ENIM

CONCOURS NATIONAL COMMUN

SESSION 2008

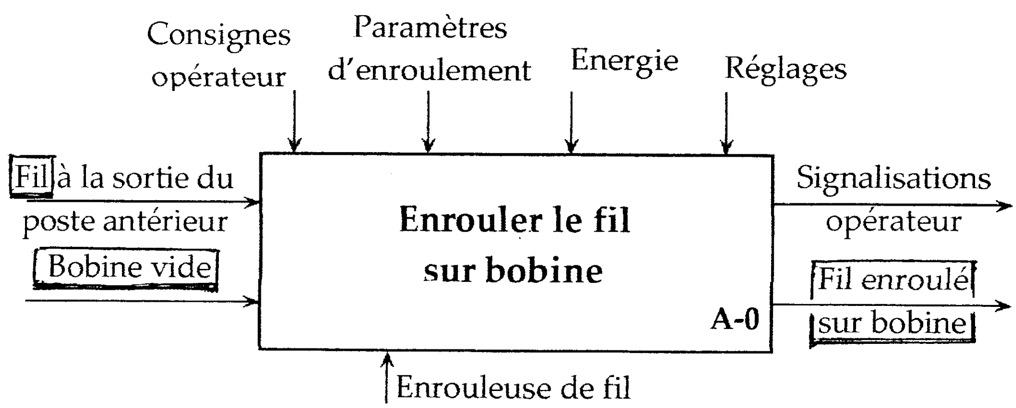
FILIERE : MP & PSI

EPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES

ELEMENTS DE CORRIGE

PARTIE A : ANALYSE FONCTIONNELLE

Question 1 : *Recopier sur votre copie et compléter le diagramme SADT de niveau A-0(figure ci-dessous),et sur le document réponse 1 compléter le diagramme SADT de niveau A0 relatifs à l'enrouleuse du fil.*



le diagramme SADT de niveau A0 : (voir document-réponse1)

PARTIE B: CHARGEMENT DE LA BOBINE VIDE

Question 2 : *a) On considère l'ensemble du mécanisme de la figure 4 : Donner la(s) mobilité(s) utile(s) m_u et interne's) m_i, en précisant les mouvements concernés. Calculer le degré d'hyperstatisme h du mécanisme par une approche globale.*

b) On considère la chaîne en parallèle entre (0) et (1) : Donner, sans faire de calcul, la liaison équivalente. Quel est le degré d'hyperstatisme h_1.

c) On considère la chaîne en série (0 , 1 , 2) : Donner, sans faire de calcul, la liaison équivalente de cette chaîne.

d) Donner alors ,sans calcul, la liaison équivalente entre la fourche (2) et le bati (0), puis calculer son degré d'hyperstatisme h_2.

e) Donner, sans faire de calcul, la liaison équivalente entre la fourche (2) et la bobine (3), puis calculer son degré d'hyperstatisme h_3. Ce résultat est il prévisible ?

a)**mu=1** : <u>montée descente de la fourche 2</u>

mi=4 :-rotation de la colonne 1 autour de l'axe $(H,\vec{y}_0)$

-rotation de la colonne 1' autour de l'axe $(H',\vec{y}_0)$

-rotation et translation de la bobine 3 suivant son axe de révolution

$On\,a:\ E_s - m = I_s - h$

$Avec: E_s = 24 \quad ; I_s = 22 \quad ; m = 5 \quad \Rightarrow \boxed{h=3}$

b)Chaine en parallèle (0,1) : Liaison équivalente : **pivot d'axe (A, $\vec{y}_0$) avec** $\boxed{\mathbf{h_1=0}}$

c) Chaine en série (0,1,2) : Liaison equivalante : **pivot Glissant d'axe (A, $\vec{y}_0$) .**

d) Liaison équivalente 2/0 : Glissière de direction $\vec{y}_0$.

$On\,a:\ E_s - m = I_s - h_2$

$Avec: E_s = 18 \quad ; I_s = 18 \quad ; m = 3 \quad \Rightarrow \boxed{h_2=3}$

e) La liaison equivalente entre 2 et 3 est une **liaison pivot glissant** d'axe $(G_3, \vec{x}_0)$

$On\,a:\ E_s - m = I_s - h_3$

$Avec: E_s = 6 \ ; I_s = 4 \ ; m = 2 \quad \Rightarrow \boxed{h_3=0}$

- $\boxed{\text{Prévisible , car } h \text{ doit etre } \sum h_i \ ; or\ h_2 = 3 = h \Rightarrow h_3 = h_1 = 0}$

Question 3 : *Donner les expressions littérales et les valeurs numériques de :*

a) *Le nombre de tours n nécessaire à la réalisation d'une nappe de fil sur la bobine ;*

b) *Le diamètre d'enroulement δi du fil sur la $i^{ème}$ nappe, les nappes successives étant numérotées de 1 à N (valeur numérique pour N = 100),*

