Epreuve de : Sciences Industrielles Pour l'Ingénieur

ELEMENTS DE CORRIGE

Barème

Question 1 : ***a)*** *Compléter le diagramme SADT niveau A-0 du document- réponse 1 ;*
b) *Compléter la diagramme SADT niveau A0 du document- réponse 1 ;*
c) *Compléter le diagramme FAST du document- réponse 2.*

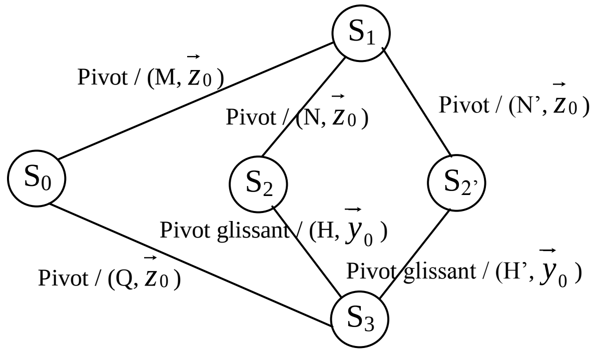
Voir Document-réponses 1 et 2

Question 2 : *Etudier l'équilibre de l'appareil, et évaluer* <u>*graphiquement*</u> *le coefficient de frottement minimal f, nécessaire au contact en O, pour assurer la stabilité de l'appareil sur le sol.*

<u>Indication</u> *:* le candidat pourra déterminer, graphiquement, la résultante, au point D, des forces données, afin de ramener le problème à l'étude de l'équilibre sous l'action de trois forces coplanaires.

Voir Document-réponses 3.
Les tracés sur le document-réponse ne sont donnés qu'a titre indicatif.

Question 3 : ***a.*** *Dresser le schéma de structure du mécanisme de guidage ;*



Question 3 : ***b.*** *Sachant que m_u=1, Evaluer son degré d'hyperstatisme h ;*

mc – h = Nc - Ec
Avec : Nc = 8 ; Ec = 12 et mc = mcu + mci = 1 + 0 = 1

Donc : $\boxed{h = 5}$

Question 3 : ***c)*** *Après avoir remplacé les liaisons en N par une sphérique (rotule), et celle en N' par une sphère cylindre (linéaire annulaire), , réévaluer le degré d'hyperstatisme ;*

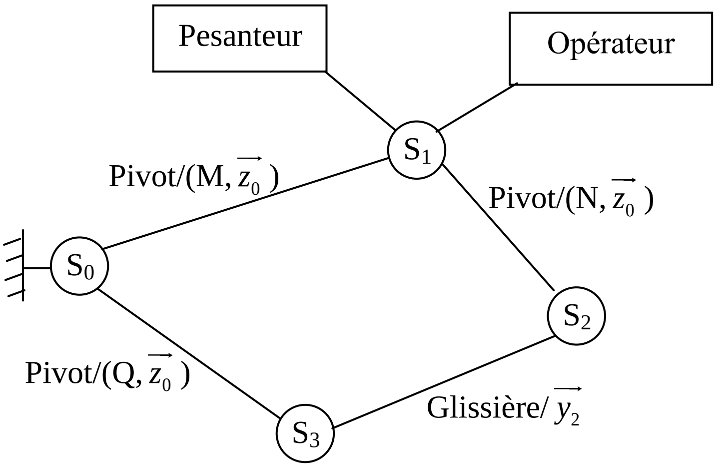
Dans ce cas : Nc = 13 et mc = mcu + mci = 1 + 2 = 3

Donc : $\boxed{h = 2}$

Question 3 : ***d)*** *Quel est l'avantage d'une telle ? solution ?*

Réponse 1 Possible : adoptée par le constructeur est plus rigide (si telle =1er solution).
Réponse 2 : réduction des contraints de réalisation et de montage (si telle = 2eme solution). .

Question 4 : ***a)*** *Dresser le schéma d'analyse du mécanisme ;*



Question 4 : ***b)*** *Isoler l'ensemble E=(S_2+S_3), et en déduire :*

- la direction de la force $\overrightarrow{R}_{1/2}$;
- la relation entre X_{12} , Y_{12} et δ .

E est en équilibre sous l'action de forces $\overrightarrow{R}_{1/2}$ et $\overrightarrow{R}_{0/3}$. Elles sont alors portées par la droite (Q,N).

Et : $\underline{X_{12} = - Y_{12}.\,tg\,\delta}$

Question 4 : ***c.*** *Isoler S_1 et écrire les 3 équations scalaires qui découlent du P.F.S (Réduire les torseurs au point M) ;*

$$\{\tau_{L01}\} - \{\tau_{L12}\} + \{\tau_{op.}\} + \{\tau_{pes.}\} = \{0\}$$

Réduisons les torseurs au point M et dans la base β_0 :

$$\{\tau_{L12}\} = \left\{\begin{array}{c|c} X_{12} & \frac{L}{3}(X_{12}.Sin\beta - Y_{12}.Cos\beta) \\ Y_{12} & \end{array}\right\}_{(M,\beta_0)} \quad ; \quad \{\tau_{Op.}\} = \left\{\begin{array}{c|c} 0 & L\,F_{Op.} \\ F_{Op.} & \end{array}\right\}_{(M,\beta_0)} \quad \text{et}$$

$$\{\tau_{Pes.}\} = \left\{\begin{array}{c|c} 0 & -\frac{L}{2}P.Cos\beta \\ -P & \end{array}\right\}_{(M,\beta_0)}$$

D'où les équations :

T.R.S./ $\overrightarrow{x_0}$: $X_{01} - X_{12} - F_{Op.}.Sin\,\beta = 0$
T.R.S./ $\overrightarrow{y_0}$: $Y_{01} - Y_{12} - F_{Op.}.Cos\,\beta - P = 0$
T.M.S. au point M/ $\overrightarrow{z_0}$: $\frac{L}{3}(X_{12}.Sin\beta - Y_{12}.Cos\beta) + LF_{Op.} - \frac{L}{2}P.Cos\beta = 0$

- OUI , 4 équations à 4 inconnues .

