

CONCOURS NATIONAL COMMUN

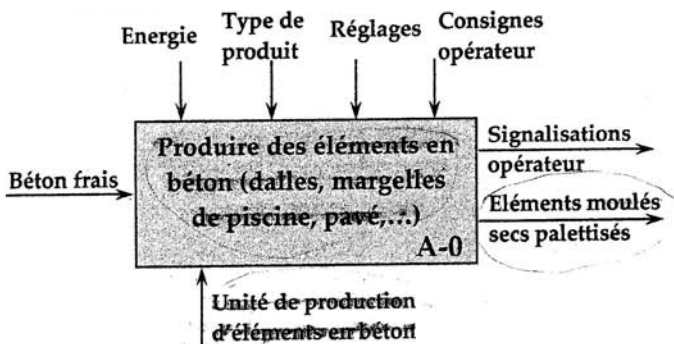
FILIERE MP

SESSION 2007

ELEMENTS DE CORRIGE DE L'EPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES

PARTIE A : ANALYSE FONCTIONNELLE

Question 1



Le diagramme A0 → voir DR 1.

PARTIE B : ETUDE DE LA PRODUCTION

Question 2

$$\text{Temps de cycle} = 180 + 15 + 30 + 45 + 30 + 45 + 60 + 30 + 150 + 15 + 30 + 15 = 645 \text{ s}$$

Question 3

$$\text{Temps de cycle} = 645 - 180 = 465 \text{ s} \rightarrow \text{cadence} = 3600/465 \approx 7.74 \text{ plateaux / hr} \approx 8 \text{ plateaux / hr}$$

PARTIE C ETUDE DE LA TABLE D'INTRODUCTION

C.1. Etude d'iso-hyperstaticité

Question 4

Ces deux liaisons sont en parallèle $\Rightarrow \{F(0 \rightarrow 3)\} = \{F(0 \rightarrow 4)\} = \{F(4 \rightarrow 3)\}$

$$\{F(4 \rightarrow 3)\} = {}_D \begin{bmatrix} X_{43} & L_{43} \\ Y_{43} & M_{43} \\ Z_{43} & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)} \quad \text{et} \quad \{F(0 \rightarrow 4)\} = {}_D \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{04} & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)} \quad (\text{car } D \text{ appartient à la normale})$$

$$\{F(0 \rightarrow 3)\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{(x_0, y_0, z_0)}$$

la liaison équivalente est une ponctuelle de normale $(D, \vec{z}_0)$

$$\{v_4/0\} = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$$

Question 5

a) $m_u = 2$: la translation du plateau 6 suivant $\vec{z}_0$ et la rotation du galet 4 autour de $(D, \vec{z}_0)$ b) $m_u = 2$: les deux translations dans les deux vérins 1T/1C et 2T/2C ;La mobilité $m = m_u + m_i = 4$,c) $h - m = E_c - I_c \Rightarrow h = m + 6\mu - I_c = 4 + 6 \times 3 - (1 \times 6 + 2 \times 2 + 3 \times 2 + 5) = 1$

Le système est hyperstatique de degré 1.

d) Pour que le système puisse être monté et fonctionner nous devons satisfaire une contrainte dimensionnelle ou géométrique.

Question 6

a) m_u restera égale à 2 : les deux translations dans les deux vérins 1T/1C et 2T/2C m_i devient 3 : en plus des deux du premier cas on a la rotation de la tige 1T dans son corps 1C. $\Rightarrow h = m + 6\mu - I_c = 5 + 6 \times 3 - (1 \times 5 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 5) = 0$ le système est isostatique.

b) Pour des raisons de rigidité de la structure.

