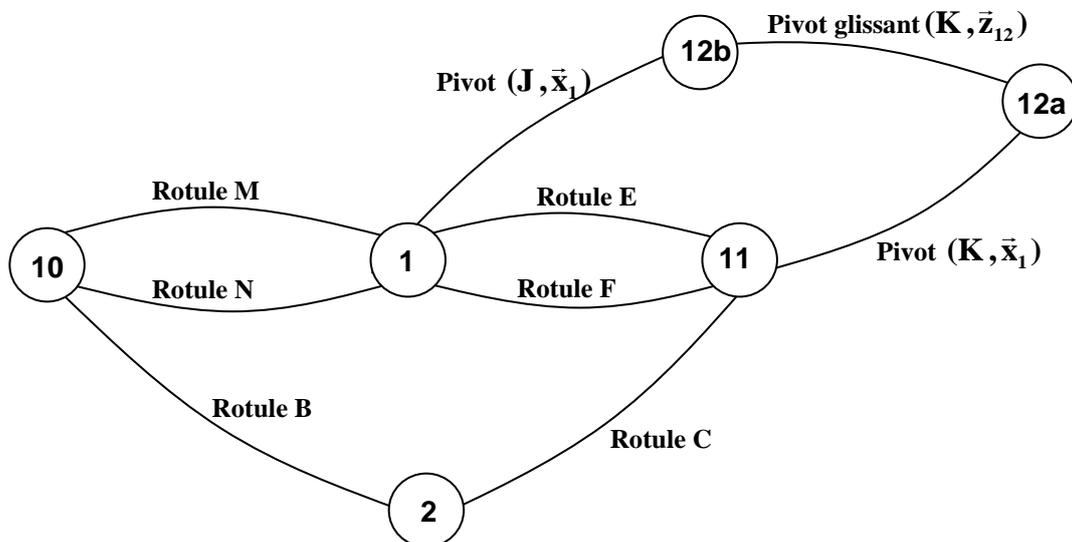
A.N : $R_{\text{min}} = 0.510 + \frac{0.603}{\text{tg}(25^\circ)} = 1.803\text{m}$

IV- ETUDE MECANIQUE DU SYSTEME DE SUSPENSION :

IV-1- Chaînes des solides :

➤ **Question 12:**

Tracer le graphe des liaisons du système de suspension, on indiquera clairement la nature de chaque liaison et sa caractéristique géométrique



➤ **Question 13 :**

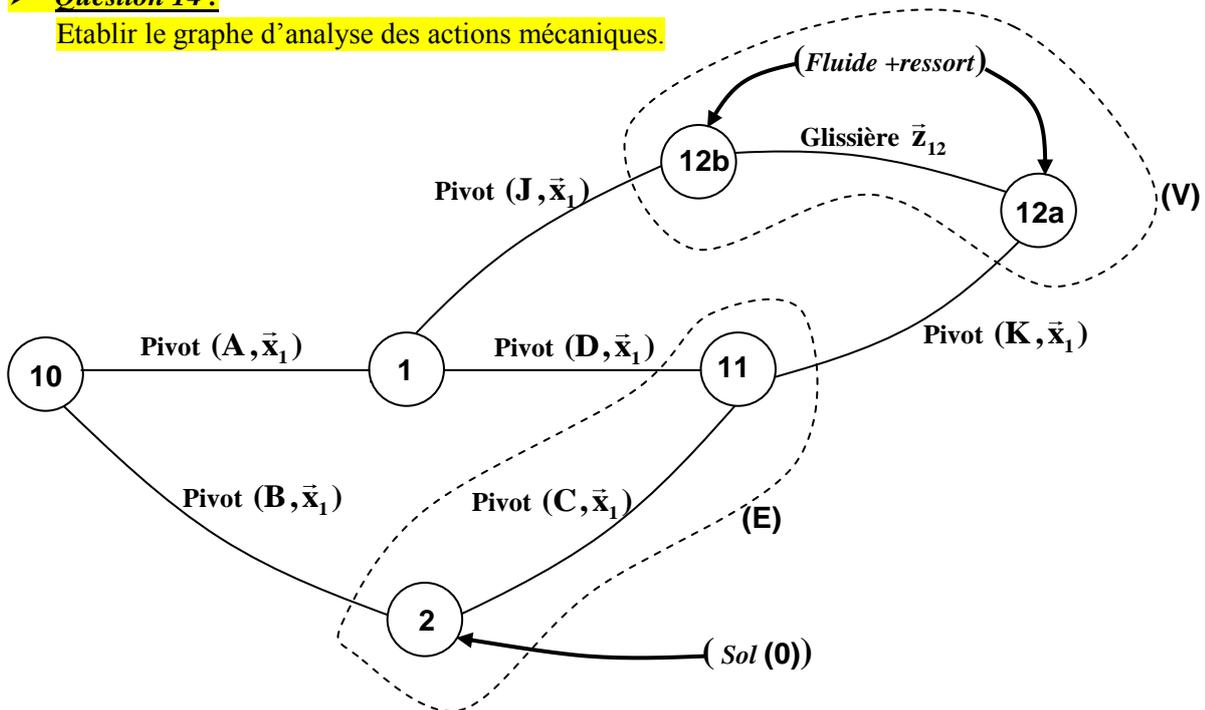
- a) La mobilité utile du système est $m_u = 1$, quelle est à votre avis cette mobilité ?
- b) Estimer le degré de mobilité interne du système, indiquer clairement le ou les mouvements concernés.
- c) Déterminer le degré d'hyperstatisme h du système de suspension, conclure.
- d) Quelles sont les conséquences de la valeur de h sur le montage du système.
- e) On envisage de modifier la liaison entre (12b) et (1) par une liaison rotule de centre J et la liaison entre (12a) et (11) par une rotule de centre K. Que devient le degré de mobilité du système ? Evaluer à nouveau le degré d'hyperstatisme du système puis conclure.
- f) Quelle est sans calcul, la liaison équivalente aux deux liaisons en // entre le triangle inférieur (10) et le châssis (1), quel est son degré d'hyperstatisme et comment peut on rendre cette liaison équivalente isostatique ?

- a) $m_u = 1$; c'est la translation circulaire de (2) par rapport à (1)
le candidat peut aussi donner comme réponse : la translation de (12a) par rapport à (12b) suivant \bar{z}_{12} ou la rotation de (10) / à (1) autour de (A, \bar{x}_1) ou la rotation de (11) / à (1) autour de (D, \bar{x}_1)
- b) $m_i = 1$; c'est la rotation de (2) autour de (BC)
- c) $h = N_s - 6(n-1) + m$ avec :
 Nbre d'incs statiques $N_s = 6*3 + 2*5 + 4$ (6 rotules , 2 pivots , 1 pivot glissant)
 $N_s = 32$
 Nbre de solides $n = 6$
 Mobilité $m = m_u + m_i = 1 + 1 = 2$
 Donc $h = 32 - 30 + 2$ **$h = 4$** ; le système est hyperstatique d'ordre 4.
- d) Quatre conditions de montage à respecter.
- e) La mobilité utile reste inchangée $m_u = 1$
 ,la mobilité interne devient $m_i = 3$: * rotation de (2) autour de (BC) ;
 * rotation de (12a) autour de (JK) ;
 * rotation de (12b) autour de (JK) ;
 $N_s = 8*3 + 4 = 28$ (8 rotules , 1 pivot glissant)
 $h = N_s - 6(n-1) + m = 28 - 30 + 4$ **$h = 2$** ; le système reste hyperstatique mais avec moins de contraintes de montage.
- f) $L_{\text{éq}}(10/1) = \text{pivot d'axe } (M, \bar{x}_1)$; $h_{L_{\text{éq}}} = 1$; pour rendre cette liaison équivalente isostatique il suffit de remplacer par exemple la liaison rotule en N par une linéaire annulaire d'axe (N, \bar{x}_1)

IV-2- Etude statique du système de suspension

➤ Question 14 :

Etablir le graphe d'analyse des actions mécaniques.



➤ Question 15 :

- Montrer que la résultante de l'action mécanique de la tige (12a) du vérin de suspension sur le triangle (11) peut se mettre sous la forme $\vec{R}(12a \rightarrow 11) = R_{12a/11} \vec{z}_{12}$ ($R_{12a/11}$ est en valeur algébrique).
- En appliquant le théorème de la résultante statique à la tige (12a) en projection sur \vec{z}_{12} , exprimer $R_{12a/11}$ en fonction de $F_{vé}$.
- Montrer que la résultante de l'action mécanique du triangle (10) sur la roue (2) peut se mettre sous la forme $\vec{R}(10 \rightarrow 2) = R_{10/2} \vec{y}_{10}$ ($R_{10/2}$ est en valeur algébrique).
- En appliquant le théorème du moment statique au point C, à la roue (2) déterminer la relation liant $R_{10/2}$, P_i , α et des données géométriques.