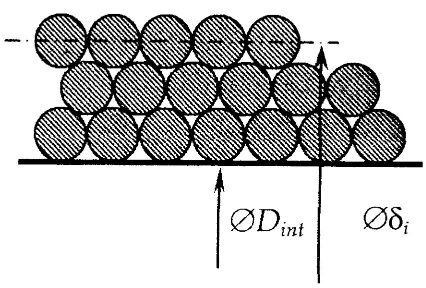
c) *La longueur L_N de fil stocké sur la bobine pour un nombre de nappes enroulées N (valeur numérique pour N = 100),*

d) *La durée T_N nécessaire à la réalisation du bobinage de cette longueur L_N de fil.*

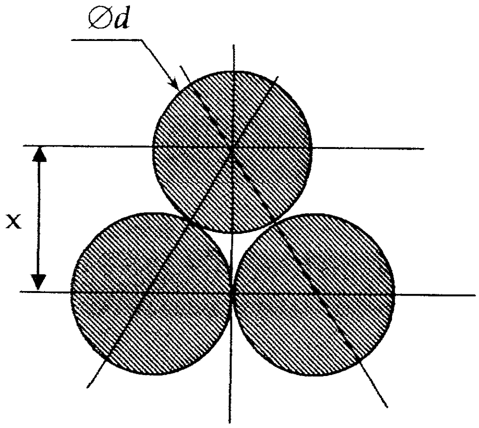
e) *Les valeurs mini et maxi de la vitesse de rotation ω_B de la bobine par rapport au bâti au cours du cycle d'enroulement de la longueur L_N.*

a) $n = ent(h/d)$ A.N. $\boxed{n = 200}$

b)



Détail de l'enroulement



$\delta_i = D_{int} + d + 2(i-1)x$ avec $x = \frac{d}{2}.\tan(\pi/3) \Rightarrow \boxed{\delta_i = D_{int} + d + 2(i-1)\frac{d}{2}\tan(\pi/3)}$

$\boxed{\text{A.N : } \delta_{100} \simeq 595.mm}$

c) La longueur enroulée pour la nappe n° i de diamètre δ_i vaut $L_i = \pi \delta_i . n$

Soit une longueur enroulée totale $L_N = \sum_{i=1}^{N} L_i = \pi . n \sum_{i=1}^{N} \delta_i = \pi . n \sum_{i=1}^{N} (D_{int} + d + 2(i-1)\frac{d}{2}\tan(\pi/3))$

$$L_N = \pi . n \left\{ (ND_{int} + Nd) + d\tan(\pi/3)\sum_{i=1}^{N}(i-1) \right\} = \pi . n \left\{ (ND_{int} + Nd) + d\tan(\pi/3)\frac{N(N-1)}{2} \right\}$$

$$\boxed{L_N = \pi . n . N \left\{ D_{int} + d + d\tan(\pi/3)\frac{(N-1)}{2} \right\}}$$

A.N : $L_N \simeq 26607.m$

d) $T_N = \frac{L_N}{V_0}$ A.N : $T_N = 13\ mn\ 18\ s$

e) $\omega_{Bi} = \frac{2.V_0}{\delta_i}$; $\omega_{B\max i} = \frac{2.V_0}{\delta_1}$; $\omega_{B\min i} = \frac{2.V_0}{\delta_{100}}$

$\omega_{max} = 2526,3$ tr/mn $= 264,4$ rd/s
$\omega_{mini} = 1069,95$ tr/mn $= 112$ rd/s

~~**f)** A.N : $\omega_{B\max i} = 2526,29$ tr/min ; $\omega_{B\min i} = 1069,95$ tr/min~~
~~$\simeq 264,4$ rad/s | $\simeq 112$ rad/s~~

Question 4 : *a) Donner la forme de la matrice d'inertie en G de la bobine vide (B_V) et dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_b, \vec{z}_b)$ notée : $\bar{\bar{I}}(G, B_V)$. Que devient cette matrice dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.*

b) donner en fonction de M, m, R_e, R_i et R le moment d'inertie de la bobine vide par rapport à l'axe $(G, \vec{x}_0)$ note A_{BV}.

a) $\bar{\bar{I}}(G, B_V) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & B \end{pmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_b, \vec{z}_b)}$; Reste la même (axe de révolution) $\bar{\bar{I}}(G, B_V) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & B \end{pmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$

b) $A_{BV} = 2.A_{disque} + A_{cylindre}$ avec $A_{disque} = mR^2/2$ et $A_{cylindre} = M(R_e^2 + R_i^2)/2$

$$\boxed{A_{BV} = mR^2 + M(R_e^2 + R_i^2)/2}$$

Question 5 : *Donner l'expression du moment d'inertie équivalente notée J_{eq} ramené sur l'axe du moteur de l'ensemble tournant par rapport au bâti. Faire l'application numérique.*