Question 5 :

a) *Montrer que* $\vec{V}(E \in 1/0) = \vec{V}(E \in 2/0)$ et $\vec{V}(D \in 2/0) = \vec{V}(D \in 3/0)$

b) *Donner les supports des vitesses* $\vec{V}(B \in 2/0)$ et $\vec{V}(E \in 1/0)$;

c) *Déduire :*

- *le C.I .R dans le mouvement de 2 par rapport à 0 (ce point sera noté* $\boldsymbol{I_{20}}$*) ;*
- *le support de la vitesse :* $\vec{V}(D \in 2/0)$.

d) *Ecrire la relation liant les vecteurs en indiquant leurs supports :* $\vec{V}(D \in 3/0)$, $\vec{V}(D \in 3/4)$ et $\vec{V}(D \in 4/0)$;

Déterminer, alors, le module de : $\vec{V}(D \in 2/0)$;

e) *En déduire le module de* $\vec{V}(B \in 2/0)$;

<u>**Voir Document-réponses 4.**</u>

<u>**Les tracés sur le document-réponse ne sont donnés qu'a titre indicatif**</u>.

Question 6 :

Déterminer, en fonction des données, les coordonnées du centre de gravité G du support, dans le repère $(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$.

$$\overrightarrow{BG} = \frac{M_P.\overrightarrow{BG_P} + M_m.\overrightarrow{BG_m}}{M_P + M_m}$$

$$\text{Avec : } \overrightarrow{BG_P}\begin{pmatrix} L_1/2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{\beta_2=(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BG_m}\begin{pmatrix} L_2 \\ r \\ (h-H)/2 \end{pmatrix}_{\beta_2}$$

On obtient alors :

$$\boxed{X_G = \frac{M_p L_1/2 + L_2 M_m}{M_P + M_m} \quad ; \quad Y_G = \frac{rM_m}{(M_P + M_m)} \quad et \quad Z_G = \frac{(h-H)M_m}{2(M_P + M_m)}}$$

Question 7 :

a) *Donner* $\boldsymbol{I_{PBz}}$ *: moment d'inertie du plateau par rapport à l'axe* $(B, \vec{z}_0)$;

$I_{PBZ} = I_{PGPZ} + M_P(L_1/2)^2$ avec : $I_{PGPZ} = M_P.L^2_1/12$

Donc : <u>$I_{PBZ} = M_P.L^2_1/3$</u>

Question 7 :

b) *Donner* $\boldsymbol{I_{2Bz}}$ *: moment d'inertie du support 2 par rapport à l'axe* $(B, \vec{z}_0)$ *, en fonction de* M_p*,* M_m*,* L_1*,* L_2 *et r.*

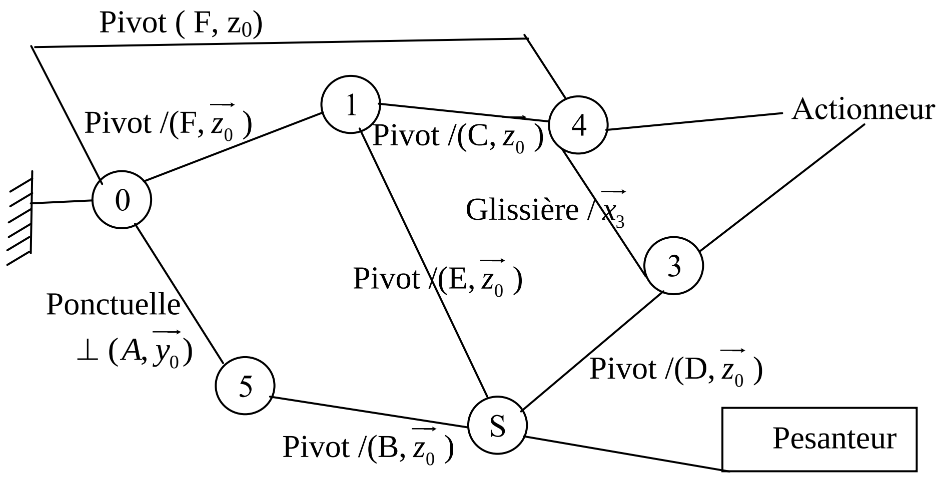
On a : $I_{2BZ} = I_{PBZ} + I_{mBZ}$

Sachant que : $I_{mBZ} = I_{mGmZ} + M(d)^2$ avec : $d^2 = L^2_2 + r^2$

Donc : <u>$I_{mBZ} = M_m(L^2_2 + 3r^2/2)$</u> et <u>$I_{2BZ} = M_P.L^2_1/3 + M_m(L^2_2 + 3r^2/2)$</u>

Question 8 :

a) *Dresser le schéma d'analyse du mécanisme (Remplacer le solide 2 par S) ;*



Question 8 : ***b)*** *Déterminer l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble* $\Sigma = S \cup 5 \cup 4 \cup 3 \cup 1$ *;*

$T_{(\Sigma/R0)} = T_{(S/R0)}$

Avec : $T_{(S/R0)} = \dfrac{1}{2}\{\nu_{(S/R0)}\}.\{C_{(S/R0)}\}$

Au point B : $\{\nu_{(S/R0)}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}\,\vec{z_0} \\ \dot{x}\,\vec{x_0} \end{Bmatrix}_B$ et $\{C_{(S/R0)}\} = \begin{Bmatrix} M_S.\vec{V}_{(GS/R0)} \\ \vec{\sigma}_{(B,S/R0)} \end{Bmatrix}_B$

avec : $\vec{V}_{(GS/R0)} = \vec{V}_{(B,S/R0)} + \overrightarrow{G_S B} \wedge \vec{\Omega}_{(S/R0)} = \dot{x}\,\vec{x_0} + a.\dot{\theta}\,\vec{y_2}$ et $\vec{z_0}.\vec{\sigma}_{(B,S/R0)} = I_S.\dot{\theta}^2 + M_S.\dot{x}.a.\sin\theta$

