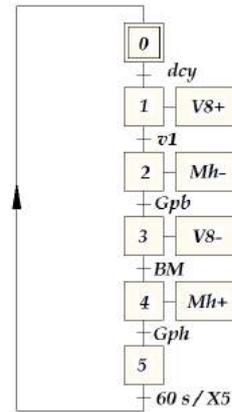


**Question 1-2 :** En utilisant le bilan des entrées/sorties, défini ci-dessous, modéliser le fonctionnement du dégrilleur à l'aide d'un grafcet.



**Partie II\* - Etude mécanique du dégrilleur :**

Etude dynamique du dégrilleur :

Dimensionnement du vérin 8

**Question 2-1 :** Déterminer l'expression de la projection sur  $\vec{z}_{10}$  du moment dynamique en  $O_1$  de l'ensemble  $S = \{4,5\}$  par rapport au châssis (10).

$$\vec{z}_{10} \cdot \vec{\delta}(O_1, S/10) = \vec{z}_{10} \cdot \vec{\delta}(O_1, 4/10) + \vec{z}_{10} \cdot \vec{\delta}(O_1, 5/10)$$

$$\vec{z}_{10} \cdot \vec{\delta}(O_1, S/10) = (I_4 + I_5 + m_5 \cdot (x_5^2 + y_5^2)) \cdot \ddot{\psi}$$

**Question 2-2 :** Par application du théorème du moment dynamique, déterminer l'expression littérale de l'effort  $F$  que devra fournir le vérin (8) sur l'ensemble  $S = \{4,5\}$  en fonction de  $F_p$ , des caractéristiques d'inertie, des paramètres géométriques, de l'angle ( $\psi$ ) et de ses dérivées.

On isole  $\Sigma = 4,5$  on applique le TMD en  $O_1$  en projection sur  $\vec{z}_{10}$  :

$$\vec{z}_{10} \cdot \vec{M}(O_1, \bar{S} \rightarrow S) = \vec{z}_{10} \cdot \vec{\delta}(O_1, S/10)$$

$$\vec{z}_{10} \cdot \vec{M}(O_1, \bar{S} \rightarrow S)$$

$$= \vec{z}_{10} \cdot \vec{M}(O_1, 10 \rightarrow 4) + \vec{z}_{10} \cdot \vec{M}(O_1, 8 \rightarrow 4) + \vec{z}_{10} \cdot \vec{M}(O_1, pes \rightarrow 4) + \vec{z}_{10} \cdot \vec{M}(O_1, pes \rightarrow 5) + \vec{z}_{10} \cdot \vec{M}(O_1, eau \rightarrow 4)$$

$$\mu \cdot F \cdot \sin(\psi - \delta) - y_p \cdot F_p - (m_4 \cdot y_4 + m_5 \cdot y_5) \cdot g \cdot \sin\psi + m_5 \cdot g \cdot x_5 \cdot \cos\psi = (I_4 + I_5 + m_5 \cdot (x_5^2 + y_5^2)) \cdot \ddot{\psi}$$

$$F = \frac{1}{\mu \cdot \sin(\psi - \delta)} \cdot \left[ y_p \cdot F_p + (m_4 \cdot y_4 + m_5 \cdot y_5) \cdot g \cdot \sin\psi - m_5 \cdot g \cdot x_5 \cdot \cos\psi - (I_4 + I_5 + m_5 \cdot (x_5^2 + y_5^2)) \cdot \ddot{\psi} \right]$$

**Question 2-3 :** En exprimant la condition de non glissement en J, déterminer la relation entre  $\omega_{12}$ ,  $r$  et  $y$ , en déduire la relation entre  $\omega_{12}$  et  $\omega_m$ .

$$\vec{V}(J, 12/0) = \vec{0} \Rightarrow \vec{V}(O_{12}, 12/0) + \vec{\Omega}(12/0) \wedge \overrightarrow{O_{12}J} = \vec{0} \Rightarrow \dot{y} \cdot \vec{y}_4 + \omega_{12} \cdot \vec{z}_{10} \wedge -r \cdot \vec{x}_4 = \vec{0} \Rightarrow \dot{y} = r \cdot \omega_{12}$$

Non glissement entre 9 et 3  $\dot{y} = r \cdot \omega_{12} = R \cdot \omega_m \Rightarrow \frac{\omega_{12}}{\omega_m} = \frac{R}{r}$ .