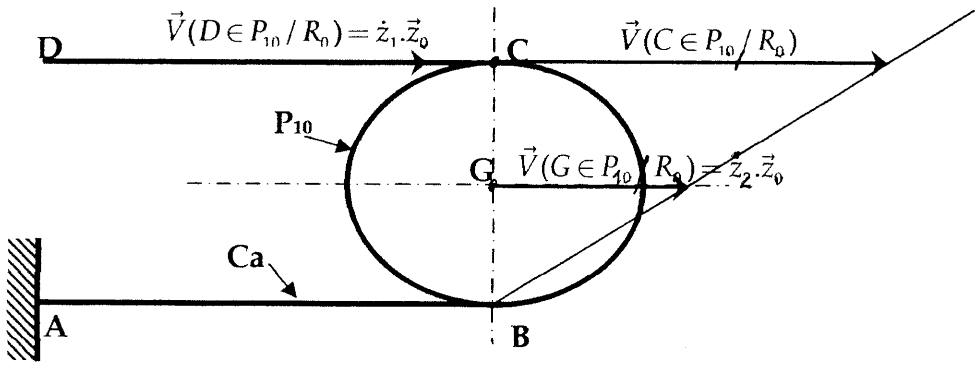
$$\boxed{J_{eq} = I_m + (I_b + I_p)/\lambda^2 \text{ ;A.N : } J_{eq} = 3,27\ Kg.m^2}$$

Question 6 : *Donner l'équation scalaire issue de l'application du théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble (E) mobile/R_0. Calculer alors la valeur de la puissance mécanique P_m développée par le moteur électrique pendant la phase d'enroulement de la dernière nappe à régime stabilisé.*

- Pour la dernière nappe :

TEC à l'ensemble tournant $J_{eq}.\frac{d\omega_m(t)}{dt}.\omega_m = P_m + P(fil \to bobine) \Rightarrow \boxed{P_m = J_{eq}.\frac{d\omega_m(t)}{dt}.\omega_m - P(fil \to bobine)}$

$P(fil \to bobine) = -T_0.V_0$; à régime stabilisé $\frac{d\omega(t)}{dt} = 0$ d'où $\boxed{P_m = T_0.V_0 = 1.66\text{kw}}$



Question 7 : *Donner les deux relations liant $\dot{z}_2$, $\dot{\varphi}$ et R d'une part et $\dot{z}_2$, $\dot{z}_1$ d'autre part.*

B est le CIR du mouvement de P_{10} par rapport à 0 (le brin AB est fixe)

Donc $\boxed{\dot{\varphi}=\frac{\dot{z}_2}{BG}=\frac{\dot{z}_2}{R} \text{ et } \dot{z}_1=2.\dot{z}_2}$

Question 8 : *Déterminer la masse équivalente notée M_{eq} ramenée à la tige (2) de l'ensemble (S) en mouvement par rapport au repère R_0 en fonction de M_1, M_2, M,J et R.*

$$\boxed{M_{eq}=4M_1+M_2+m+\frac{J}{R^2}}$$

Question 9 : *Par application du théorème de l'énergie cinétique TEC à l'ensemble matériel (S), Exprimer l'effort F développé par le vérin en fonction de M_{eq}, $\ddot{z}_2$ et les données*

$$\boxed{F=+2.F_z+M_{eq}.\ddot{z}_2}$$

En s'appuyant sur le schéma d'analyse :

Question 10 : *a) Par application du théorème de l'énergie cinétique* ***(T.E.C)*** *à l'ensemble E={3,4},déterminer le couple moteur C_{53} en fonction de x, ses dérivées et des données. (le paramètre θ et ses dérivées ne doivent pas intervenir).*

$$T(E/R_0)=\frac{1}{2}M_4\dot{x}^2+\frac{1}{2}J_3\dot{\theta}^2 \quad ; \quad P_{int}(E)=0 \quad ; \quad P_{ext}(\bar{E}\rightarrow E/0)=C_{53}.\dot{\theta}+T_x.\dot{x}-\mu_4.\dot{x}^2-\mu_3.\dot{\theta}^2$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}M_4\dot{x}^2+\frac{1}{2}J_3\dot{\theta}^2\right)=C_{53}.\dot{\theta}+T_x.\dot{x}-\mu_4.\dot{x}^2-\mu_3.\dot{\theta}^2$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}M_4\dot{x}^2+\frac{1}{2}J_3\frac{\dot{x}^2}{p^2}\right)=-C_{53}.\frac{\dot{x}}{p}+T_x.\dot{x}-\mu_4.\dot{x}^2-\mu_3.\frac{\dot{x}^2}{p^2}$$

$$\boxed{C_{53}=-\left\{(M_4+J_3\frac{1}{p^2})\ddot{x}-T_x+(\mu_4+\mu_3.\frac{1}{p^2})\dot{x}\right\}.p}$$

b)) *On souhaite déterminer le couple C_{53} par application du principe fondamental de la dynamique* ***(P.F.D)*** *.Donner le(s)système(s) à isoler, le(s) théorème(s) à utiliser, et puis écrire le(s) équation(s)scalaire(s),(Sans développer les calculs) permettant le calcul de C_{53}. .*