Finalement : $\boxed{T_{(\Sigma/R0)} = \dfrac{1}{2}(I_S.\dot{\theta}^2 + M_S.\dot{x}(\dot{x} - 2a\,\dot{\theta}.Sin\theta))}$

Question 8 : ***c)*** *Déterminer :*

- *la puissance galiléenne des actions mécaniques extérieures à* Σ *;*
- *la puissance interne à* Σ *;*

$P_{(\bar{\Sigma} \to \Sigma/R0)} = P_{(0 \to 1/R0)} + P_{(0 \to 5/R0)} + P_{(0 \to 4/R0)} + P_{(g \to S/R0)} = P_{(g \to S/R0)} = -M_S.g.\dot{\theta}.a\,.Cos\theta)$

$P_{int} = P_{(3 \leftrightarrow 4)} = F_m\,\dot{y}$

Question 8 : ***d)*** *Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble* Σ*, et déduire l'expression de l'effort* F_m*. (*Ne pas expliciter le terme $\dfrac{dT_{(\Sigma/R0)}}{dt}$ *).*

$$F_m = \frac{1}{\dot{y}}\left[\frac{d\,T_{(\Sigma/R0)}}{dt} + M_S.g.a.\dot{\theta}.\cos\theta\right]$$

Question 9 : ***a)*** *Sachant que la transmission de mouvement se fait sans glissement, exprimer ω_m en fonction de $\dot{y}$, λ et P ;*

$$\omega_m = \frac{2\pi}{P\lambda}\dot{y}$$

Question 9 : ***b)*** *Donner, alors, le couple moteur C_m en fonction de λ, P, F, η_1 et η_2.*

On a : $F_m \dot{y} = \omega_m C_m \eta_1 \eta_2$

Donc : $\boxed{C_m = \frac{P\lambda}{2\pi\eta_1\eta_2} F_m}$

Question 10 :

a) *Compléter le chronogramme et le tableau du document-réponse 5 ;*

b) *Modifier le GRAFCET pour que le comportement du compteur intègre toutes les conditions suivantes :*

- *Remise à zéro du compteur dés l'activation de l'**AU** (clé de sécurité débranchée) <u>ou</u> dés que l'on appuie sur le bouton '' **STOP** '' ;*
- *N'incrémenter que si P_{inc} est inférieure strictement à 15 ;*
- *Ne décrémenter que si P_{inc} est supérieure strictement à 0.*

<u>Voir Document-réponses 5.</u>

Question 11 :

<u>Sur le document-réponse 6 :</u>

a) *Compléter les tableaux de Karnaugh des segments A et E, puis trouver leurs équations logiques simplifiées ;*

<u>Voir Document-réponses 6.</u>

Question 12 : ***a)*** *La transmission de mouvement est supposée sans glissement. Déterminer la relation entre :*

- $V_{(t)}$ et $\omega_{T(t)}$;
- $\omega_{T(t)}$ et $\omega_{m(t)}$.

$$V_{(t)} = \frac{D}{2}\omega_{T(t)} \quad \text{et} \quad \omega_{T(t)} = N\omega_{m(t)}$$

Question 12 : ***b)*** *Les gains de l'adaptateur, du capteur et de l'amplificateur sont : K_A, K_C et K, successivement.*

Compléter le schéma bloc du Document-réponse 6.

<u>Voir Document-réponses 6.</u>

Question 12 :

c) *Transformer ce schéma bloc pour le mettre sous la forme de celui de la figure 14. Identifier, ensuite, chacune des fonctions de transfert $H_{i\,(P)}$ pour $i \in \{1,2,3,4,5\}$;*

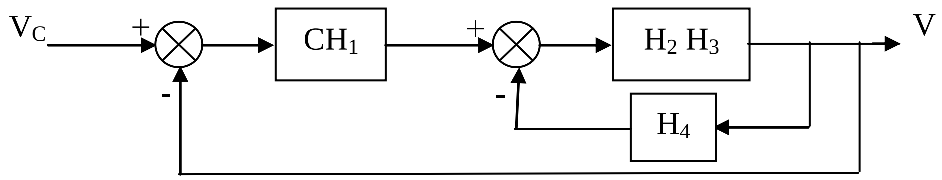
$$H_1 = KK_A \ ; \ H_2 = \frac{2K_m}{RND} \ ; \ H_3 = \frac{N^2D^2}{4}.\frac{1}{jp} \ ; \ H_4 = \frac{2K_m}{ND} \ \text{et} \ H_5 = \frac{2K_C}{K_A.ND}$$

Question 13 :

a) *On suppose que $K_5=1$; trouver :*

- *la fonction de transfert de la commande en boucle fermée vis-à-vis de la consigne $V_{c(t)}$: $H_{e(p)}$;*
- *la fonction de transfert de la commande en boucle fermée vis-à-vis de la perturbation $F_{T(t)}$: $H_{per\,(p)}$;*