**Question 2-4 :** Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble  $\Sigma = \{9,3,5,d,11,12\}$  dans son mouvement par rapport au bras (4), en déduire  $J_{eq}$ , le moment d'inertie équivalent ramené à l'axe moteur.

$$T(\Sigma/4) = T(9/4) + T(5/4) + T(3/4) + T(11/4) + T(12/4) + T(d/4)$$

$$T(9/4) = \frac{1}{2} \cdot I_9 \cdot \omega_m^2 = T(11/4) ; T(d/4) = \frac{1}{2} \cdot m_d \cdot \dot{y}^2 = \frac{1}{2} \cdot m_d \cdot R^2 \cdot \omega_m^2 ; T(5/4) = \frac{1}{2} \cdot m_5 \cdot \dot{y}^2 = \frac{1}{2} \cdot m_5 \cdot R^2 \cdot \omega_m^2$$

$$T(12/4) = \frac{1}{2} \cdot \left( m_{12} + \frac{I_{12}}{r^2} \right) \cdot R^2 \cdot \omega_m^2$$

$$T(\Sigma/4) = \frac{1}{2} \cdot \left( \left( m_{12} + \frac{I_{12}}{r^2} + m_5 + m_d \right) \cdot R^2 + 2I \right) \cdot \omega_m^2$$

$$J_{\acute{e}q} = \left( m_E + \frac{I_{12}}{r^2} \right) \cdot R^2 + 2I$$

**Question 2-5 :** Par application du th eor eme de l'énergie cinétique à l'ensemble  $\Sigma$  dans son mouvement par rapport au bras (4) déterminer l'expression du couple moteur  $C_m$  en fonction de  $\omega_m, J_{\acute{e}q}, T_{6d}, m_E, g, R$  et  $\psi$ .

On isole  $\Sigma = \{9, 3, 5, 11, 12, d\}$ . On applique le T.E.C.  $\frac{dT(\Sigma/0)}{dt} = P_{ext} + P_{int}$

$$P_{int} = 0$$

$$P_{ext} = P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/4)$$

$$= P(0 \rightarrow 9/4) + P(0 \rightarrow 11/4) + P(0 \rightarrow 12/4) + P(mot \rightarrow 9/4) + P(6 \rightarrow d/4) + P(pes \rightarrow \Sigma/4)$$

$$P(mot \rightarrow 9/4) = C_m \cdot \omega_m ; \quad P(6 \rightarrow d/4) = T_{6d} \cdot \dot{y} = R T_{6d} \cdot \omega_m$$

$$P(pes \rightarrow \Sigma/4) = -m_E \cdot g \cdot \vec{y}_{10} \cdot \dot{y} \cdot \vec{y}_4 = -m_E \cdot g \cdot \dot{y} \cdot \cos\psi$$

 quilibre dynamique des solides en rotation est parfaitement réalisé

$$P_{ext} = [C_m + (T_{6d} - m_E \cdot g \cdot \cos\psi) \cdot R] \cdot \omega_m$$

$$C_m = J_{\acute{e}q} \cdot \frac{d\omega_m}{dt} - (T_{6d} - m_E \cdot g \cdot \cos\psi) \cdot R$$

**Question 2-6 :** Par application du th eor eme de la résultante dynamique à l'ensemble  $E = \{5, d, 12\}$  en projection sur  $\vec{y}_4$ , déterminer l'expression de  $N_{6d}$  l'action normale du contact des déchets avec la grille.