- on isole le solide 4 : $\boxed{\vec{x}_0.M_4.\vec{\Gamma}G_4/0=\vec{x}_0.\vec{R}(\bar{4}\rightarrow 4)\Rightarrow X_{34}}$
- *On isole 3 :* $\boxed{\vec{x}_0.\vec{\delta}A,3/0=\vec{x}_0\vec{M}(A,\bar{3}\rightarrow 3)\Rightarrow C_{53}=f(L_{43}).}$

➢ Liaison hélicoïdale $\Rightarrow \boxed{L_{43} = p.X_{34} \Rightarrow C_{53}}$.

c)Evaluer le couple maximal $C_{53\max}$ en fonction de la vitesse Vt, la duré T et les données

$$\dot{x} = -V_t \text{ et } \ddot{x} = -2.V_t / T \text{ et } \boxed{C_{53} = -\left\{(M_4 + J_3 \frac{1}{p^2})\ddot{x} - T_x + (\mu_4 + \mu_3 . \frac{1}{p^2})\dot{x}\right\}.p}.$$

Question 11 : *Calculer la vitesse de glissement en M entre le disque S et la garniture S_1 notée*

$\vec{V}(M \in S/S_1)$: $\boxed{\vec{V}(M \in S/S_1) = \rho.\omega_b.\vec{v}}$ $= \rho\dot{\theta}\vec{v}$

Question 12 : *En appliquant les lois de coulomb relatives au frottement de glissement, montrer que $q = 0$ et donner une relation entre p, q et f.*

Les lois de Coulomb

$$(q.\vec{u} + r.\vec{v}).ds \wedge \vec{V}(M \in S/S_1) = \vec{0} \Rightarrow q = 0$$

$$(r.\vec{v}.ds).\vec{V}(M \in S/S_1) \prec 0 \Rightarrow r \prec 0 \text{ car } \omega_b \succ 0$$

$$\boxed{r = -f.p}$$

Question 13 : *Calculer la projection sur $\vec{x}_0$ du moment global en B exercé par la garniture S_1 sur le disque S noté $\vec{x}_0.\vec{M}_B(S_1 \to S)$ en fonction de p, f, R_e, R_i et α.*

$$\vec{x}_0.\vec{M}_B(S_1 \to S) = \vec{x}_0.\int(\vec{BM} \wedge \vec{f}_M(S_1 \to S).ds) = \vec{x}_0.\int(-\frac{e}{2}\vec{x}_0 + \rho\vec{u}) \wedge (p.\vec{x}_0 - f.p.\vec{v})ds = \int -f.p.\rho.ds$$

Avec $ds = \rho.d\theta.d\rho$

$$\boxed{\vec{x}_0.\vec{M}_B(S_1 \to S) = -\frac{2}{3}f.p.\alpha.(R_e^3 - R_i^3)}$$

Question 14 : *En déduire l'expression du module de couple de freinage C_f.*

$\boxed{C_f = 2.(\frac{2}{3}f.p.\alpha.(R_e^3 - R_i^3))}$ deux garnitures

Question 15 : *Calculer la projection sur $\vec{x}_0$ de l'effort global exercé par la garniture S_1 sur le disque S noté $\vec{x}_0.\vec{F}(S_1 \to S)$ en fonction de p, R_e, R_i et α.*

$$\vec{x}_0.\vec{F}(S_1 \to S) = \vec{x}_0.\int \vec{f}_M(S_1 \to S).ds = \vec{x}_0.\int(p.\vec{x}_0 - f.p.\vec{v})ds = \boxed{p.\alpha.(R_e^2 - R_i^2)}$$

Question 16 : *En appliquant le théorème de la résultante statique à l'ensemble piston+garniture S_1 en projection sur $\vec{x}_0$, évaluer la pression p_a en fonction de C_f, R_e, R_i, α et d.*