- a) En isolant l'ensemble vérin (V) = {12a, 12b} et tenant compte des hypothèses de l'énoncé celui-ci est en équilibre sous l'action de deux glisseurs :

$$\{\tau(1 \rightarrow 12b)\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}(1 \rightarrow 12b) \\ \vec{0} \end{array} \right\}_J \quad \text{et} \quad \{\tau(11 \rightarrow 12a)\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}(11 \rightarrow 12a) \\ \vec{0} \end{array} \right\}_K$$

Donc les deux forces $\vec{R}(1 \rightarrow 12b)$ et $\vec{R}(11 \rightarrow 12a)$ sont directement opposées, elles ont la même direction qui est la droite (JK) d'où $\vec{R}(12a \rightarrow 11) = -\vec{R}(11 \rightarrow 12a) = R_{12a/11} \vec{z}_{12}$

- b) le TRS appliqué à la tige (12a) en projection sur $\vec{z}_{12} \Rightarrow \vec{z}_{12} \cdot \vec{R}(12a \rightarrow 12a) = 0$
 $\Rightarrow \underbrace{\vec{z}_{12} \cdot \vec{R}(11 \rightarrow 12a)}_{-R_{12a/11}} + \underbrace{\vec{z}_{12} \cdot \vec{R}(12b \rightarrow 12a)}_0 + \underbrace{\vec{z}_{12} \cdot \vec{R}(\text{fluide} + \text{ressort} \rightarrow 12a)}_{-F_{vé}} = 0$
 $\Rightarrow -R_{12a/11} - F_{vé} = 0 \quad \text{d'où :}$

$$R_{12a/11} = -F_{vé}$$

c) De même qu'en a) en isolant le triangle inférieur (10) celui-ci est en équilibre sous l'action de deux forces $\vec{R}(1 \rightarrow 10)$ et $\vec{R}(2 \rightarrow 10)$ ces deux forces sont donc directement opposées, elles ont la même direction qui est la droite (AB),

$$\text{d'où } \vec{R}(10 \rightarrow 2) = -\vec{R}(2 \rightarrow 10) = R_{10/2} \vec{Y}_{10}$$

d) Le TMS appliqué à (2) au point C $\Rightarrow \vec{M}_C(\vec{2} \rightarrow 2) = \vec{0}$

$$\Rightarrow \underbrace{\vec{M}_C(11 \rightarrow 2)}_{\vec{0}} + \vec{M}_C(0 \rightarrow 2) + \vec{M}_C(10 \rightarrow 2) = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{CI} \wedge \vec{R}(0 \rightarrow 2) + \vec{CB} \wedge \vec{R}(10 \rightarrow 2) = \vec{0}$$

$$\text{ce qui donne } l_2 P_i + (-e \sin \alpha + l_1 \cos \alpha) R_{10/2} = 0$$

➤ **Question 16 :**

En isolant l'ensemble $(E) = \{2, 11\}$, déterminer l'effort du vérin $F_{v\acute{e}}$ en fonction de P_i , α , β et des données géométriques.

On applique à l'ensemble $(E) = \{2, 11\}$ le TMS au point D : $\vec{M}_D(\vec{E} \rightarrow E) = \vec{0}$

$$\Rightarrow \underbrace{\vec{M}_D(1 \rightarrow 11)}_{\vec{0}} + \vec{M}_D(0 \rightarrow 2) + \vec{M}_D(10 \rightarrow 2) + \vec{M}_D(12a \rightarrow 11) = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{DI} \wedge \vec{R}(0 \rightarrow 2) + \vec{DB} \wedge \vec{R}(10 \rightarrow 2) + \vec{DK} \wedge \vec{R}(12a \rightarrow 11) = \vec{0}$$

$$\text{ce qui donne } l_{10} P_i \cos \alpha - (H \cos \beta + \delta \sin \beta) F_{v\acute{e}} = 0$$

$$\text{d'où } F_{v\acute{e}} = \frac{l_{10} P_i \cos \alpha}{H \cos \beta + \delta \sin \beta}$$

V- ETUDE GRAPHIQUE DE LA CINEMATIQUE DU SYSTEME DE DIRECTION :

➤ **Question 17 :**

a) Quelle est la direction du vecteur vitesse $\vec{V}(C_5 \in 5/1)$, justifier votre réponse.

b) Déterminer graphiquement le vecteur vitesse $\vec{V}(C_5 \in 5/1)$.

➤ **Question 18 :**

Déterminer graphiquement le vecteur vitesse $\vec{V}(A_5 \in 5/1)$.

➤ **Question 19 :**

Déterminer graphiquement, les vecteurs vitesse $\vec{V}(A_5 \in 4b/4a)$ et $\vec{V}(A_5 \in 4a/1)$, indiquer la norme de $\vec{V}(A_5 \in 4b/4a)$.

(voir DR3)

VI- ASSERVISSEMENT EN VITESSE DES ROUES :

VI-1- Etude mécanique préliminaire :

➤ **Question 20 :**

a) Déterminer le rapport de réduction $n_1 = \frac{\omega_{PS}}{\omega_m}$ du réducteur épicycloïdal.

b) Calculer le rapport de réduction global $n = \frac{\omega_R}{\omega_m}$.

a) Par rapport au porte satellite (PS) on a :

$$\frac{\omega_{(C/PS)}}{\omega_{(m/PS)}} = \frac{-Z_m}{Z_C} \Rightarrow \frac{-\omega_{(PS/C)}}{\omega_{(m/C)} - \omega_{(PS/C)}} = \frac{-\omega_{PS}}{\omega_m - \omega_{PS}} = \frac{-Z_m}{Z_C}$$

d'où $n_1 = \frac{\omega_{PS}}{\omega_m} = \frac{Z_m}{Z_C + Z_m} = \frac{1}{3}$

b) le rapport de réduction global est $n = n_1 \cdot n_2 = \frac{1}{15}$

➤ **Question 21 :**

Sachant que le moment d'inertie de l'arbre moteur (A_m) par rapport à son axe est noté J_m , déterminer l'expression du moment d'inertie équivalent noté $J_{mr \text{ éq}}$ de l'ensemble (**arbre moteur (A_m) + réducteur épicycloïdal + réducteur cyclo**) ramené sur l'axe de l'arbre moteur (A_m).

L'énergie cinétique de l'ensemble (**arbre moteur (A_m) + réducteur épicycloïdal + réducteur cyclo**) est :

$$E_C = \frac{1}{2} (J_m \omega_m^2 + J_{rép} \omega_{rép}^2 + J_{rcy} \omega_R^2) = \frac{1}{2} (J_m \omega_m^2 + n_1^2 J_{rép} + n^2 J_{rcy}) \cdot \omega_m^2 = \frac{1}{2} J_{mr \text{ éq}} \omega_m^2$$

d'où $J_{mr \text{ éq}} = J_m \omega_m^2 + n_1^2 J_{rép} + n^2 J_{rcy}$

➤ **Question 22 :**

a) Exprimer V en fonction de ω_m .

b) Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble (Σ_{Rob}) dans son mouvement par rapport au sol (0).

a) Le RSG au point $I_i \Rightarrow \vec{V}(I_i \in R_i / 0) = \vec{0} = \vec{V}(A_i \in R_i / 0) + \vec{I_i A_i} \wedge \vec{\Omega}(R_i / 0)$

Ce qui donne $V = r \cdot \omega_R = n \cdot r \cdot \omega_m$

b) L'énergie cinétique :

$$T(\Sigma_{Rob} / 0) = \frac{1}{2} (M_c V^2 + 4mV^2 + 4J_{mr} \omega_m^2)$$

➤ **Question 23 :**

Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble (Σ_{Rob}) dans son mouvement par rapport au sol (0) (On distinguera clairement les puissances des actions mécaniques extérieures et intérieures à (Σ_{Rob})), puis montrer que l'équation obtenue peut se mettre sous la forme : $J_{éq} \frac{d\omega_m}{dt} = C_m - C_{ré}$ et indiquer les expressions de $J_{éq}$ et $C_{ré}$.