C.2. Étude cinématique

Question 7

a) On a : $\vec{V}(A \in 1/0) \perp \vec{OA}$ car O $\equiv$ CIR du mouvement de 1/0De plus $\vec{V}(A \in 1/0) = \vec{V}(A \in 3/0)$ b) $I_{30} = (\perp \vec{V}(D \in 3/0)) \cap (\perp \vec{V}(A \in 3/0))$ Ou bien les trois CIR I_{30} , I_{31} et I_{10} sont alignés $\Rightarrow I_{30} \in (I_{10} I_{31}) \Rightarrow I_{30} \in (OA) \Rightarrow I_{30} = (\perp \vec{V}(D \in 3/0)) \cap (OA)$ c) $\vec{V}(B \in 3/0) \perp \vec{I}_{30} \vec{B}$ et par équiprojectivité entre B et D, on obtient le module $\|\vec{V}(B \in 3/0)\|$ d) On a : $\vec{V}(B \in 3/0) = \vec{V}(B \in 2T/0) = \vec{V}(B \in 2T/2C) + \vec{V}(B \in 2C/0)$

$$\vec{V}(B \in 2T/2C) \text{ porté par } \overline{CB} \text{ et } \vec{V}(B \in 2C/0) \perp \overline{CB}$$

$\vec{V}(B \in 3/0)$ étant connu on obtient alors les deux autres vitesses $\vec{V}(B \in 2T/2C)$ et $\vec{V}(B \in 2C/0)$.

Et on a $\|\vec{V}(B \in 2T/2C)\| \simeq 0,05 \text{ m.s}^{-1}$

C.3. Étude dynamique

Question 8

a) le plan $(G_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3)$ est plan de symétrie matérielle, donc $D_3 = E_3 = 0$: $J(G_3, 3) = \begin{pmatrix} A_3 & -F_3 & 0 \\ -F_3 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)}$

b) $\{C(3/0)\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_C(3/0) \\ \vec{\sigma}(G_3, 3/0) \end{Bmatrix}$

$$\vec{R}_C(3/0) = M_3 \cdot \vec{V}(G_3 \in 3/0) = M_3 (\dot{\lambda}_2 \vec{x}_2 + \lambda_2 \dot{\alpha}_2 \vec{y}_2 + \dot{\alpha}_3 (-d\vec{y}_3' + \rho \vec{y}_3))$$

$$\vec{\sigma}(G_3, 3/0) = [I(G_3, 3)] \cdot \vec{\Omega}(3/0) = \begin{pmatrix} A_3 & -F_3 & 0 \\ -F_3 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\alpha}_3 \end{pmatrix} = C_3 \cdot \dot{\alpha}_3 \cdot \vec{z}_0$$

c) $2T(3/0) = \{C(3/0)\} \cdot \{V(3/0)\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_C(3/0) \\ \vec{\sigma}(G_3, 3/0) \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(3/0) \\ \vec{V}(G_3, 3/0) \end{Bmatrix} = M_3 \vec{V}(G_3, 3/0)^2 + \vec{\Omega}(3/0) \cdot \vec{\sigma}(G_3, 3/0)$

$$\begin{aligned} 2T(3/0) &= M_3 [\dot{\lambda}_2 \vec{x}_2 + \lambda_2 \dot{\alpha}_2 \vec{y}_2 + \dot{\alpha}_3 (-d\vec{y}_3' + \rho \vec{y}_3)]^2 + C_3 \dot{\alpha}_3^2 \\ &= M_3 [\dot{\lambda}_2^2 + \lambda_2^2 \dot{\alpha}_2^2] + [C_3 + M_3(d^2 + \rho^2 - 2\rho d \cos \varphi)] \dot{\alpha}_3^2 \end{aligned}$$

Question 9

a) Cours.

b) La vitesse de glissement en un point I du contact entre 6 et 0 est : $\vec{V}(I \in 4/0) = V \cdot \vec{x}_0$ (avec $V > 0$)

$$V \cdot \vec{x}_0 \cdot \vec{X}_{06} \cdot \vec{x}_0 < 0 \Rightarrow V \cdot X_{06} < 0 \Rightarrow X_{06} < 0$$

$$\text{et } |X_{06}| = f |Y_{06}| \Rightarrow -X_{06} = f \cdot Y_{06} \quad (\text{car } Y_{06} > 0)$$

Question 10

a) TRD projeté sur $\vec{y}_0$: $\vec{R}_s(6/0) \cdot \vec{y}_0 = \vec{R}(\vec{6} \rightarrow 6) \cdot \vec{y}_0 = (\vec{R}(5 \rightarrow 6) + \vec{R}(0 \rightarrow 6) + \vec{R}(\text{pes} \rightarrow 6)) \cdot \vec{y}_0$

$$\Rightarrow 0 = 0 + Y_{06} - M_6 g \Rightarrow Y_{06} = M_6 g$$

b) $X_{06} = -f \cdot Y_{06} = -f \cdot M_6 \cdot g$

Question 11

a) Puissances ext. :