On isole  $E = \{5, 12, d\}$ . On applique le T.R.D. en projection sur  $\vec{y}_4$

$$\vec{y}_4 \cdot \vec{R}(\bar{E} \rightarrow E) = \vec{y}_4 \cdot m_E \vec{\Gamma}(G_E/4)$$

$$\vec{y}_4 \cdot \vec{R}(\bar{E} \rightarrow E) = \vec{y}_4 \cdot \vec{R}(4 \rightarrow 5) + \vec{y}_4 \cdot \vec{R}(3 \rightarrow 5) + \vec{y}_4 \cdot \vec{R}(6 \rightarrow d) + \vec{y}_4 \cdot \vec{R}(0 \rightarrow 12) + \vec{y}_4 \cdot \vec{R}(pes \rightarrow E)$$

$$T - f \cdot N_{6d} - m_E \cdot g \cdot \cos\psi = m_E \cdot \ddot{y}$$

$$N_{6d} = \frac{1}{f} \cdot (T - m_E \cdot (\ddot{y} + g \cdot \cos\psi))$$

**Partie III\* - Etude du moteur hydraulique 15 :**

Etude cinématique :

**Question 3-3 :** Etablir la relation entre  $\alpha$  et  $\theta$  puis montrer que

$$\rho = L \cdot \left( \cos(\theta_f - \theta) - \left( \frac{a^2}{L^2} - \sin^2(\theta_f - \theta) \right)^{1/2} \right)$$

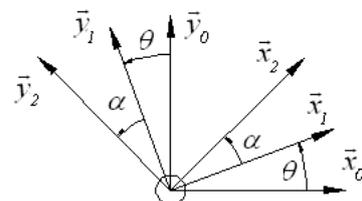
Fermeture géométrique

$$\vec{O_0B} = \vec{O_0G_2} + \vec{G_2B} \quad L \cdot \vec{x}_f = \rho \cdot \vec{x}_1 + a \cdot \vec{x}_2$$

$$L \cdot \sin(\theta_f - \theta) = a \cdot \sin\alpha ; \quad L \cdot \cos(\theta_f - \theta) = \rho + a \cdot \cos\alpha$$

$$L \cdot \cos(\theta_f - \theta) = \rho + a \cdot \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$$

$$\rho = L \cdot \left( \cos(\theta_f - \theta) - \left( \frac{a^2}{L^2} - \sin^2(\theta_f - \theta) \right)^{1/2} \right)$$



**Question 3-4 :** Par fermeture cinématique au point  $G_2$ , déterminer la vitesse angulaire  $\dot{\theta}$  en fonction de  $\dot{\rho}$ ,  $\rho$ ,  $\theta$ ,  $\theta_f$ ,  $L$  et  $a$

$$\vec{V}(G_2, 2/0) = \vec{V}(G_2, 2/3) + \vec{V}(G_2, 3/1) + \vec{V}(G_2, 1/0) \quad -R.\omega_{20}.\vec{y}_2 = \dot{\rho}.\vec{x}_1 + \rho.\dot{\theta}.\vec{y}_1$$

$$R.\omega_{20}.\sin\alpha = \dot{\rho} \quad -\tan\alpha = \frac{\dot{\rho}}{\rho.\dot{\theta}} \quad ; \quad \frac{\dot{\rho}}{\rho.\dot{\theta}} = -\frac{L.\sin(\theta_f - \theta)}{L.\cos(\theta_f - \theta) - \rho}$$

$$-R.\omega_{20}.\cos\alpha = \rho.\dot{\theta}$$

$$\dot{\theta} = -\dot{\rho} \cdot \frac{L.\cos(\theta_f - \theta) - \rho}{\rho.L.\sin(\theta_f - \theta)}$$

Détermination du degré d'hyperstaticité :

Hypothèses : Toutes les liaisons sont supposées parfaites.