$$\boxed{p_a.\pi\frac{d^2}{4} = p.\alpha.(R_e^2 - R_i^2)}$$

On remplace p avec l'expression de la question 14 : ⟶

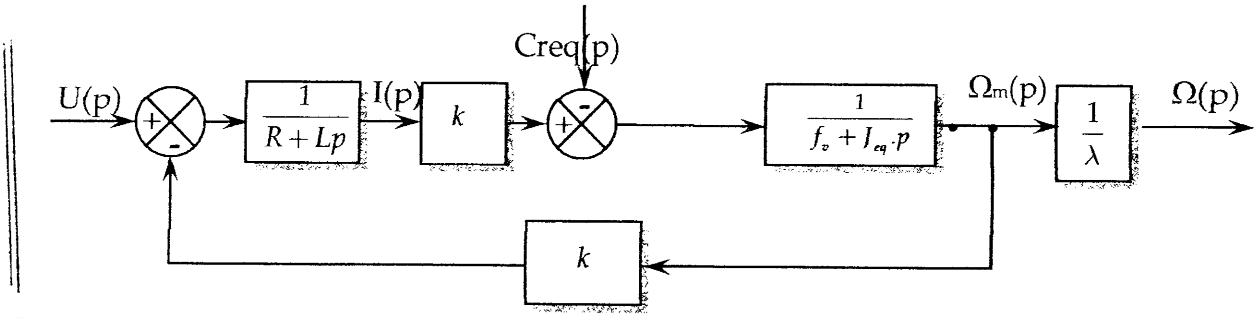
$$p_a = 3C_f \frac{(R_e^2 - R_i^2)}{\pi d^2 (R_e^3 - R_i^3)}$$

PARTIE E : ASSERVISSEMENT DE VITESSE DE LA BOBINE

Question 17 : *Donner les transformées de Laplace des équations (1) à (5).*

Équation électrique :	$U(p) = (R + L.p)I(p) + E(p)$	(1)
Équation de couplage tension – vitesse :	$E(p) = k_e.\Omega_m(p)$	(2)
Équation de couplage couple – intensité :	$C_m(p) = k_t.I(p)$	(3)
Équation mécanique :	$J_{eq}.p.\Omega_m(p) = C_m(p) - f_v.\Omega_m(p) - C_{req}(p)$	(4)
Équation du réducteur :	$\Omega_m(p) = \lambda.\Omega(p)$	(5)

Question 18 : *Compléter le schéma blocs ci-dessous, à reproduire sur la copie.*



Question 19 : Donner l'expression de la vitesse de la bobine ω_0 en régime permanent, pour un échelon de tension U_0 et un couple résistant constant C_0.

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\lambda(f_v R + k^2)}\left[U_0 k - R.C_0\right]}$$

Question 20 : *Par quelle forme de fonction de transfert G(p) peut on modéliser le comportement de cette génératrice tachymétrique ? Justifier.*

Question 21 : *Donner en justifiants les valeurs de ses grandeurs caractéristiques en précisant les unités.*

- G(p) est un premier ordre : $\boxed{G(p) = \frac{k}{1+Tp}}$ en effet :

le tracé admet une asymptote horizontale pour $\omega \to 0$, une asymptote de pente -20dB/dec (-1) pour $\omega \to \infty$ et une chute de 3dB à l'intersection des deux asymptotes

de meme pour la phase

Q20

- **K= 2 V/(rad/s)** car la génératrice délivre une sortie en V

1/T= 100 rad/s d'où **T=0,01 s** ;

Q21

Question 22 : *Justifier la valeur de la transmittance de l'adaptateur :* $B(p) = K_G$.

Q22

Pour avoir **l'écart nul** si la sortie est égale à la consigne.

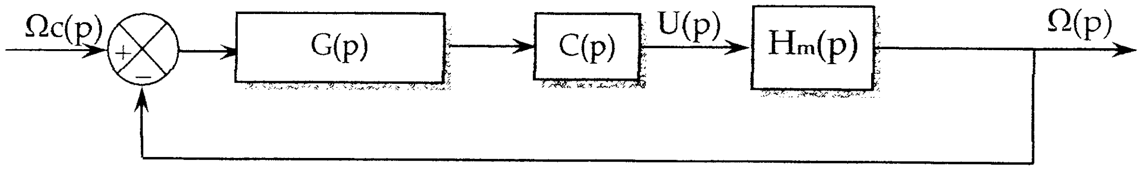
Question 23 : *a) Rendre le schéma bloc de la figure 15 à retour unitaire.*

b) Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p)$.

c) Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p)=\dfrac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}$ *et la mettre sous forme canonique.*

d) Tracer l'allure de la sortie $\omega(t)$ *en réponse à une consigne de* $\omega_c(t)$ *en échelon de valeur* $\omega_0 = V_0 / R$

a)