- $P(0 \rightarrow 1/0) = P(0 \rightarrow 2/0) = 0$ liaisons parfaites entre le système isolé et le bâti- $P(0 \rightarrow 4/0) = \vec{R}(0 \rightarrow 4) \cdot \vec{V}(E \in 4/0) = 0$ liaison non parfaite mais roulement sans glissement- $P(0 \rightarrow 6/0) = \vec{R}(0 \rightarrow 6) \cdot \vec{V}(E \in 6/0) = (X_{06} \cdot \vec{x}_0 + Y_{06} \cdot \vec{y}_0) \cdot (\dot{x} \cdot \vec{x}) = -f \cdot M_6 \cdot g \cdot \dot{x}$ b) Puissances int. : $P(2C \leftrightarrow 2T) = P(2T \leftrightarrow 3) = P(1 \leftrightarrow 3) = P(3 \leftrightarrow 4) = P(4 \leftrightarrow 5) = P(5 \leftrightarrow 6) = 0$ liaisons parfaites $P(2C \xrightarrow{\text{fluide}} 2T) = \vec{R}(\text{fluide} \rightarrow 2T) \cdot \vec{V}(B \in 2T/2C) = (F \cdot \vec{x}_2) \cdot (\dot{\lambda}_2 \cdot \vec{x}_2) = F \cdot \dot{\lambda}_2$ c) TEC : $\frac{dT(S/0)}{dt} = \frac{dT(3+6/0)}{dt} = P_{ext} + P_{int}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} \{ M_3 [\dot{\lambda}_2^2 + \lambda_2^2 \cdot \dot{\alpha}_2^2] + [I_3 + M_3(d^2 + \rho^2 - 2\rho d \cos \varphi)] \dot{\alpha}_3^2 + M_6 \dot{x}^2 \} = -f M_6 g \dot{x} + F \dot{\lambda}_2$$

$$\Rightarrow F = M_6(fg + \ddot{x}) \dot{x} / \dot{\lambda}_2 + \frac{1}{2\lambda_2} \cdot \frac{d}{dt} \{ T3/0 \}$$

PARTIE D ASSERVISSEMENT DU DEPLACEMENT DE LA TABLE

Question 12

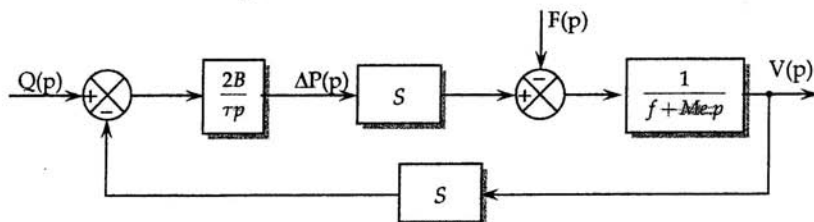
Si le tiroir du distributeur se déplace d'une quantité z dans le sens positif (vers la droite), la chambre B va être en communication avec le refoulement via la conduite C_2 et par suite la pression dans cette chambre va baisser. D'autre part, la chambre A va communiquer avec la pression de service P_s via la conduite C_1 , la pression dans cette chambre va, alors, augmenter.

le piston du vérin va se déplacer vers la droite d'une quantité x ce qui déplacera le corps du distributeur et aura comme effet de fermer les orifices de la pression P_s et du refoulement. Le système se stabilise lorsque $x = z$.