Le TEC appliqué à l'ensemble (E) dans sont mvt / à (0) donne : $\frac{d}{dt} T(\Sigma_{Rob} / 0) = P_{ext}(\Sigma_{Rob}) + P_{int}(\Sigma_{Rob})$

$$P_{ext}(\Sigma_{Rob}) = P(\overline{\Sigma_{Rob}} \rightarrow \Sigma_{Rob} / 0) = \underbrace{P(\text{pes} \rightarrow \Sigma_{Rob} / 0)}_0 + \underbrace{\sum_{i=1}^4 P(0 \rightarrow R_i / 0)}_{0 \text{ (RSG)}} - F_r \cdot V = -F_r \cdot V$$

$$P_{int}(\Sigma_{Rob}) = 4C_m \omega_m + \underbrace{P_{liaisons}}_0$$

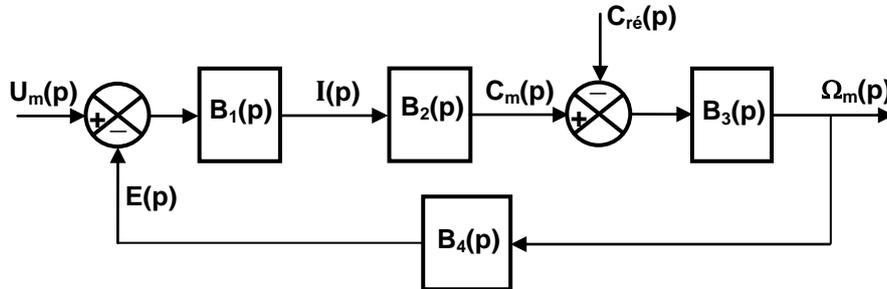
tenant compte de $V = n \cdot r \cdot \omega_m$ on aura $((M_c + 4m)n^2 r^2 + 4J_{mr}) \omega_m \dot{\omega}_m = 4C_m \omega_m - nrF_r \omega_m$

d'où : $J_{éq} \frac{d\omega_m}{dt} = C_m - C_{ré}$

avec $J_{éq} = \left(\frac{M_c}{4} + m\right) n^2 r^2 + J_{mr}$ et $C_{ré} = \frac{nrF_r}{4}$

VI-2- Asservissement :**VI-2-1- Modélisation du moteur électrique :****➤ Question 24 :**

Ecrire les transformées de Laplace des équations régissant le comportement du moteur électrique puis indiquer les expressions littérales des transmittances $B_1(p)$, $B_2(p)$, $B_3(p)$ et $B_4(p)$ du schéma fonctionnel suivant :



.) Les transformées de Laplace des équations régissant le comportement du moteur sont :

$$U_m(p) = E(p) + R.I(p) + Lp.I(p) \quad ; \quad J_{\text{eq}}p\Omega_m(p) = C_m(p) - f.\Omega_m(p) - C_{\text{re}}(p)$$

$$E(p) = k.\Omega_m(p) \quad ; \quad C_m(p) = k.I(p)$$

.) Les transmittances $B_i(p)$ sont :

$$B_1(p) = \frac{1}{R + Lp} \quad ; \quad B_2(p) = k \quad ; \quad B_3(p) = \frac{1}{f + J_{\text{eq}}.p} \quad ; \quad B_4(p) = k$$

➤ Question 25 :

a) Pour $C_{\text{re}}(p) = 0$, déterminer la fonction de transfert du moteur $M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$, écrire cette

fonction sous sa forme canonique, déterminer les expressions littérales de ses constantes caractéristiques (gain statique K_m , pulsation propre ω_n et coefficient d'amortissement z), puis faire l'application numérique et indiquer les unités.

b) Monter sans effectuer aucun calcul, qu'on peut mettre $M(p)$ sous la forme :

$$M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_m}{(1 + T_1p)(1 + T_2p)} \quad \text{avec } T_1 \text{ et } T_2 \text{ des réels positifs.}$$

c) On peut définir pour le moteur deux constantes de temps :

$$\tau_e = \frac{L}{R} \quad ; \quad \text{constante du temps électrique ;}$$

$$\tau_m = \frac{R.J_{\text{eq}}}{R.f + k^2} \quad ; \quad \text{constante du temps mécanique .}$$

$$\text{Ainsi on peut approcher la fonction de transfert } M(p) \text{ à } M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_m}{(1 + \tau_e p)(1 + \tau_m p)} .$$

Calculer les valeurs numériques de τ_e et τ_m puis vérifier que cette approximation est valable.

d) Donner l'allure de la réponse $\omega_m(t)$ du moteur à un échelon unitaire de tension $u_m(t) = u(t)$, indiquer les valeurs numériques des caractéristiques de cette réponse.

a) .)
$$M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{B_1 B_2 B_3}{1 + B_1 B_2 B_3 B_4} = \frac{\frac{k}{k^2 + Rf}}{1 + \left(\frac{RJ_{\acute{e}q} + Lf}{k^2 + Rf}\right)p + \left(\frac{LJ_{\acute{e}q}}{k^2 + Rf}\right)p^2} = \frac{K_m}{1 + \frac{2z}{\omega_n}p + \frac{1}{\omega_n^2}p^2}$$

.) Gain statique $K_m = \frac{k}{k^2 + Rf}$; Pulsation propre $\omega_n = \sqrt{\frac{k^2 + Rf}{LJ_{\acute{e}q}}}$

Coefficient d'amortissement $z = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k^2 + Rf}{LJ_{\acute{e}q}} \frac{RJ_{\acute{e}q} + Lf}{k^2 + Rf}} = \frac{RJ_{\acute{e}q} + Lf}{2\sqrt{LJ_{\acute{e}q}(k^2 + Rf)}}$

.) A.N : $K_m = 3.8 \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$; $\omega_n = 35.833 \text{ rad/s}$; $z = 4.28$

b) On a $z > 1$ donc $M(p)$ admet deux p\^oles r\u00e9els, alors on peut mettre $M(p)$ sous la forme :

$$M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_m}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}$$

c) $\tau_e = \frac{L}{R} = 0.0033 \text{ s}$; $\tau_m = \frac{R.J_{\acute{e}q}}{R.f + k^2} = 0.2388 \text{ s}$

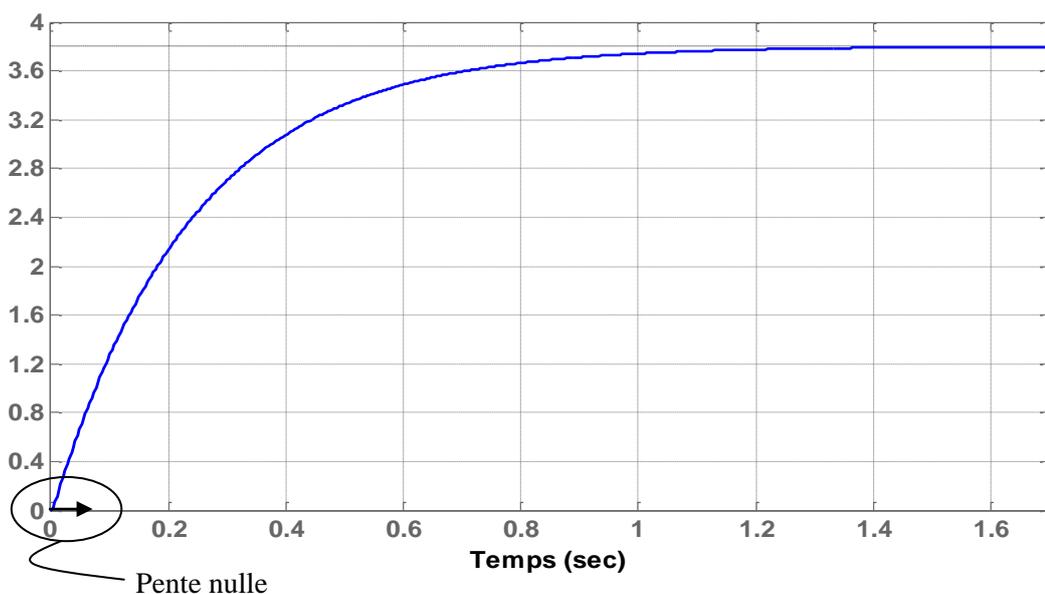
L'approximation est valable si $\begin{cases} \tau_e + \tau_m \approx (T_1 + T_2 = 2z / \omega_n) \\ \tau_e \cdot \tau_m \approx (T_1 \cdot T_2 = 1 / \omega_n^2) \end{cases}$

On a $\tau_e + \tau_m = 0.2421$ et $T_1 + T_2 = 2z / \omega_n = 0.2389$

Et $\tau_e \cdot \tau_m = 0.000788$ et $T_1 \cdot T_2 = 1 / \omega_n^2 = 0.0007881$

Donc **valable**.

d) On a $z > 1$ donc on a un r\u00e9gime ap\u00e9riodique :



$\omega_m(\infty) = 3.8 \text{ rad/s}$; $\omega'_m(0) = 0$

➤ **Question 26 :**

On suppose toujours que $C_{re} = 0$, déterminer la fonction de transfert $H_C(p) = \frac{I(p)}{U_m(p)}$, montrer qu'on

peut la mettre sous la forme canonique : $H_C(p) = \frac{I(p)}{U_m(p)} = \frac{K_i(1 + \tau_i p)}{(1 + \tau_e p)(1 + \tau_m p)}$, indiquer les expressions

littérales de K_i et τ_i puis faire l'application numérique (indiquer les unités).

$$H_C(p) = \frac{I(p)}{U_m(p)} = \frac{B_1}{1 + B_1 B_2 B_3 B_4} = \frac{f + J_{\text{éq}} p}{(R + Lp)(f + J_{\text{éq}} p) + k^2}$$

$$= \frac{\frac{f}{k^2 + Rf} \left(1 + \frac{J_{\text{éq}}}{f} p \right)}{1 + \frac{RJ_{\text{éq}} + Lf}{k^2 + Rf} p + \frac{LJ_{\text{éq}}}{k^2 + Rf} p^2} = \frac{K_i(1 + \tau_i p)}{(1 + \tau_e p)(1 + \tau_m p)}$$

Avec $K_i = \frac{f}{k^2 + Rf}$, $\tau_i = \frac{J_{\text{éq}}}{f}$ et τ_e et τ_m sont précédemment définies.