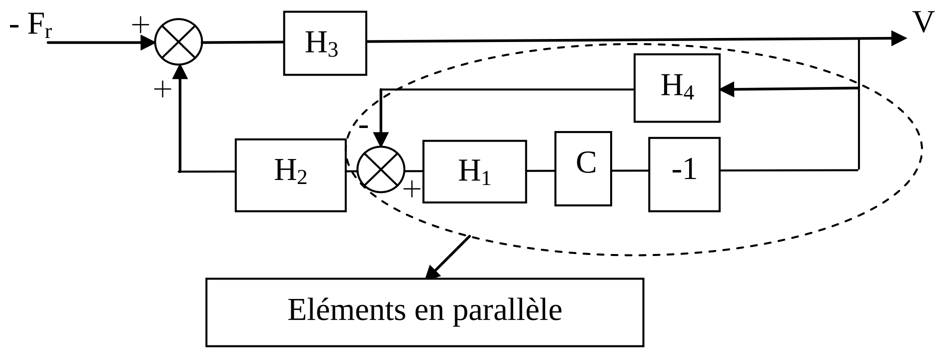
Pour H_e :



$$H_e = \frac{C.H_1.\dfrac{H_2H_3}{1+H_2H_3H_4}}{1+C.H_1.\dfrac{H_2H_3}{1+H_2H_3H_4}} \quad \text{ou encore : } H_e = \frac{CH_1H_2H_3}{1+H_2H_3H_4+CH_1H_2H_3}$$

Finalement : $\boxed{H_e = \dfrac{K_1K_2K_3}{K_1K_2K_3+K_2K_3K_4.p+p^2}}$

Pour H_{per} :



$$H_{per} = \frac{H_3}{1+H_2H_3H_4+CH_1H_2H_3} \quad \text{ou encore} \quad \boxed{H_{per} = \frac{K_3.p}{K_1K_2K_3+K_2K_3K_4.p+p^2}}$$

Question 13 : ***b)*** *Justifier que si l'asservissement est stable vis-à-vis de la consigne, alors il l'est vis-à-vis de la perturbation ;*

He et Hper ont le même dénominateur, donc la même équation caractéristique.
Si l'asservissement est stable pour l'entrée principale, alors il l'est pour la perturbation.

Question 13 : ***c)*** *L'effort $F_{T(t)}$ est constant et égal à F_0. Calculer, en régime permanent, la perte en vitesse causée par cette perturbation.*

Calculons ΔV : valeur en régime permanent de la sortie pour l'entrée perturbation.

$$\Delta V = \left.\lim_{t\to\infty} V_{(t)}\right|_{V_c=0} = \left.\lim_{p\to 0} pV_{(p)}\right|_{V_c=0} = \lim_{p\to 0} pH_{per}F_{T(p)} \quad \text{Pour } F_{T(p)} = \frac{F_0}{p} \quad \text{on trouve : } \boxed{\Delta V=0}$$

<u>Ou encore</u> : existence d'une perturbation en amont du point d'injection de la perturbation d'où le résultat.

Question 13: ***d)*** *Le choix du correcteur $C_{(p)}$ est-il compatible avec les exigences du cahier des charges ? Expliquer.*

Oui : l'asservissement est insensible aux perturbations.

Question 14 : ***a)*** *Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte, $H_{BO(p)}$, de l'asservissement, et donner ses caractéristiques (ordre, classe et gain K_{BO}) ;*

$$H_{BO} = \frac{K_1 K_m K_6}{p(1+\tau_m p)} \quad \text{donc : } K_{BO}=K_1K_mK_6 \ ; \quad \text{Classe : 1 et ordre : 2}$$

Question 14 : ***b)*** *Pour une entrée échelon unitaire, que serait l'erreur statique de l'asservissement ? Justifier ;*

$$\varepsilon_S = 0$$

Question 14 : ***c)*** *Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée : $H_{BF(p)}$;*

$$H_{BF} = \frac{H_{BO}}{1+H_{BO}} = \frac{1}{1+\dfrac{p}{K_{BO}}+\dfrac{\tau_m}{K_{BO}}p^2}$$

Question 14 : ***d)*** *L'asservissement est-il stable ?*

Asservissement de deuxième ordre fondamental, donc : stable.

Question 14 : ***e)*** *Que devra être la relation entre la gaine boucle ouverte, K_{BO}, et τ_m pour que l'asservissement soit rapide mais sans dépassement de la consigne.*

$$\xi = 1 \quad or : \frac{2\xi}{\omega_n} = \frac{1}{K_{BO}} \quad et \quad \omega_n = \sqrt{\frac{K_{BO}}{\tau_m}} \quad d'ou : K_{BO} = \frac{1}{4\tau_m}$$

Question 14 : ***f)*** *Pour $\tau_m = 10^{-2}$ s , évaluer la marge de phase MP et la marge de gain MG de l'asservissement ;*

$\boxed{MG = \infty \ (Asservissement\ de\ 2^{è}\ ordre)}$.

$$MP = 180° + ArgH_{BO(j\omega co)} = 90° - Arc\tan(\tau_m \omega_{co})$$

ω_{co} est telle que : $\left|H_{BO(j\omega co)}\right| = 1$ ou encore : $\dfrac{K_{BO}}{\omega_{co}\sqrt{1+\tau_m{}^2.\omega_{co}{}^2}} = 1$