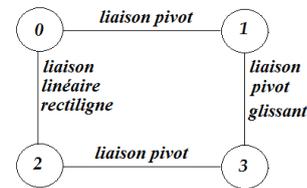
**Question 3-5 :** Après avoir tracé le graphe des liaisons, déterminer le degré de mobilité du système. En déduire son degré d'hyperstaticité.

$$m_u = 1 \quad h = m + I_s - E_s$$

$$m_i = 1 \quad I_s = 5 + 4 + 5 + 2 = 16$$

Rotation de la roue 2 autour de son axe.  $E_s = 18$

$$m = 2 \quad h = m + I_s - E_s = 0$$



**Question 3-6 :**

Ecrire les équations traduisant l'équilibre de 2 au point  $G_2$  dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ .

$$\{T(0 \rightarrow 2)\}_{G_2; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1} = \begin{Bmatrix} X_{02}.\cos\alpha & 0 \\ X_{02}.\sin\alpha & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \quad \{T(3 \rightarrow 2)\}_{G_2; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1} = \begin{Bmatrix} X_{32} & 0 \\ Y_{32} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$X_{02}.\cos\alpha + X_{32} = 0$$

$$X_{02}.\sin\alpha + Y_{32} = 0$$

Ecrire les équations traduisant l'équilibre de 3 au point  $G_2$  dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ .

$$\{T(2 \rightarrow 3)\}_{G_2; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1} = \begin{Bmatrix} -X_{32} & 0 \\ -Y_{32} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \quad \{T(1 \rightarrow 3)\}_{G_2; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{13} & 0 \\ 0 & N_{31} \end{Bmatrix}$$

$$\{T(3 \rightarrow 2)\}_{G_2; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1} = \begin{Bmatrix} F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \quad \begin{aligned} -X_{32} + F &= 0 \\ -Y_{32} + Y_{13} &= 0 \\ N_{31} &= 0 \end{aligned}$$

En déduire la relation entre l'action du fluide et l'action de la came sur le galet.

$$F = X_{32} ; X_{32} = -X_{02}.\cos\alpha = F$$

**Question 3-7 :** Justifier la forme des matrices d'inertie  $I(G_2, 3)$  et  $I(G_2, 2)$ .

$$I(G_2, 2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0}$$

$$I(G_2, 3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0}$$

2 : solide de révolution d'axe  $G_2, \vec{z}_0$

3 : présente deux plans de symétrie perpendiculaires

**Question 3-8 :** Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble  $S = \{1, 2, 3\}$ .

On considère l'ensemble  $\Sigma = \{1, 2, 3\}$ .

$$T(S/0) = T(1/0) + T(2/0) + T(3/0)$$

$$T(1/0) = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\theta}^2 \qquad \omega_{20}^2 = \frac{1}{R^2} \cdot (\dot{\rho}^2 + \rho^2 \cdot \dot{\theta}^2)$$

$$T(2/0) = \frac{1}{2} m_2 \cdot \vec{V}^2(G_2/0) + \frac{1}{2} \cdot \bar{\Omega}(2/0) \cdot \bar{\sigma}(G_2, 2/0) = \frac{1}{2} \cdot (C_2 + m_2 \cdot R^2) \cdot \omega_{20}^2$$

$$T(3/0) = \frac{1}{2} m_3 \cdot \vec{V}(G_3/0) \cdot \vec{V}(G_2/0) + \frac{1}{2} \cdot \bar{\Omega}(3/0) \cdot \bar{\sigma}(G_2, 3/0)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Omega}(3/0) &= \dot{\theta} \cdot \vec{z}_0 & \bar{\sigma}(G_2, 3/0) &= m_3 \cdot \overline{G_2 G_3} \wedge \vec{V}(G_2, 3/0) + I_{G_2}(3) \bar{\Omega}(3/0) \\ & & &= -m_3 \cdot l \cdot \vec{x}_1 \wedge (\dot{\rho} \cdot \vec{x}_1 + \rho \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_1) + C_3 \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{z}_0 = (C_3 - m_3 \cdot l \cdot \rho) \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{z}_0 \end{aligned}$$

$$\vec{V}(G_3/0) = \dot{\rho} \cdot \vec{x}_1 + (\rho - l) \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_1 \quad \vec{V}(G_2/0) = \dot{\rho} \cdot \vec{x}_1 + \rho \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_1 \quad \vec{V}(G_3/0) \cdot \vec{V}(G_2/0) = \dot{\rho}^2 + \rho \cdot (\rho - l) \cdot \dot{\theta}^2$$

$$T(3/0) = \frac{1}{2} \left[ m_3 \cdot \dot{\rho}^2 + (m_3 \cdot (\rho^2 - 2 \cdot \rho \cdot l) + C_3) \cdot \dot{\theta}^2 \right]$$

$$T(S/0) = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \cdot (C_2 + m_2 \cdot R^2) \cdot \omega_{20}^2 + \frac{1}{2} \left[ m_3 \cdot \dot{\rho}^2 + (m_3 \cdot (\rho^2 - 2 \cdot \rho \cdot l) + C_3) \cdot \dot{\theta}^2 \right]$$