A.N : $K_i = 0.156 \text{ A.V}^{-1} = 0.156 \Omega^{-1}$; $\tau_i = 3.33 \text{ s}$

➤ **Question 27:**

a) Le cahier des charge en terme de courant est il respecté ? Justifier votre réponse.

b) vérifier en utilisant la courbe l'exactitude de la valeur du gain statique K_i trouvée à la **question 26**.

a) En régime transitoire, la réponse présente un pic de courant de valeur $i_{\text{Max}} = 170 \text{ A} \gg 20 \text{ A}$, donc le cahier des charge en terme de courant est non satisfait.

b) On a $i(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} i(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pI(p) = \lim_{p \rightarrow 0} pH_C(p)U_m(p) = \lim_{p \rightarrow 0} pH_C(p) \frac{U_n}{p} = K_i U_n$

$i(\infty) = 83.K_i = 13 \text{ A}$ donc $K_i = 13/83 = 0.156 \text{ A.V}^{-1} = 0.156 \Omega^{-1}$.

➤ **Question 28 :**

a) On soumet le moteur à un échelon de tension d'amplitude U_n ($u_m(t) = U_n.u(t)$), déterminer en fonction de K_i , U_n , τ_m et τ_i la réponse $i(t)$ à cette échelon.

b) Quelles sont : la valeur initiale, la valeur finale et la pente à l'origine de la réponse $i(t)$?

c) Pour $U_n = 83 \text{ V}$, et tenant compte des valeurs numériques de K_i , τ_m et τ_i , représenter sur la **figure 14 du document réponse DR4** la réponse $i(t)$.

d) Comparer à la réponse précédente (**figure b**), conclure quant à l'approximation faite.

a) On a $H_C(p) = \frac{I(p)}{U_m(p)} = \frac{K_i(1 + \tau_i p)}{(1 + \tau_m p)} \Rightarrow I(p) = \frac{K_i(1 + \tau_i p)}{(1 + \tau_m p)} U_m(p)$

$u_m(t) = U_n.u(t) \xrightarrow{L} U_m(p) = U_n / p$ donc :

$$I(p) = \frac{K_i U_n (1 + \tau_i p)}{p(1 + \tau_m p)} = K_i U_n \left(\frac{1}{p} + \frac{\tau_i - \tau_m}{(1 + \tau_m p)} \right) = K_i U_n \left(\frac{1}{p} + \frac{\tau_i - \tau_m}{\tau_m \left(p + \frac{1}{\tau_m} \right)} \right)$$

D'ou
$$i(t) = K_i U_n \left(1 + \frac{\tau_i - \tau_m}{\tau_m} \cdot \exp\left(\frac{-t}{\tau_m}\right) \right) \cdot u(t)$$

b) valeur initiale : $i(0) = K_i U_n \left(1 + \frac{\tau_i - \tau_m}{\tau_m} \right) = K_i U_n \frac{\tau_i}{\tau_m}$; valeur finale : $i(\infty) = K U_n$

pende à l'origine : $i'(0) = -K_i U_n \left(\frac{\tau_i - \tau_m}{\tau_m^2} \right)$

c) A.N : $i(0) = 180.5 \text{ A}$; $i(\infty) = 13 \text{ A}$; $i'(0) = -704.7 \text{ A.s}^{-1}$ ($\approx -140/0.2$)
pour le tracé voir **figure 14 doc réponse DR3** .

e) Les deux réponses se ressemblent notamment dès qu'on s'éloigne de $t = 0$. D'autre part le pic de courant au démarrage est de 180.5A valeur proche de celle de la réponse précédente, donc on peut négliger la constante du temps électrique τ_e .

➤ **Question 29 :**

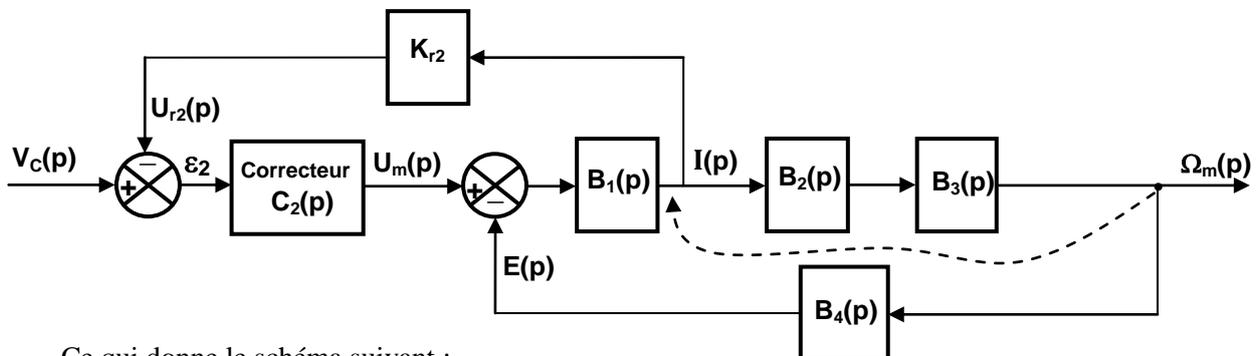
a) On suppose par la suite que le **couple résistant $C_{r\acute{e}}$ est nul**, et on **néglige toujours la constante du temps électrique τ_e** , montrer qu'on peut transformer le schéma fonctionnel de la **figure c** ainsi :

b) Indiquer l'expression de la transmittance $B_5(p)$.

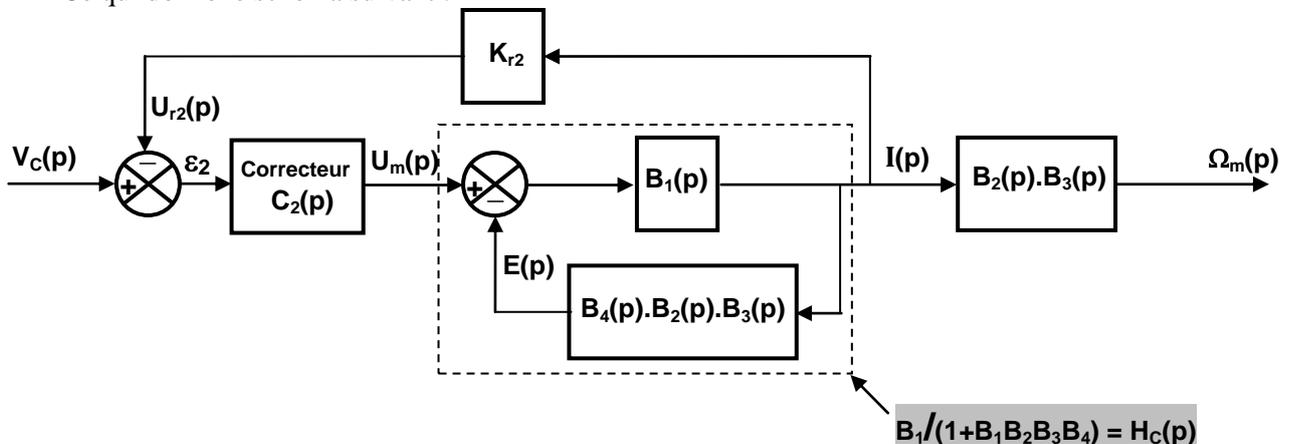
c) Déterminer en fonction de K_i , τ_m et τ_i , la fonction de transfert en boucle fermée de courant

$H_{BFi}(p) = \frac{I(p)}{V_c(p)}$, indiquer son ordre et déterminer la valeur numérique de son gain statique K_{BFi} .

a) On applique au schéma blocs de la **figure c** la transformation suivante



Ce qui donne le schéma suivant :



D'où la transformation demandée.

b) La transmittance $B_5(p)$ est $B_5(p) = B_2(p) \cdot B_3(p) = \frac{k}{f + J_{\acute{e}q} \cdot p}$

$$c) \ .) H_{BFi}(p) = \frac{I(p)}{V_C(p)} = \frac{C_2(p) \cdot H_C(p)}{1 + C_2(p) \cdot H_C(p) \cdot K_{r2}} = \frac{(5/p) \cdot H_C(p)}{1 + (25/p) \cdot H_C(p)} = \frac{5 \cdot H_C(p)}{p + 25 \cdot H_C(p)}$$

$$\text{On a } H_C(p) = \frac{I(p)}{U_m(p)} = \frac{K_i(1 + \tau_i p)}{(1 + \tau_m p)} \Rightarrow H_{BFi}(p) = \frac{I(p)}{V_C(p)} = \frac{5K_i(1 + \tau_i p)}{p(1 + \tau_m p) + 25K_i(1 + \tau_i p)}$$

.) Ordre de $H_{BFi}(p)$ est $n = 2$, son gain statique est :

$$K_{BFi} = H_{BFi}(0) = \frac{5 \cdot K_i}{25 \cdot K_i} = 1/5 = 0.2 \text{ A} \cdot \text{V}^{-1} = 0.2 \Omega^{-1}$$

d) Pendant le régime transitoire le courant augmente progressivement, il n'y a pas de pic de courant dans ce cas. En régime établi la valeur atteinte est $16.6 \text{ A} < 20 \text{ A}$, donc le cahier des charges en terme de courant est satisfait.