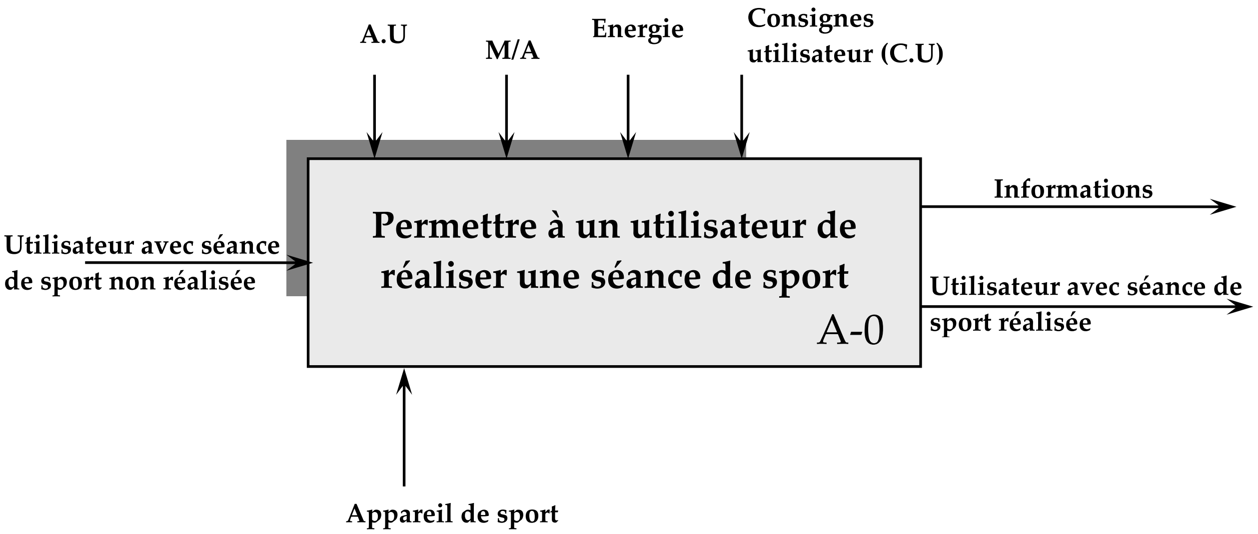
On trouve : $\omega_{co} = 24,3\ rad.s^{-1}$

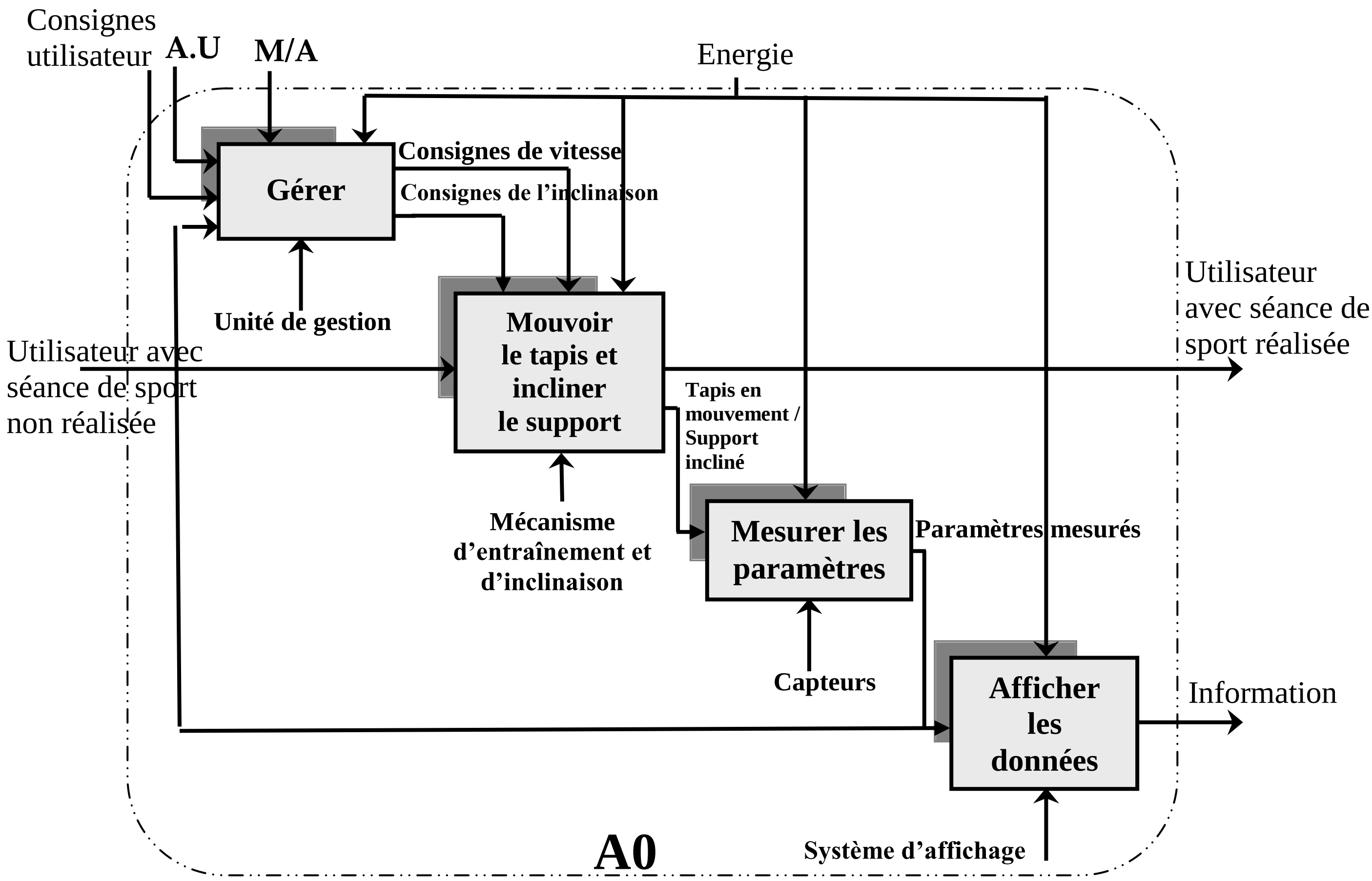
Ainsi : $\boxed{\text{MP=76,34°}}$

Question 14 : ***g)*** *Conclure quant au respect des exigences du cahier des charges.*