**Question 3-9 :** Par application du théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble  $S$  dans son mouvement par rapport à  $(0)$ , déterminer la relation entre  $F$ ,  $C$ , les paramètres cinématiques du moteur hydraulique et  $T(S/0)$  l'énergie cinétique de l'ensemble  $S = \{1, 2, 3\}$ .

$$p_{\text{int}} = F \cdot \dot{\rho} ; \quad p_{\text{ext}} = C \cdot \dot{\theta} \qquad \frac{d}{dt} T(S/0) = F \cdot \dot{\rho} + C \cdot \dot{\theta}$$

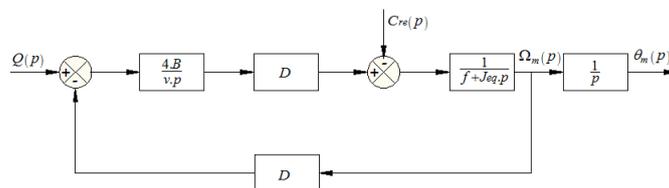
IV-1°- Modélisation du moteur hydraulique :

**Question 4 -1 :** En considérant les conditions initiales nulles, écrire les deux équations (1) et (2) dans le domaine de Laplace.

Equation hydraulique  $Q(p) = D \cdot \Omega_m(p) + \frac{v}{4 \cdot B} \cdot p \cdot \Delta p(p)$  (1)

Equation mécanique  $J_{\text{eq}} \cdot p \cdot \Omega_m(p) = D \cdot \Delta P(p) - f \cdot \Omega_m(p) - C_{\text{re}}(p)$  (2)

**Question 4-2 :** A partir de la question précédente et de la figure 6 ci-contre **tracer** le schéma bloc du moteur hydraulique.



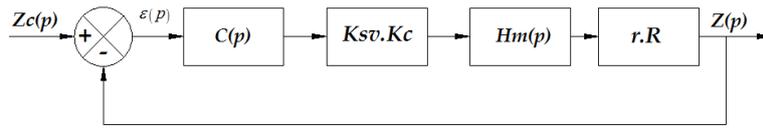
**Question 4-3 :** Déterminer la fonction de transfert du

$$\text{moteur hydraulique } H_m(p) = \left[ \frac{\theta_m(p)}{Q(p)} \right]_{C_{re}=0}$$

$$\frac{\Omega_m(p)}{Q(p)} = \frac{1/D}{1 + \frac{f \cdot v}{4 \cdot B \cdot D^2} \cdot p + \frac{J_{\text{eq}} \cdot v}{4 \cdot B \cdot D^2} \cdot p^2}$$

Identifier les paramètres canoniques  $K_m$ ,  $z$  et  $\omega_n$ .

$$K_m = \frac{1}{D}, \quad z = \frac{f}{4 \cdot D} \cdot \sqrt{\frac{v}{J_{\text{eq}} \cdot B}} ; \quad \omega_n = \sqrt{\frac{4 \cdot B \cdot D^2}{J_{\text{eq}} \cdot v}}$$



**Question 4-9 :** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{BO}(p) = \frac{Z(p)}{\varepsilon(p)}$  et en déduire l'expression du gain de boucle  $K_{BO}$ , de sa classe et de son ordre.

$$H_{BO}(p) = \frac{Z(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K_p \cdot K_{sv} \cdot K_c \cdot K_m \cdot r \cdot R}{p \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot p + \frac{1}{\omega_n^2} \cdot p^2 \right)}, \quad K_{BO} = K_p \cdot K_{sv} \cdot K_c \cdot K_m \cdot r \cdot R, \text{ ordre 3 classe 1}$$