A noter aussi que cette réponse ressemble à celle d'un système de premier ordre.

➤ Question 30 :

a) Montrer qu'on peut approcher la fonction de transfert $H_{BFi}(p)$ à celle d'un système de premier

$$\text{ordre : } H_{BFi}(p) = \frac{I(p)}{V_C(p)} = \frac{K_{BFi}}{1 + \tau_{BFi} \cdot p}$$

b) Déterminer les valeurs numériques de K_{BFi} et τ_{BFi} (indiquer les unités).

a) Quand $\omega \rightarrow 0$ le diagramme de gain de $H_{BFi}(p)$ admet une asymptote de pente nulle et celui de phase admet comme asymptote 0° .

Quand $\omega \rightarrow \infty$ le diagramme de gain de $H_{BFi}(p)$ admet une asymptote de pente -20dB/déc et celui de phase admet comme asymptote -90° .

Pour la pulsation de cassure la phase vaut -45° et l'écart de la courbe du gain par rapport aux asymptotes $\approx 3\text{dB}$.

Donc on peut approcher $H_{BFi}(p)$ à celle d'un système de premier ordre.

$$b) H_{BFi}(p) = \frac{I(p)}{V_C(p)} = \frac{K_{BFi}}{1 + \tau_{BFi} \cdot p}$$

$$\ .) 20 \cdot \log(K_{BFi}) = -14\text{dB} \text{ donc } K_{BFi} = 10^{-14/20} = 0.2 \text{ A} \cdot \text{V}^{-1}$$

$$\ .) \text{ pour } \omega = 1/\tau_{BFi} \text{ la phase vaut } -45^\circ \text{ donc } \tau_{BFi} = 1/60 = 0.0167 \text{ s.}$$

➤ Question 31:

a) En régime permanent, on espère pour cet asservissement avoir $\omega_i = \omega_{ic}$ et $\varepsilon_1 = 0$, montrer que le gain de l'adaptateur doit être tel que $K_a = K_{r1}/n$.

b) Transformer le schéma fonctionnel de cet asservissement pour le mettre sous la forme :

c) Indiquer l'expression de $B_6(p)$.

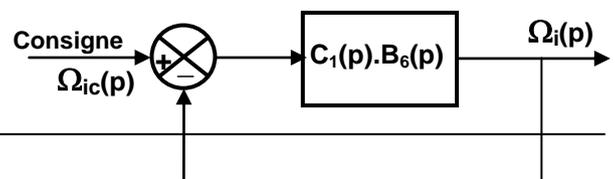
a) En régime permanent, on espère pour cet asservissement avoir $\omega_i = \omega_{ic}$ et $\varepsilon_1 = 0$ ($u_{r1} = u_c$);

$$\text{On a } u_c = K_a \cdot \omega_i \text{ et } u_{r1} = K_{r1} \cdot \omega_i = (K_{r1}/n) \cdot \omega_m \text{ d'où } K_a = (K_{r1}/n).$$

b) En appliquant au schéma blocs de l'asservissement les deux transformations successives :

- Déplacement du point de prélèvement de $\Omega_m(p)$ à droite ;
- Puis rendre le schéma à retour unitaire.

Et tenant compte de la relation $K_a = (K_{r1}/n)$, on aboutit au schéma blocs ci-contre :



c) $B_6(p) = H_{BF1}(p) \cdot B_5(p) \cdot K_{r1}$

➤ **Question 32:**

a) Quelle est la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO1}(p)$ de l'asservissement de vitesse ?

b) La figure 15 du document réponse DR4 représente les diagrammes de Bode de $H_{BO1}(p)$ non corrigée ($K_1 = 1$),

- Indiquer sur ce document la marge de phase MP_0 du système, quelle est sa valeur ?
- Quelle est la marge du gain MG du système ?
- Indiquer sur ce document le gain du correcteur K_{1dB} en décibel, pour régler la marge de phase du système à $MP_1 = 45^\circ$, indiquer de même MP_1 sur le document.
- Calculer la valeur réelle de K_1 .

c) Quelle est après correction du système, l'erreur statique ϵ_s de l'asservissement à un échelon de consigne de vitesse d'amplitude ω_0 ($\omega_{ic}(t) = \omega_0 \cdot u(t)$) ?

d) La correction proportionnelle satisfait elle le cahier des charges en terme de stabilité et précision ?

a) $H_{BO1}(p) = C_1(p) \cdot B_6(p) = \frac{70 \cdot K_1}{(1 + 0.0167p)(1 + 3.33p)}$

b) Voir figure 15 document réponse DR3 ;

- $MP_0 = 73^\circ$;
- $MG = \infty$;
- $K_{1dB} = 12dB$;
- $K_1 = 10^{12/20} = 3.98 \approx 4$.

c) $\epsilon_s = \omega_0 / (1 + K_{BO}) = \omega_0 / (1 + 70 \cdot K_1) = \omega_0 / 281$.

d) La stabilité est satisfaite par contre la précision non.

➤ **Question 33 :**

a) Pour $K_c = 1$, rappeler l'effet du correcteur P.I. sur la précision et la stabilité du système.

b) On choisit $K_c = 4$ et $T_i = 20s$, justifier ce choix.

c) Que devient la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO2}(p)$ du système, indiquer son ordre, son gain et sa classe.

e) Quelle est après correction du système, l'erreur statique ϵ_s de l'asservissement à un échelon de consigne de vitesse d'amplitude ω_0 ($\omega_{ic}(t) = \omega_0 \cdot u(t)$) ?

d) Sur la figure 16 du document réponse DR5 tracer les diagrammes asymptotiques de Bode de gain et de phase de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO2}(p)$ du système, puis tracer la courbe réelle de gain et indiquer sur ce document la marge de phase MP_2 du système.

a) Pour $K_c = 1$, le correcteur PI améliore la précision à stabilité constante.

b) .) On choisit $K_c = K_1 = 4$, pour régler la marge de phase du système à 45° , c'est la valeur de K_1 trouvée à la question 39.

.) On choisit $T_i = 20s$ car pour ne pas influencer la stabilité du système il faut que $1/T_i \ll \omega_{c1}$ à la pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO après avoir réglé la marge de phase ($\omega_{c1} = 60 \text{ rad/s}$).

c) $H_{BO2}(p) = C_1(p) \cdot B_6(p) = \frac{70 \times 4 \times (1 + 20p)}{20p(1 + 0.0167p)(1 + 3.33p)} = \frac{14(1 + 20p)}{p(1 + 0.0167p)(1 + 3.33p)}$

Ordre de $H_{BO2}(p)$ est $n = 3$; gain $K_{BO2} = 14$; classe : 1.

e) $H_{BO2}(p)$ est de classe 1 donc $\epsilon_s = 0$.

f) Voir **figure 16 document réponse DR4**

La marge de phase reste inchangée $MP_2 = MP_1 = 45^\circ$.

➤ **Question 34 :**

a) Le système corrigé satisfait il toutes les exigences du cahier des charges ? (Justifier)

b) Déterminer le temps de réponse à 5%, et indiquer le sur le document réponse.

c) A quel système peut on identifier la fonction de transfert en boucle fermée de l'asservissement, calculer ses constantes caractéristiques. (on pourra notamment utiliser la **figure f** ci-dessous)

- a) .) on a utilisé un moteur asservis en courant qui assure $i_{Max} < 20$ A
- .) le correcteur PI assure une marge de phase $MP_2 = 45^\circ$ et une erreur statique à un échelon $\epsilon_s = 0$;
- .) d'après la réponse indicielle **figure 17 doc DR5** le premier dépassement relatif est $D_1 = 23\%$ qui est bien inférieur à 25%.