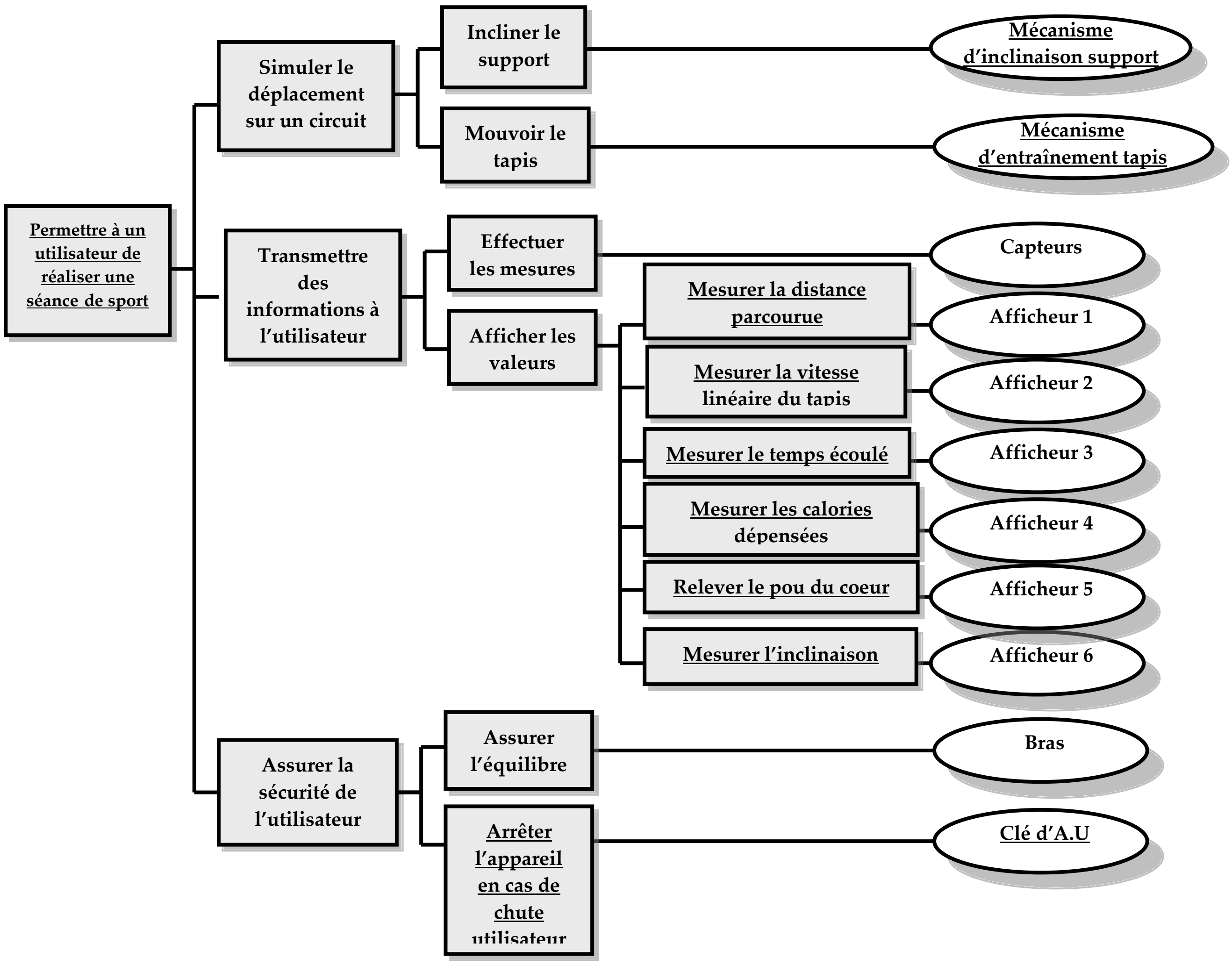
Toutes les exigences du c.d.c.f sont satisfaites.