**Question 4-10 :** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p) = \frac{Z(p)}{Zc(p)}$  en fonction de  $K_{BO}$ ,  $z$  et  $\omega_n$ .

$$H_{BF}(p) = \frac{Z(p)}{Zc(p)} = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)} = \frac{K_{BO}}{K_{BO} + p + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot p^2 + \frac{1}{\omega_n^2} \cdot p^3}$$

$$H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_{BO}} \cdot p + \frac{1}{K_{BO}} \cdot \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot p^2 + \frac{1}{K_{BO}} \cdot \frac{1}{\omega_n^2} \cdot p^3}$$

**Question 4-11 :** Donner l'expression de l'erreur statique  $\varepsilon_s$  ( $zc(t) = Z_0 \cdot u(t)$ ) et l'erreur de traînage  $\varepsilon_{tr}$  ( $zc(t) = a \cdot t \cdot u(t)$ ). Les résultats peuvent être donnés sans calcul.

$$\Rightarrow \varepsilon_s = 0$$

La fonction  $H_{BO}(p)$  est de classe 1  $\Rightarrow \varepsilon_{Tr} = \frac{a}{K_{BO}}$

**Question 4-12 :** Déterminer, par application du critère de Routh, la condition que doit satisfaire  $Kp$  pour que le système soit stable. Soit  $Kp_{limite}$  la valeur de  $Kp$  correspondante à la limite de stabilité.

Soit  $D(p) = K_{BO} + p + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot p^2 + \frac{1}{\omega_n^2} \cdot p^3$  le dénominateur de  $H_{BF}(p)$

$p^3$	$1/\omega_n^2$	1
$p^2$	$2 \cdot z / \omega_n$	$K_{BO}$
$p^1$	$\frac{2 \cdot z}{\omega_n} - \frac{K_{BO}}{\omega_n^2}$	0
	$\frac{2 \cdot z}{\omega_n}$	
$p^0$	$K_{BO}$	0

Première condition  $K_{BO} > 0$

Deuxième condition  $2 \cdot z \cdot \omega_n - K_{BO} > 0$

$$K_{BO} < 2 \cdot z \cdot \omega_n ; \quad K_{BO} = K_p \cdot K_{sv} \cdot K_c \cdot K_m \cdot r \cdot R$$

$$0 < K_p < \frac{2 \cdot z \cdot \omega_n}{K_{sv} \cdot K_c \cdot K_m \cdot r \cdot R}$$

$$Kp_{limite} = \frac{2 \cdot z \cdot \omega_n}{K_{sv} \cdot K_c \cdot K_m \cdot r \cdot R}$$

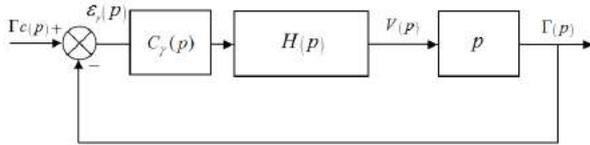
**Question 4-13 :** Déterminer la nouvelle valeur de  $Kp$  en fonction de  $Kp_{limite}$  pour avoir une marge de gain de 12dB.

Pour  $Kp = Kp_{limite}$  le système est à la limite de stabilité, la marge de gain est nulle.  $Kp = a \cdot Kp_{limite}$

$$MG = -\|H_{BO}(j\omega_c)\|_{dB} \text{ avec } \varphi(\omega_c) = -180^\circ \text{ pour } a = 1 \quad MG = 0dB \quad 20 \log a = -|MG| = -12$$

Pour avoir une marge de gain de 12dB alors  $a = 10^{\frac{12}{20}}$ ,  $Kp = (10^{-3/5}) \cdot Kp_{limite}$

IV-4°- Etude de la boucle d'asservissement en accélération du dégrilleur :