Donc toutes les exigences du cahier des charges sont satisfaites.

b) On trouve graphiquement $t_{r5\%} = 0.104$ s (≈ 0.1 s).

c) La fonction de transfert en boucle fermée de l'asservissement peut être identifiée à un système de second ordre :

$$H_{BF} = \frac{K_{BF}}{1 + \frac{2z_{BF}}{\omega_{nBF}}p + \frac{1}{\omega_{nBF}^2}p^2}$$

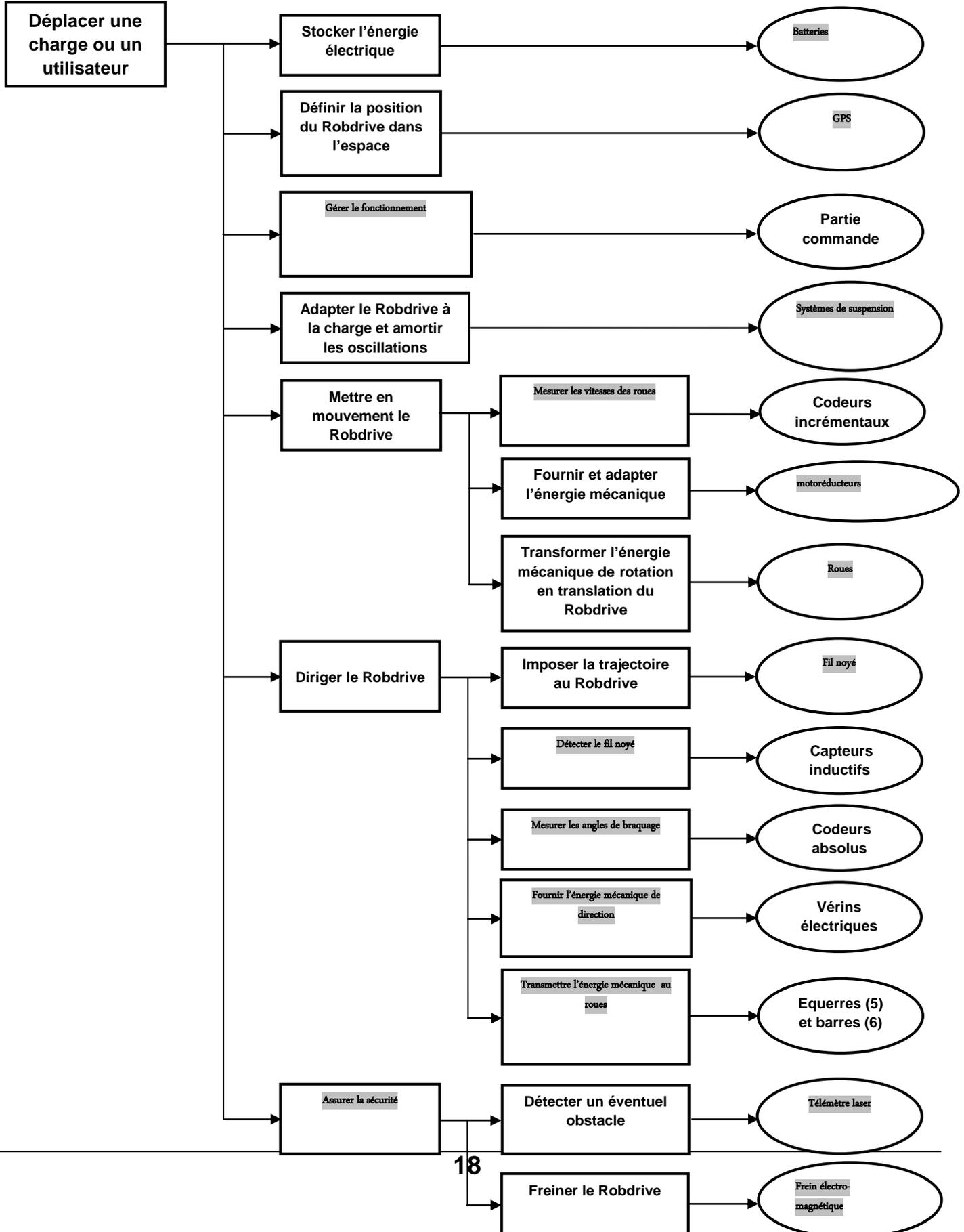
.) $\omega_i(\infty) = 1 = 1.K_{BF}$ donc $K_{BF} = 1$;

.) on a $D_1 = 23\%$ donc d'après la courbe de la **figure f** de l'énoncé $z_{BF} = 0.425$;

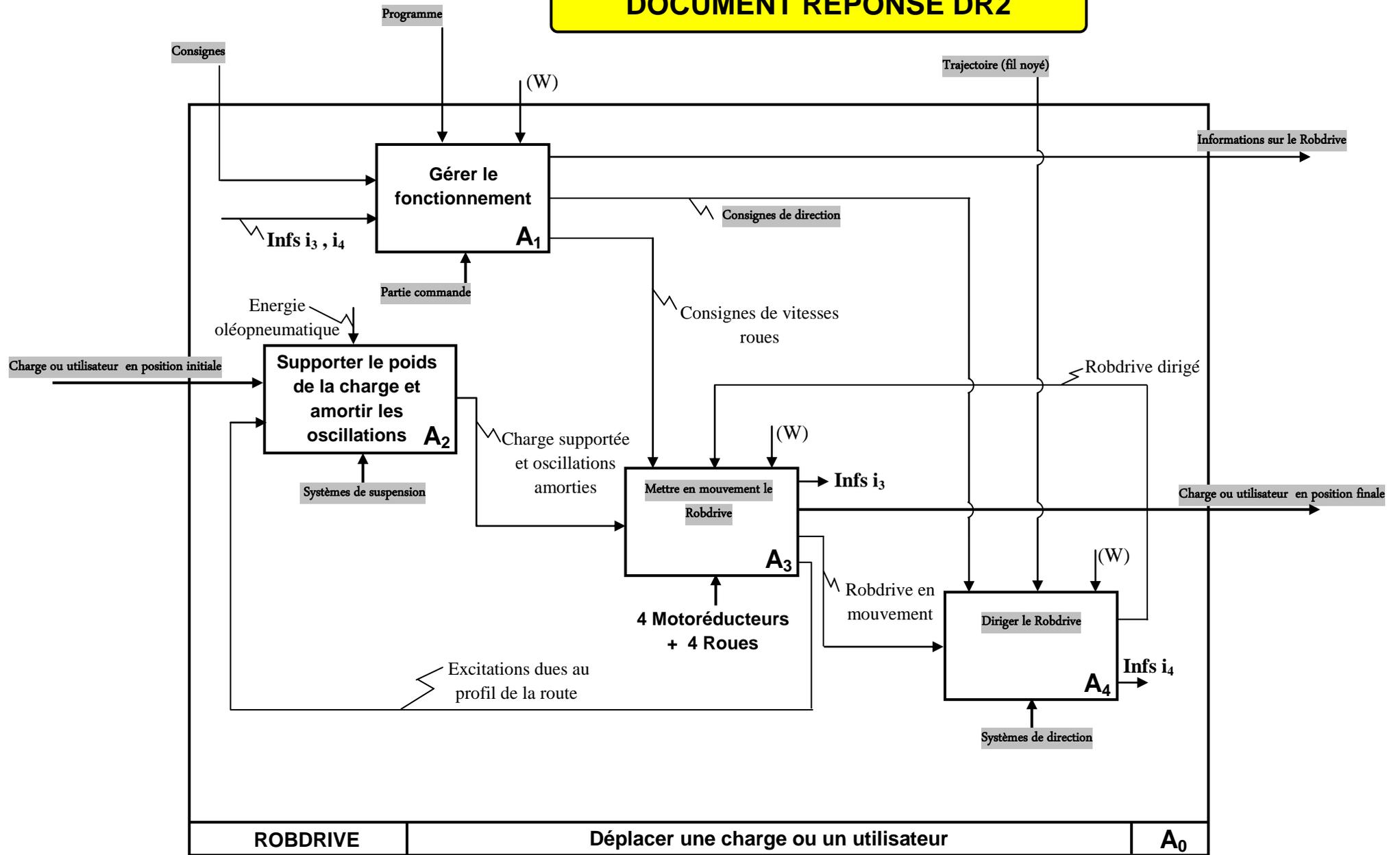
.) le premier dépassement à lieu à l'instant $t_1 = 0.048$ s (≈ 0.05 s) = $\frac{\pi}{\omega_{nBF}\sqrt{1-z_{BF}^2}}$

Donc $\omega_{nBF} = 72.3$ rad/s

DOCUMENT REPOSE DR1



DOCUMENT REPONSE DR2



DOCUMENT REPONSE DR3

Echelle des vitesses : 1mm → 1mm/s

Justification des tracés :

➤ **Question 17 :**

a) $\vec{V}(C_5 \in 5/1) \perp \text{à } (B_5C_5)$ car B_5 est le CIR du mouvement de (5) / à (1).

b) On a $\vec{V}(C_5 \in 5/1) = \vec{V}(C_5 \in 6/1)$ car $L(6/5) = \text{pivot } (C_5, \bar{z}_1)$

De même $\vec{V}(D_7 \in 7/1) = \vec{V}(D_7 \in 6/1)$. L'équiprojectivité appliquée à (6) ⇒

$$\overline{D_7C_5} \cdot \vec{V}(D_7 \in 6/1) = \overline{D_7C_5} \cdot \vec{V}(C_5 \in 6/1) \text{ Ce qui donne } \vec{V}(C_5 \in 5/1)$$

➤ **Question 18 :**

$\vec{V}(A_5 \in 5/1) \perp \text{à } (B_5A_5)$ car B_5 est le CIR du mouvement de (5) / à (1).