DOCUMENT-REPONSE 1

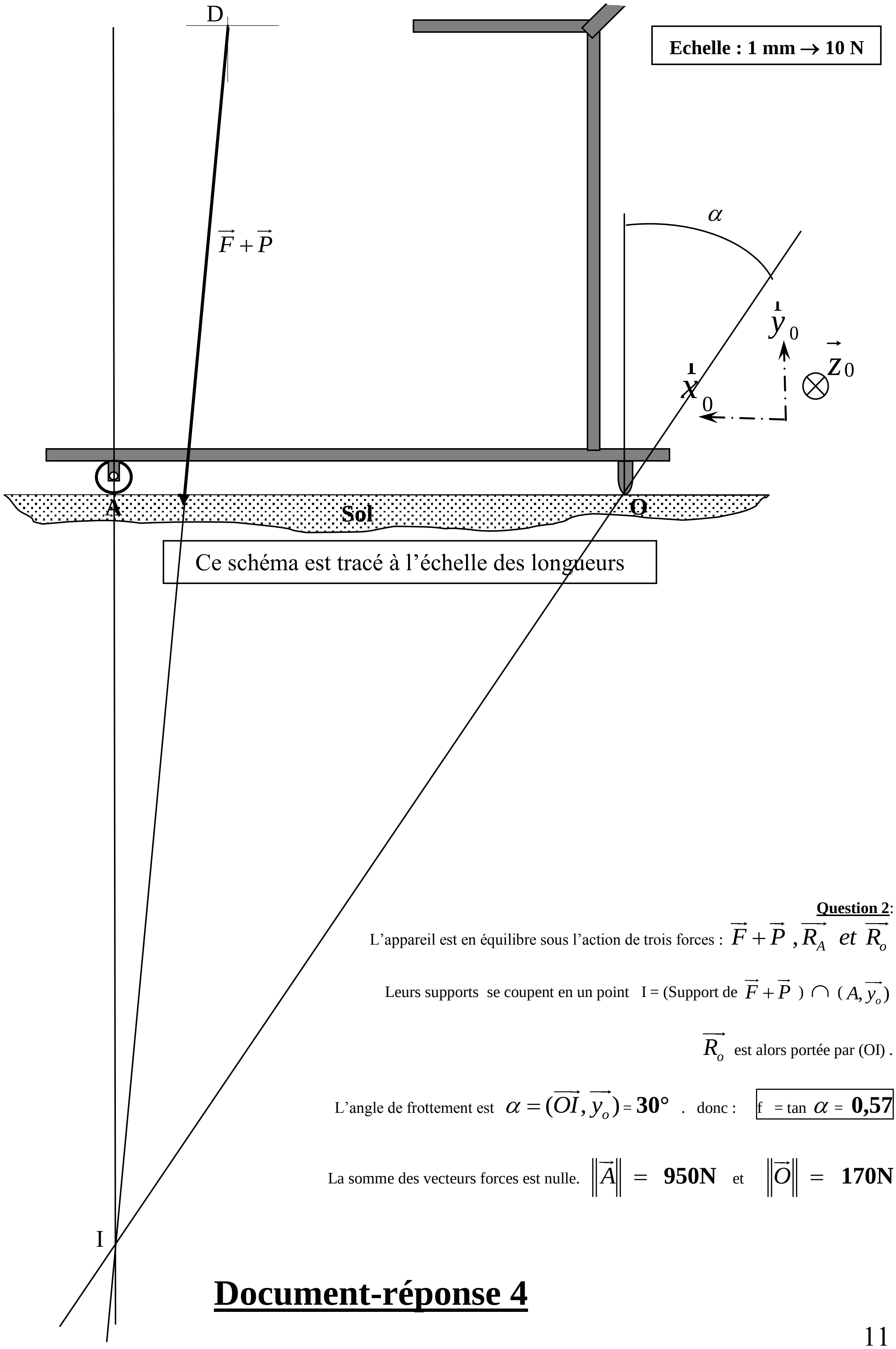




DOCUMENT-REPONSE 2



DOCUMENT-REPONSE 3



Question 2:

L'appareil est en équilibre sous l'action de trois forces : $\vec{F}+\vec{P}$, $\vec{R_A}$ et $\vec{R_o}$

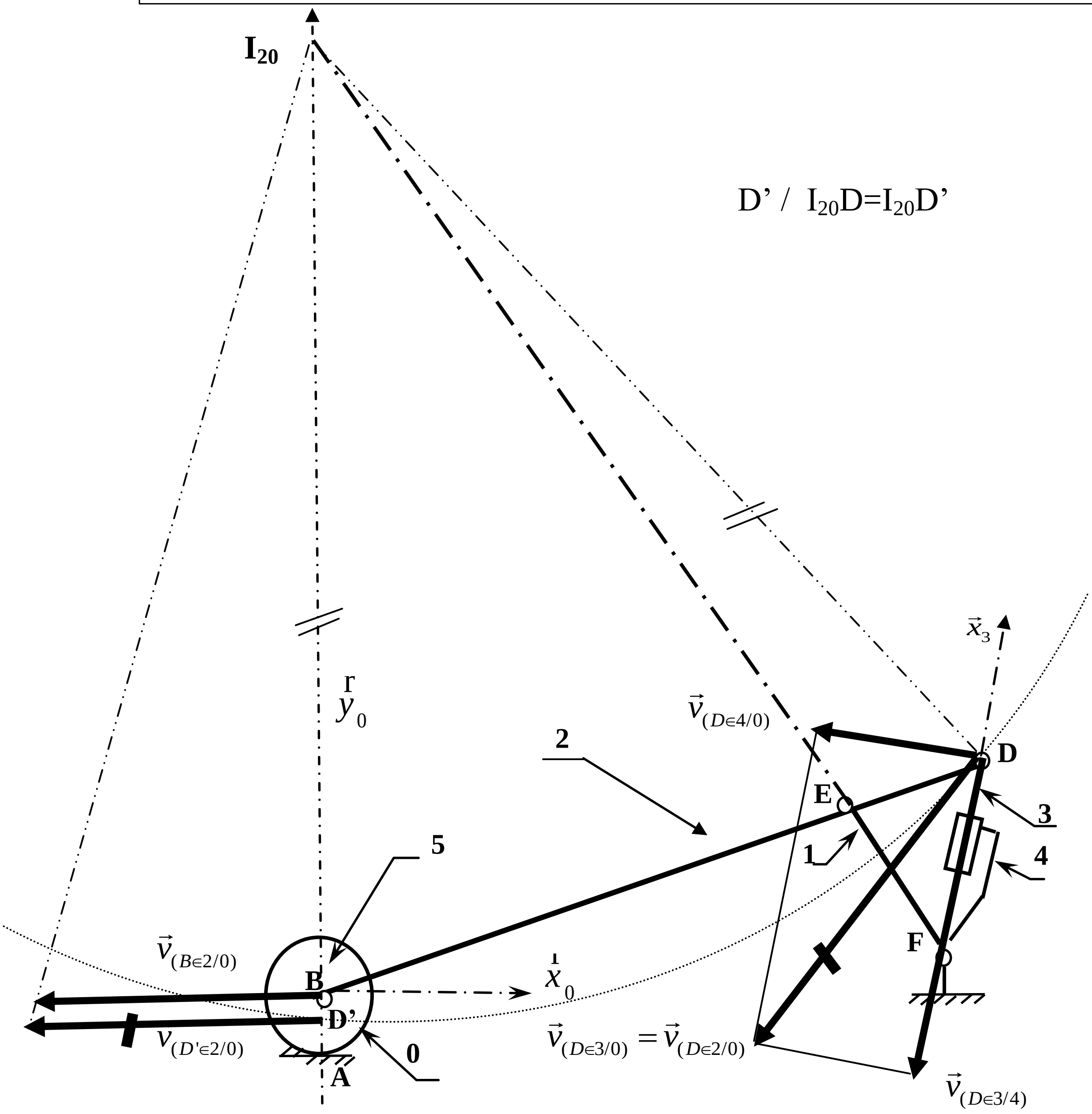
Leurs supports se coupent en un point I = (Support de $\vec{F}+\vec{P}$) $\cap$ $(A,\vec{y_o})$

$\vec{R_o}$ est alors portée par (OI) .