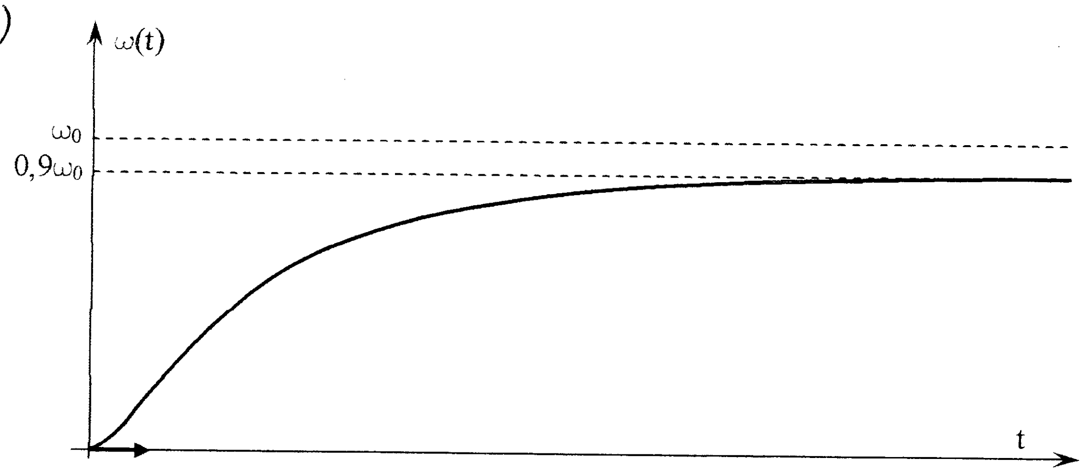


b) $H_{BO}(p)=k_G.H_m(p)=\dfrac{10}{(1+0{,}05p)(1+5p)}$

c) $H_{BF}(p)=\dfrac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}=\dfrac{H_{BO}(p)}{1+H_{BO}(p)}=\dfrac{10/11}{1+(5{,}05/11).p+(0{,}25/11).p^2}$

Le gain statique $k_{BF}=0{,}909$, la pulsation propre $\omega_n = 6.63 rad/s$ et le cœfficient d'amortissement $\xi = 1.5$;Donc l'allure de la vitesse $\omega(t)$

d)



Question 24 : *a) Donner l'écart statique pour un échelon de vitesse de rotation* $\omega_c(t)$ *de valeur* $\omega_0 = V_0 / R$.

b) Déterminer, par calcul, la marge de phase $M\varphi$ *et la marge de gain* MG.

c) En utilisant l'abaque ci-dessous, donner le temps de réponse à 5% du système.

d) Conclure quant aux performances spécifiées par le cahier de charge.

a) $\varepsilon_s = \omega_0 /(1+10)$ la FTBO(p) est de classe 0. $\simeq 0{,}1 . \omega_0$

b) $M\varphi \simeq 90°$ et $MG=\infty$

c) Pour $z = 1,5 \Rightarrow tr5\%.\omega_n = 8.2 \Rightarrow tr5\% \simeq 1,23s$

Performances non satisfaites (T5% $\not\leq$ 1s)

Question 25 : *a)* *Déterminer la valeur K_{C45} de K_C pour régler la marge de phase à 45°. Que devient la marge de gain MG pour cette valeur de K_C?*

b) *Donner l'écart statique ε_s du système corrigé pour un échelon de vitesse de rotation $\omega_c(t)$ de valeur $\omega_0 = V_0 / R$.*

c) *Peut-on, par un simple réglage du gain K_C, satisfaire l'exigence du cahier de charges en terme de précision ? Justifier.*

a) $K_{C45} = 14,6$, MG = +∞

b) $\varepsilon_s = \omega_0 / (1 + 146)$,la FTBO(p) est de classe 0.

c) Non on peut pas annuler l'ecart statique par un gain K_C, sinon il faut avoir $k_c \to \infty$

Question 26 : *a)* *Donner la fonction de transfert $C(p) = \dfrac{U(p)}{\varepsilon(p)}$ de ce correcteur.*

b) *Quel est l'intérêt d'un tel correcteur en regard des performances précision et stabilité.*

c) *Donner l'écart statique ε_s du système ainsi corrigé pour une échelon de vitesse $\omega_0 = V_0 / R$.*

On prend $K_i = K_{C45}$ et $1/T = (\omega_{co} / 20)$ rad/s.

~~*d) Justifier le choix de ces valeurs quant au respect du cahier de charge.*~~

a) $C(p) = \dfrac{U(p)}{\varepsilon(p)} = k_i . \dfrac{(1 + T_i.p)}{T_i.p}$

b) Ce correcteur permet l'amélioration de la précision (annuler l'écart statique ε_s) tout en conservant la stabilité (garder les marges de stabilité)