Etablissement de la fonction de transfert {vérin + charge}

Question 13

$$Q(p) = S \cdot V(p) + \frac{\tau}{2B} \cdot p \cdot \Delta P(p) \quad \text{et} \quad M_e \cdot p \cdot V(p) = S \cdot \Delta P(p) - f \cdot V(p) - F(p)$$



Question 14

$$a) H_Q(p) = \frac{V(p)}{Q(p)} \Big|_{F(p)=0} = \frac{\frac{2B}{\tau p} \cdot S \cdot \frac{1}{f + Me \cdot p}}{1 + \frac{2B}{\tau p} \cdot S^2 \cdot \frac{1}{f + Me \cdot p}} = \frac{2BS}{\tau p(f + Me \cdot p) + 2BS^2} = \frac{2BS}{2BS^2 + \tau f p + \tau Me \cdot p^2}$$

$$H_F(p) = \frac{V(p)}{F(p)} \Big|_{Q(p)=0} = \frac{\frac{1}{f + Me \cdot p}}{1 + \frac{2B}{\tau p} \cdot S^2 \cdot \frac{1}{f + Me \cdot p}} = \frac{\tau p}{\tau p(f + Me \cdot p) + 2BS^2} = \frac{\tau p}{2BS^2 + \tau f p + \tau Me \cdot p^2}$$

$$b) H_Q(p) = \frac{2BS}{2BS^2 + \tau f \cdot p + \tau Me \cdot p^2} = \frac{1/S}{1 + \frac{\tau f}{2BS^2} p + \frac{\tau Me}{2BS^2} p^2} = \frac{C}{1 + \frac{f}{r_h} \cdot p + \frac{Me}{r_h} p^2}$$

$$\text{avec } C = \frac{1}{S} \text{ et } D = \frac{1}{r_h} = \frac{\tau}{2BS^2}$$

$$r_h = \frac{2BS^2}{\tau}$$

Question 15

$$a) H_Q(p) = \frac{C}{1 + \frac{f}{r_h} \cdot p + \frac{Me}{r_h} p^2} = \frac{K_Q}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2} \quad K_Q = C, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{r_h}{Me}} \text{ et } \xi = \frac{1}{2} \frac{f}{\sqrt{Me \cdot r_h}}$$

$$H_F(p) = \frac{D \cdot p}{1 + \frac{f}{r_h} \cdot p + \frac{Me}{r_h} p^2} = \frac{K_F \cdot p}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2} \quad K_F = D$$

b) $K_Q = 100$, $\omega_n = 90 \text{ rad/sec}$ et $\xi = 0,3$ coefficient d'amortissement faible

On désire tracer la réponse indicielle du vérin, en l'absence de l'effort perturbateur ($F(p) = 0$), pour une entrée échelon de valeur $Q_0 = 60 \text{ l/min} = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$.

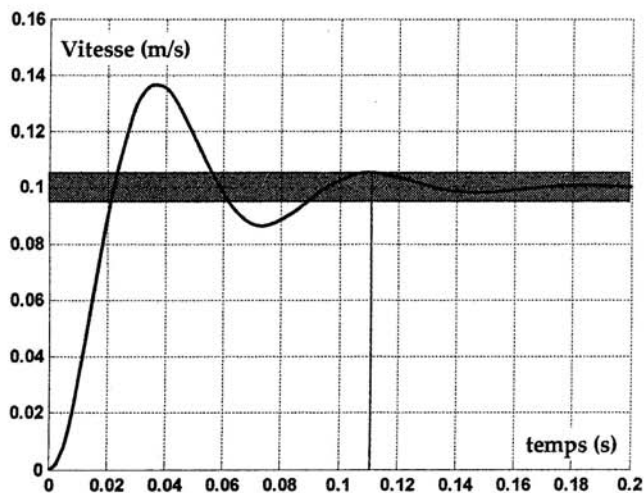
Question 16

a) La valeur en régime permanent $V(\infty) = 0,1 \text{ m/s}$,

La pente à l'origine est horizontale

La réponse indicielle est pseudo-périodique de pseudo-période $T_p = 2\pi/85,85 = 0,073 \text{ s}$

Le premier dépassement : $D_1 = K_Q \cdot Q_0 \cdot e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}} = 0,1 \cdot e^{-0,3\pi/\sqrt{1-0,3^2}} = 0,037 \text{ m.s}^{-1}$



b) Sur l'abaque la valeur du temps de réponse n'est pas précise pour la valeur 0,3 de ξ

On prélève pour $\xi = 0,3 \Rightarrow t_{r,5\%} \cdot \omega_n = 8 \text{ à } 10 \Rightarrow t_{r,5\%} \in [0,089, 0,11] \text{ s}$

Etablissement de la boucle d'asservissement de position

Question 17

Le terme $1/p$ provient de l'intégration naturelle lors du passage de la vitesse à la position.