**Question 4-14 :** Déterminer la fonction écart  $\varepsilon_\gamma(p)$ .

$$H_{\gamma\_BO}(p) = \frac{K_{acc} \cdot p}{\left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2\right)}$$

$$\varepsilon_\gamma(p) = \frac{\Gamma_C(p)}{1 + H_{\gamma\_BO}(p)}$$

$$\varepsilon_\gamma(p) = \Gamma_C(p) \cdot \frac{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2}{1 + \left(\frac{2\xi}{\omega_0} + K_{acc}\right) \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2}$$

**Question 4-15 :** Calculer l'erreur en régime permanent  $\varepsilon_\gamma$  pour une entrée échelon  $\gamma_C(t) = \gamma_C \cdot u(t)$ , en déduire  $\gamma_0$  la valeur en régime permanent de  $\gamma(t)$ . Conclure.

Pour  $\Gamma_C(p) = \frac{\gamma_C}{p}$

$$\varepsilon_\gamma = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon_\gamma(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon_\gamma(p) = \gamma_C$$

$\varepsilon_\gamma = \gamma_C - \gamma_0 \Rightarrow \gamma_0 = 0$ . Au bout d'un temps fini le système se déplacera avec une accélération  $\gamma_0 = 0$  même en présence d'une consigne d'accélération  $\gamma_C \neq 0$ .

Correction proportionnelle intégrale :

**Question 4-16 :** La fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{\gamma\_BO}(p)$

$$H_{\gamma\_BO}(p) = \frac{K \cdot K_{acc} \cdot (1 + T_i \cdot p)}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2}; K_O = K \cdot K_{acc} \text{ Classe 0 ; ordre 2}$$

En déduire l'erreur en régime permanent  $\varepsilon_\gamma$  pour une entrée échelon  $\gamma_C(t) = \gamma_C \cdot u(t)$ . En déduire  $\gamma_0$  la valeur en régime permanent de  $\gamma(t)$ . Déterminer la valeur de  $K$  pour que l'accélération en régime permanent soit réglée à 75% de  $\gamma_{max}$ .

$H_{\gamma\_BO}(p)$  est de classe 0 alors  $\varepsilon_\gamma = \frac{\gamma_C}{1 + K_O}$  ;

$$\varepsilon_\gamma = \gamma_C - \gamma_0 \Rightarrow \gamma_0 = \gamma_C - \varepsilon_\gamma = \gamma_C - \frac{\gamma_C}{1 + K_O} = \gamma_C \cdot \frac{K_O}{1 + K_O} = 0,75 \cdot \gamma_{max}$$

$$\frac{K_O}{1 + K_O} = 0,75 \cdot \frac{\gamma_{max}}{\gamma_C}$$

$$\frac{1}{K_O} = \frac{1}{K \cdot K_{acc}} = \frac{\gamma_C}{0,75 \cdot \gamma_{max}} - 1 = \frac{\gamma_C - 0,75 \cdot \gamma_{max}}{0,75 \cdot \gamma_{max}}$$

$$K = \frac{1}{K_{acc}} \cdot \frac{0,75 \cdot \gamma_{max}}{\gamma_C - 0,75 \cdot \gamma_{max}}$$

**Question 4-17 :** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée en fonction de  $K \cdot K_{acc}$ ,  $\xi$  et  $\omega_0$ .

$$\begin{aligned} H_{\gamma\_BF}(p) &= \frac{\frac{K_O \cdot (1 + T_i \cdot p)}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2}}{1 + \frac{K_O \cdot (1 + T_i \cdot p)}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2}} = \frac{K_O \cdot (1 + T_i \cdot p)}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2 + K_O \cdot (1 + T_i \cdot p)} \\ &= \frac{K_O \cdot (1 + T_i \cdot p)}{1 + K_O + \frac{2\xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2 + K_O \cdot T_i \cdot p} = \frac{K_O}{1 + K_O} \cdot \frac{(1 + T_i \cdot p)}{1 + \frac{1}{1 + K_O} \cdot \left(\frac{2\xi}{\omega_0} + K_O \cdot T_i\right) \cdot p + \frac{1}{1 + K_O} \cdot \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2} \end{aligned}$$