c) $\varepsilon_s = 0$, la FTBO(p) est de classe 1

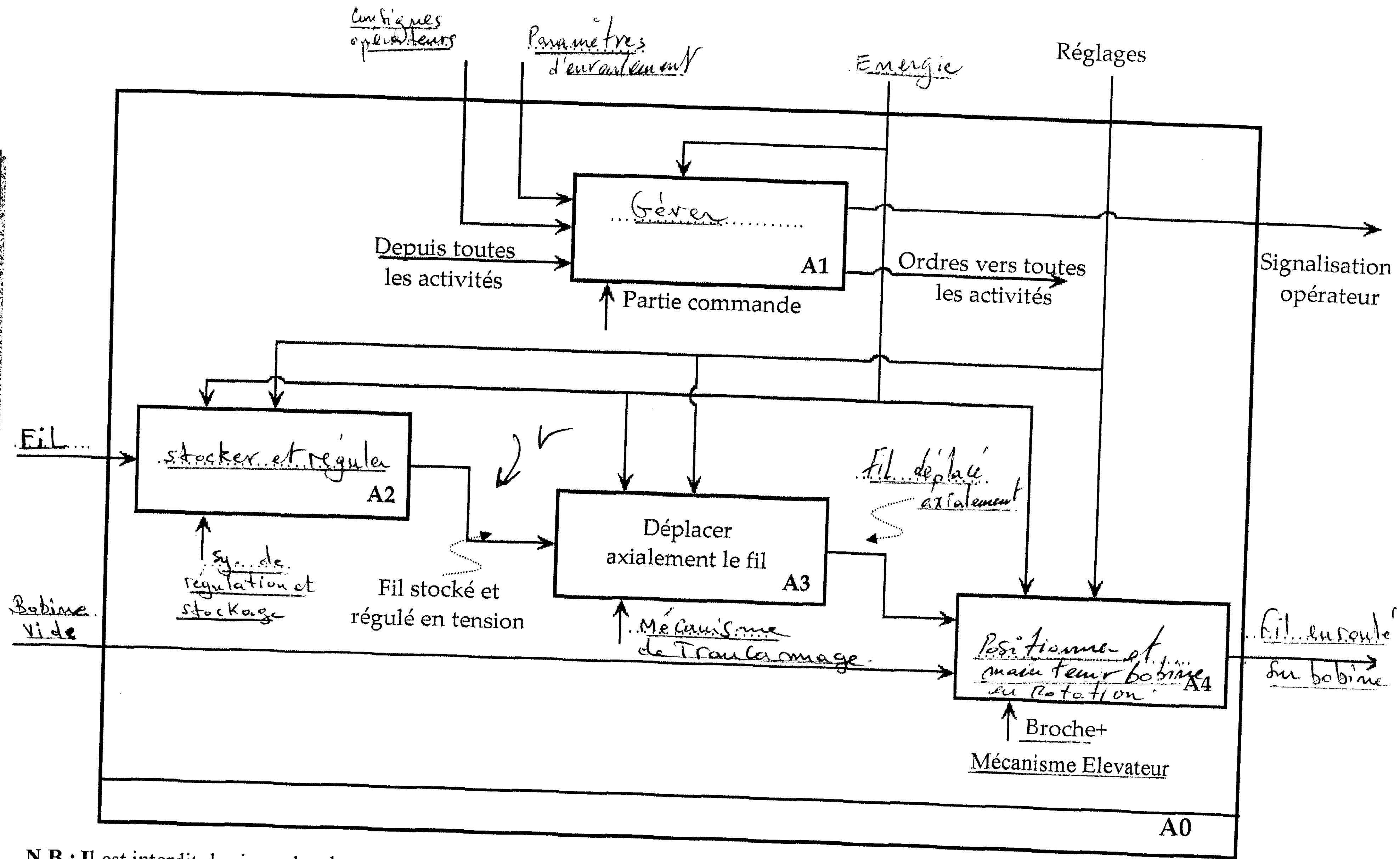
~~*d)* Ces valeur permettent de conserver le réglage obtenu par la correction proportionnelle ($M\varphi = 45°$)~~ non demandée

Question 27 : *Donner l'expression canonique de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BOC}(p)$ du système avec correcteur P.I.*

$$H_{BOC}(p) = \frac{140(1+p)}{p(1+0,05.p)(1+5.p)}$$

Question 28 : *Sur le document –réponse DR2, tracer les diagrammes de Bode de $H_{BOC}(p)$ (Diagrammes asymptotiques et courbes réelles) et indiquer les marges de stabilité correspondantes .Conclure.* Voir document-réponse 2 en supposant courbe réelle = asymptotique