La méthode du triangle des vitesses (méthode du CIR) appliquée à (5) donne $\vec{V}(A_5 \in 5/1)$

$$\left(B_5A_5 = B_5A'_5 \quad ; \quad \|\vec{V}(A_5 \in 5/1)\| = \|\vec{V}(A'_5 \in 5/1)\| \right)$$

➤ **Question 19:**

$$\text{On a } \vec{V}(A_5 \in 5/1) = \underbrace{\vec{V}(A_5 \in 5/4b)}_0 + \vec{V}(A_5 \in 4b/4a) + \vec{V}(A_5 \in 4a/1)$$

$$\underbrace{\vec{V}(A_5 \in 5/1)}_{\text{connu}} = \underbrace{\vec{V}(A_5 \in 4b/4a)}_{\text{de direction } (O_1A_5)} + \underbrace{\vec{V}(A_5 \in 4a/1)}_{\perp \text{ à } (O_1A_5)}$$

ce qui donne $\vec{V}(A_5 \in 4b/4a)$ et $\vec{V}(A_5 \in 4a/1)$; On trouve $\|\vec{V}(A_5 \in 4b/4a)\| = 27 \text{ mm/s}$

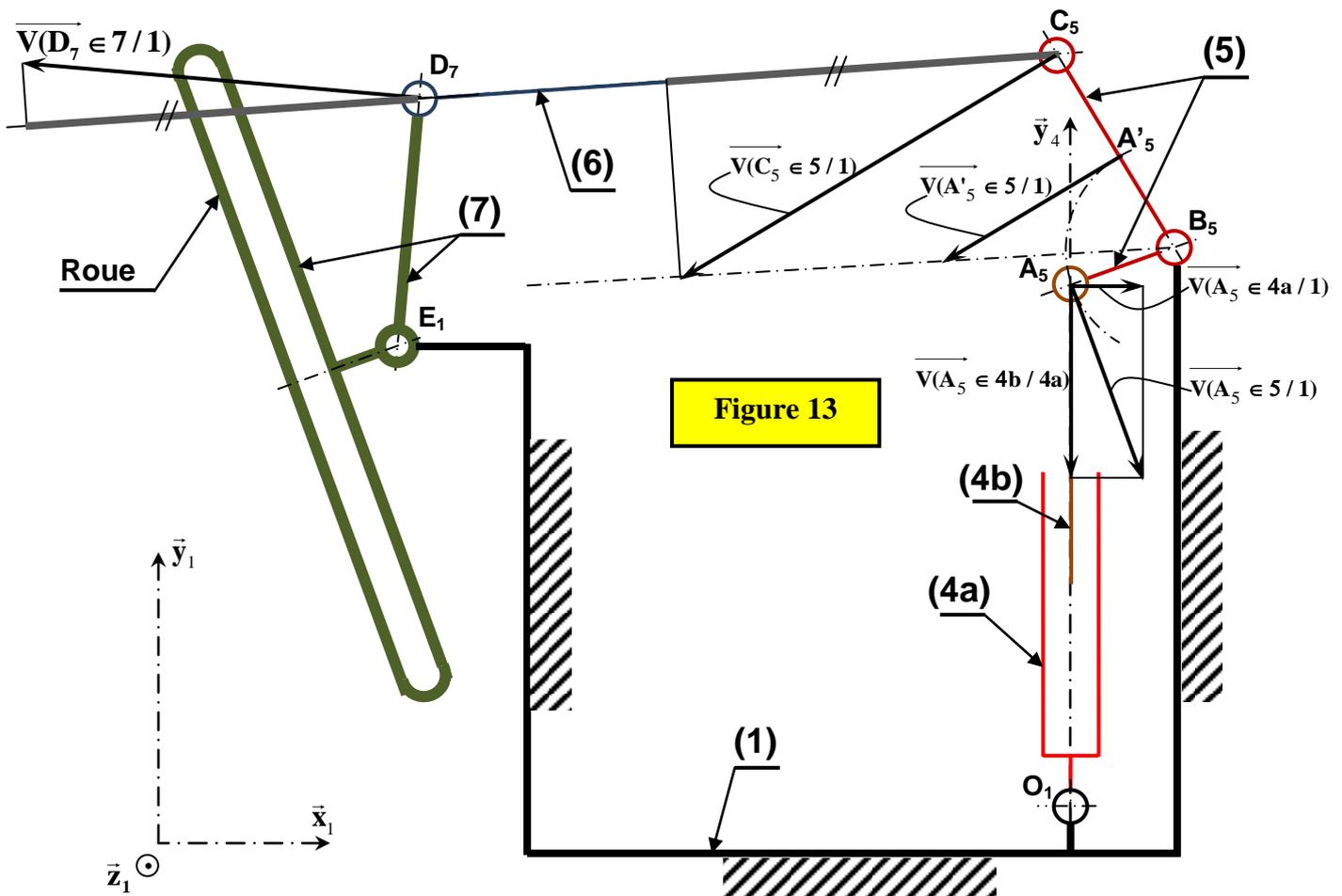
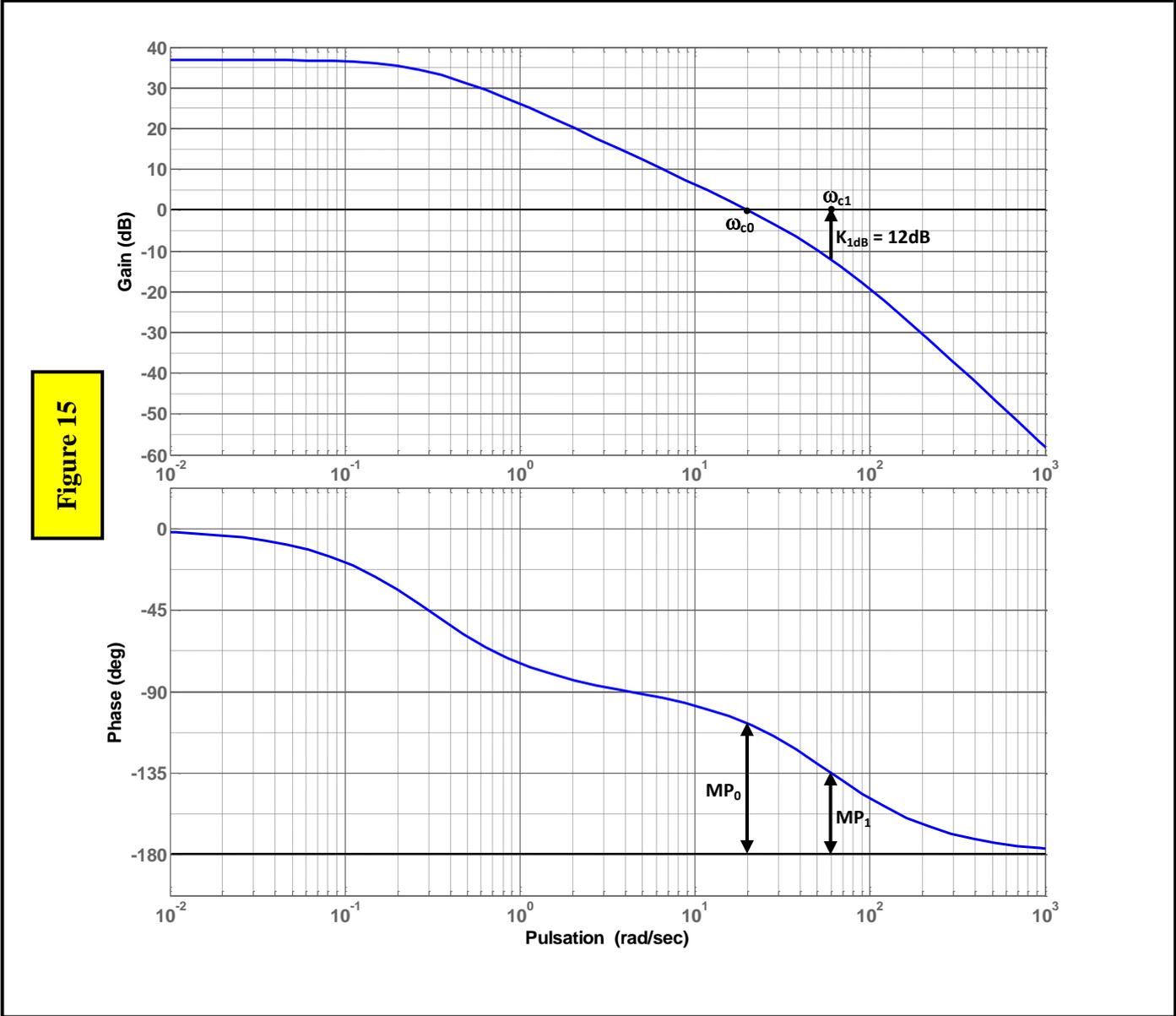
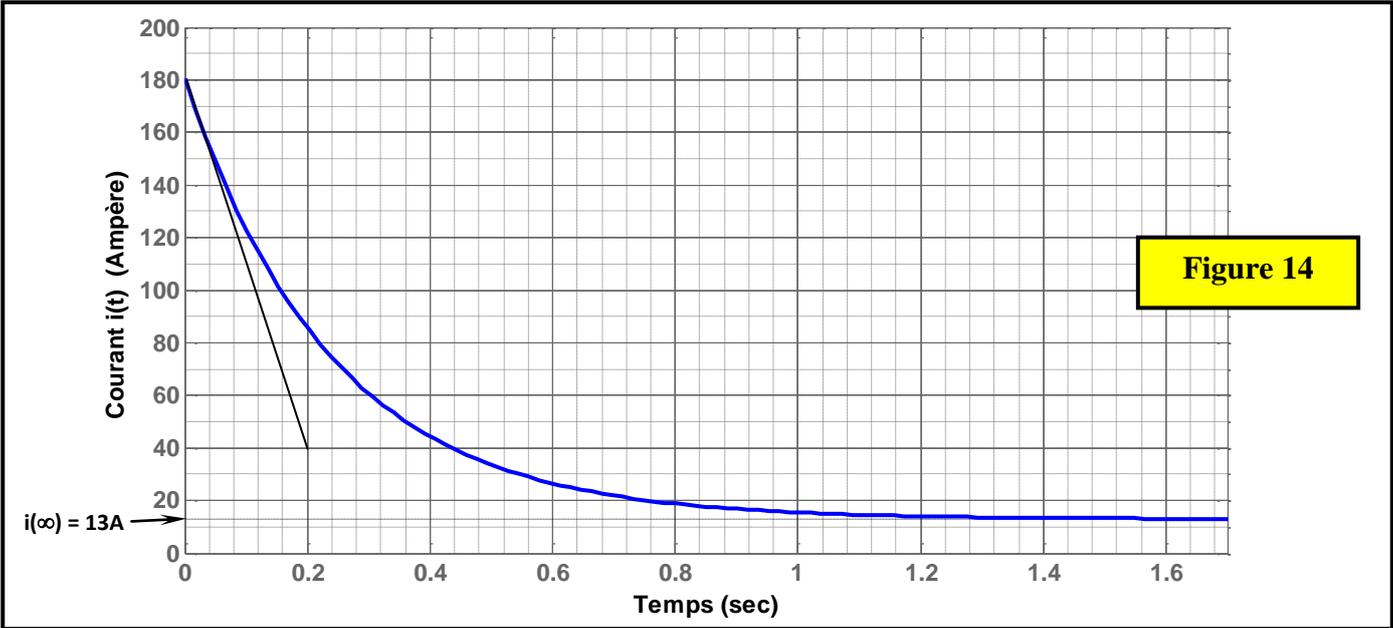