L'angle de frottement est $\alpha=(\vec{OI},\vec{y_o})$ = **30°** . donc : $\boxed{f = \tan\alpha = \mathbf{0{,}57}}$

La somme des vecteurs forces est nulle. $\|\vec{A}\|$ = **950N** et $\|\vec{O}\|$ = **170N**

Document-réponse 4



<u>Question 5</u> :

a) Pivot en E entre 1 et 2 . Pivot en D entre 2 et 3.

b) $\vec{V}_{(B,2/0)}$ est portée par (B, $\overrightarrow{x_0}$ **).** $\vec{V}_{(E,1/0)}$ est porté par la perpendiculaire à (FE).

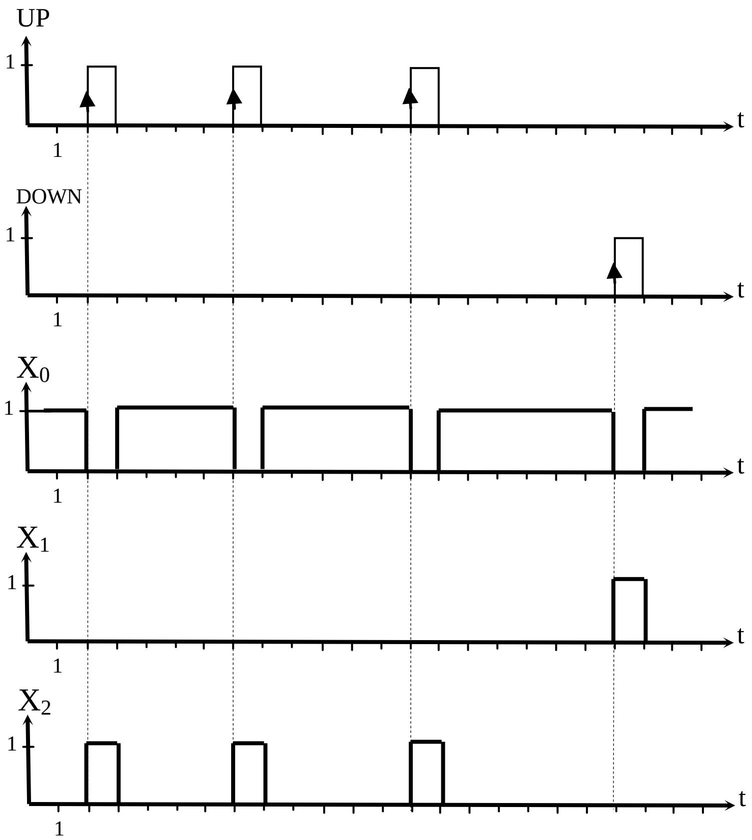
c) $I_{20} = (B, \overrightarrow{y_0}) \cap (FE)$. $\vec{V}_{(D,2/0)} \perp (I_{20}D)$.

d) $\vec{V}_{(D,3/0)} = \vec{V}_{(D,3/4)} + \vec{V}_{(D,4/0)}$. On trace cette somme. On trouve : $\left\| \vec{V}_{(D \in 2/0)} \right\|$ = **26**mm/mn

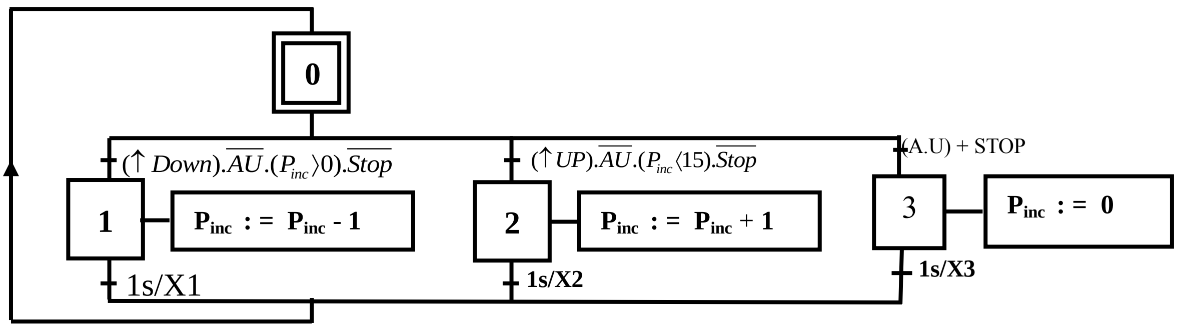
e) Voir tracé : $\left\| \vec{V}_{(B \in 5/0)} \right\|$ = **24** mm/mn

DOCUMENT-REPONSE 5

A.U=0



Temps (s)	P_{inc}
t = 0 s	0
t = 4 s	1
t = 9 s	2
t = 15 s	3
t = 22 s	2



Echelle des vitesses : 2 cm $\rightarrow$ 10 mm.mn^{-1}

DOCUMENT-REPONSE 6

$n_3 n_2$ \ $n_1 n_0$	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	1	1	1
11	Ø	Ø	Ø	Ø
10	1	1	Ø	Ø

Tableau de Karnaugh du segment A

A = $n_2.n_0 + \overline{n_2}.\overline{n_0} + n_1 + n_3$

$n_3 n_2$ \ $n_1 n_0$	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	1	1	1	1
11	Ø	Ø	Ø	Ø
10	1	1	Ø	Ø

Tableau de Karnaugh du segment E

E = $n_0 + \overline{n_1} + n_2$