DOCUMENT – REPONSE 1

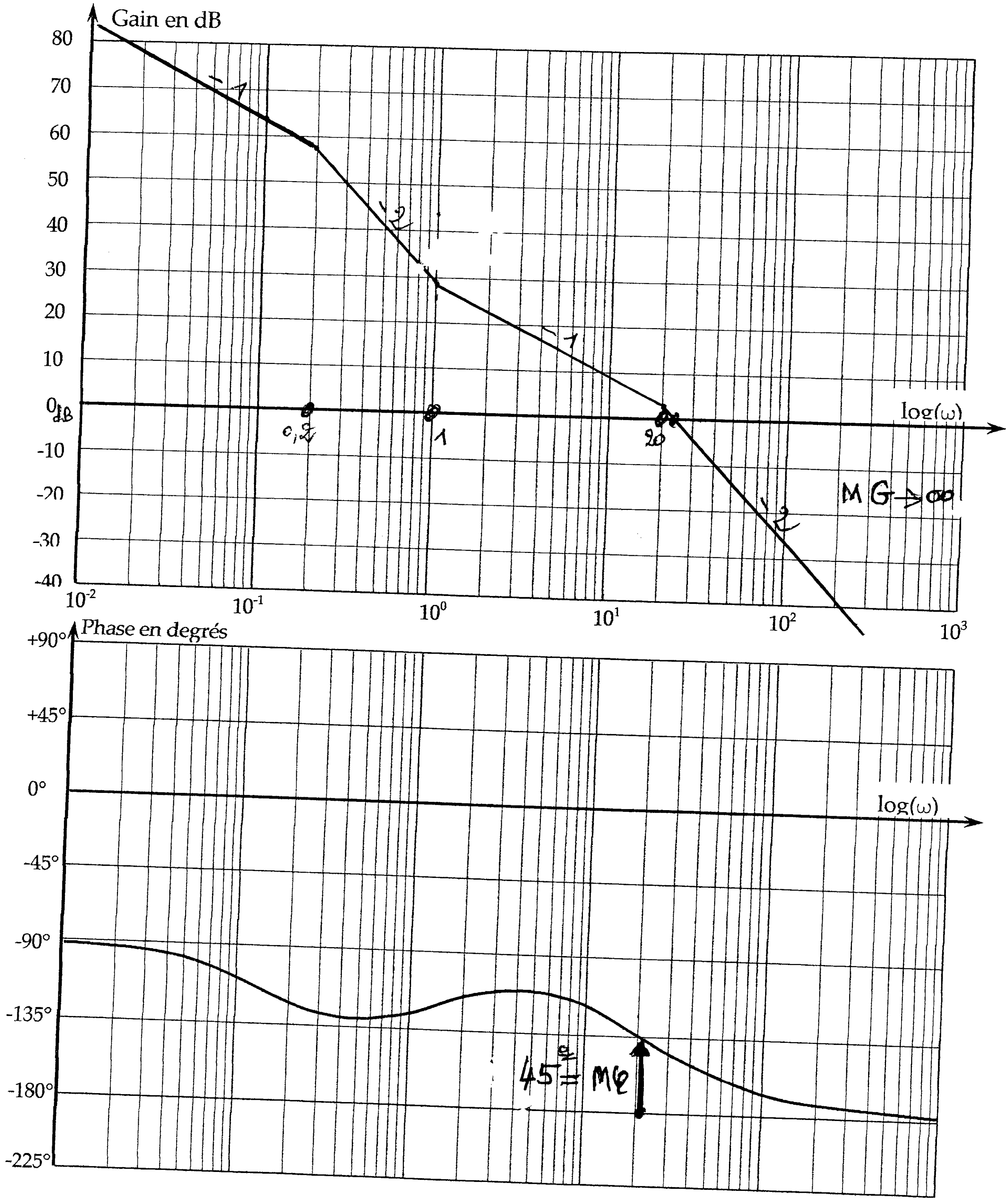


N.B : Il est interdit de signer les documents réponses ou d'y mettre un signe quelconque pouvant servir à l'identification du candidat ou à la provenance de la copie.

6

N.B : Il est interdit de signer les documents réponses ou d'y mettre un signe quelconque pouvant servir à l'identification du candidat ou à la provenance de la copie.

DOCUMENT- REPONSE 2



Concours National Commun
Filière MP et PSI Session 2008
Sciences Industrielles
Barème

Partie A : 3
Analyse fonctionnelle :

Q1 : A-0 : ...1... A0 : ......2.

Partie B : 4
Etude d'iso-hyperstaticité :

Q2 : a)..2.. ; b)..0,5.. ; c)..0,5.. ;d)..0,5..... ;e)..0,5.

Partie C : 12,25
Enroulement du fil

Q3 : a)0,25.. ; b)..0,25 ; c)..0,25.. ;d)..0,25.. ;e)..0,25

Q4 : a)..0,5 b)...1....

Q5 : ..1... ; Q6 1,5.. ; Q7: ...1.. ; Q8 :...1..

Q9 :..1... ;

Q10 : a)...2... ; b)..1,5 ; c)..0,5

Partie D : 4,75
Etude du freinage

Q11: .0,5.. ; Q12 : ..1..... ;Q13 :1,5.. ;

Q14 : .0,25.... ; Q15 : 1........... ; Q16 :.0,5.......

Partie E : 16
Asservissement :

Q17 :....1.... ; Q18 :..1..... ; Q19 :1,5.. ;

Q20 :..0,5.. ; Q21 :..1...... Q22 :...0,5

Q23 : a).0,5 ; b)..0,5 ; c)...1... ;d)......0,5

Q24 : a)...0,5.... ; b).....1..... ; c).......0,5

Q25 : a).....1.... ; b)..0,5... ; c)......0,5

Q26 : a)..0,5.... ; b)...0,5... ; c)....0,5

Q27 :.0,5... ; Q28 :.....2.........

/ 40