Figure 13

DOCUMENT REPOSE DR4



DOCUMENT REPONSE DR5

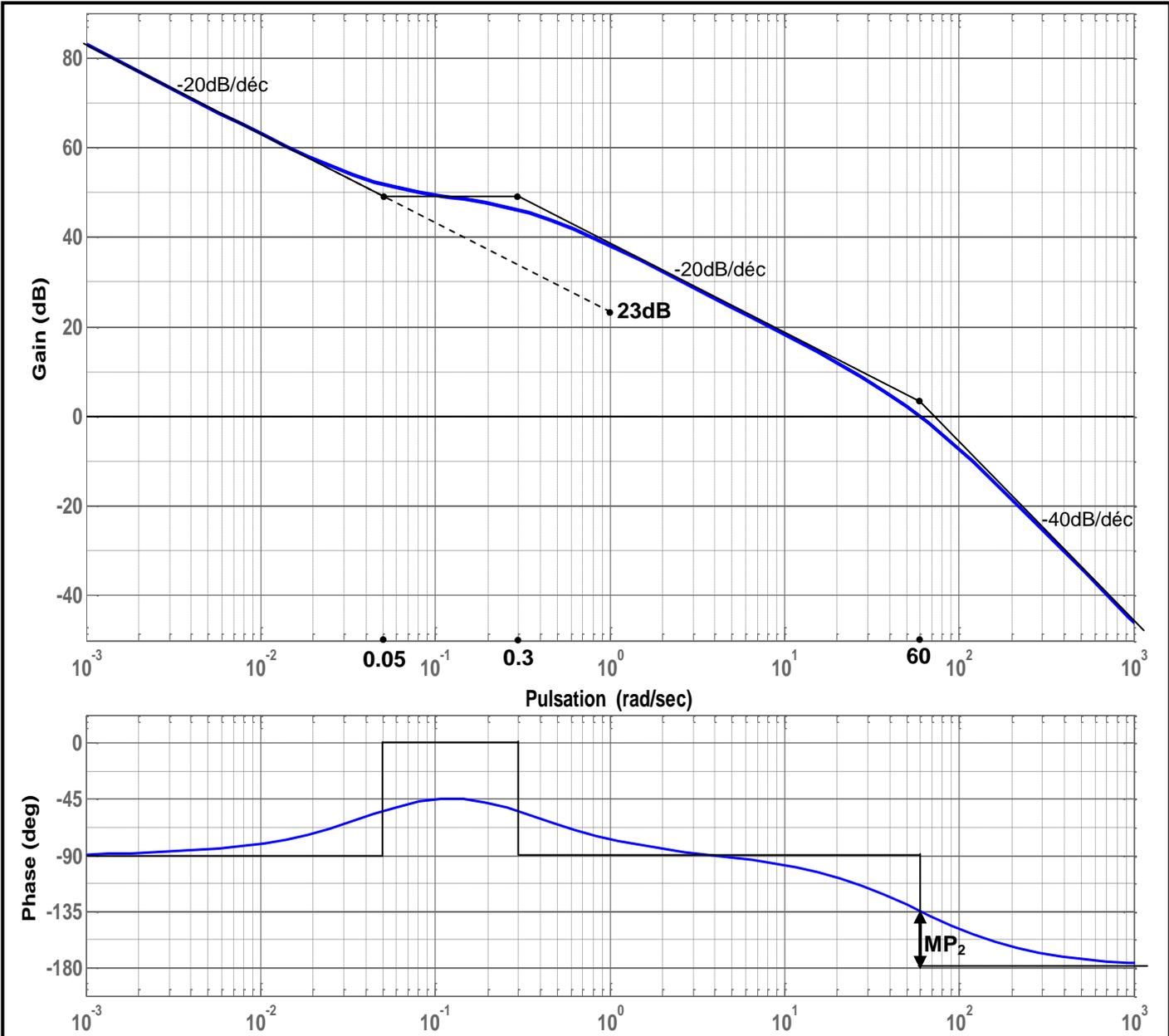


Figure 16

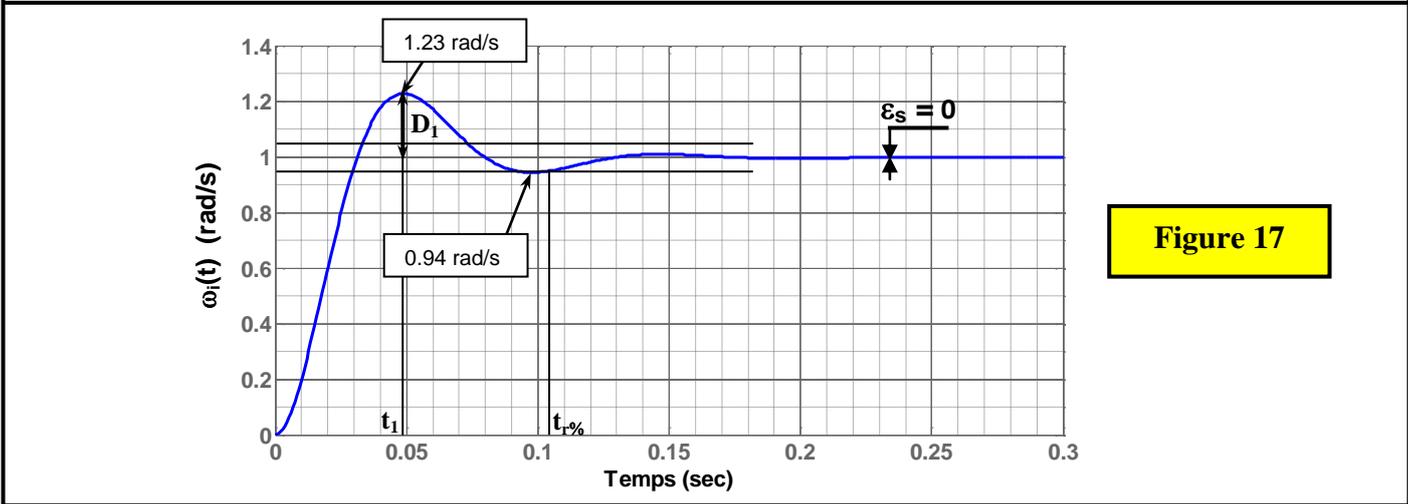


Figure 17