Question 18

- a) L'écart statique vis-à-vis de la consigne $\varepsilon_s = 0$ (présence d'une intégration dans la boucle ouverte)
 b) L'écart statique vis-à-vis de la perturbation $\varepsilon_{\text{spert}}$ est aussi nul. En effet :

$$\varepsilon_{\text{pert}}(p) = \frac{F(p) \cdot H_F(p) \cdot k / p}{1 + \frac{K_S K_D H_Q(p) k}{p}} = \frac{kF(p) \frac{K_F}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2}}{1 + kK_S K_D \frac{K_Q}{p \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2 \right)}} = \frac{pk \frac{F_0}{p} K_F}{p \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2 \right) + kK_S K_D K_Q}$$

$$\varepsilon_{\text{spert}} = \lim_{p \rightarrow 0^+} p \varepsilon_{\text{spert}}(p) = \lim_{p \rightarrow 0^+} \frac{pkK_F F_0}{p \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2 \right) + kK_S K_D K_Q} = 0$$

- c) Le cahier de charges est satisfait en terme de précision statique

Question 19

$$H_{BO}(p) = kK_S K_D H_Q(p) / p = \frac{kK_S K_D K_Q}{p \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2 \right)} = \frac{K_{BO}}{p \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2 \right)}$$

Elle est d'ordre 3, de classe 1 et de gain statique $K_{BO} = kK_S K_D K_Q$

Question 20

- a) H_{BO} est de classe 1 et donc aux basses fréquences la pente du diagramme des gains est de pente [-1] et celui des phases de valeur -90° .

H_{BO} est d'ordre 3 et donc aux hautes fréquences la pente du diagramme des gains est de pente [-3] et celui des phases de valeur -270° .

$\xi = 0,3$ donc existence de la surtension.

Pulsation de cassure $\omega = \omega_n$ et on sait que $\varphi(\omega_n) = -90^\circ - 90^\circ = -180^\circ \rightarrow \omega_n = 90 \text{ rad.s}^{-1}$

- b) Voir DR.

Question 21

- Marge de phase $M_\varphi \cong 90^\circ$

- Marge de gain $M_G \cong 42 \text{ dB}$

Ces marges dépassent largement celles spécifiées par le cahier de charges.

Correction proportionnelle

Question 22

- a) $MG = 12 \text{ dB} \Rightarrow |H_{BO}(j\omega_0)|_{dB} = -12 \text{ dB}$ avec $\arg(H_{BO}(j\omega_0)) = -180^\circ$ on translate donc le diagramme des gains de : $42 - 12 = 30 \text{ dB} = 20 \log K_{C1} \Rightarrow K_{C1} = 10^{30/20}$ $\boxed{K_{C1} = 31,6}$
 $\Rightarrow$ $\boxed{M\varphi \simeq 84^\circ}$

- b) $M\varphi = 45^\circ \Rightarrow \varphi(\omega'_{c0}) = -135^\circ \Rightarrow \omega'_{c0} \simeq 66 \text{ rad/s}$ il faut donc traduire le diagramme des gains de $40 \text{ dB} = 20 \log K_{C2} \Rightarrow K_{C2} \simeq 10^{40/20}$ $\boxed{K_{C2} \simeq 100}$ $\Rightarrow$ $\boxed{MG \simeq 42 - 40 = 2 \text{ dB}}$

- c) On remarque que la correction proportionnelle n'est pas en mesure de satisfaire les marges de stabilité. En effet, si l'on règle le gain pour satisfaire la marge de gain la marge de phase n'est pas satisfaisante et dans le cas contraire si on règle le gain pour avoir la marge de phase acceptable la marge de gain devient presque nulle.

Correction à retour de pression

On désire avoir une réponse indicielle la plus rapide mais sans dépassement de l'ensemble « vérin + charge », non perturbé et non asservi, à une entrée échelon de débit.

Question 23

Sur le coefficient d'amortissement ξ^* et il faut le fixer sur la valeur $\xi^* = 1$.

Question 24

- a) Soit $\omega_0 / \varphi(\omega_0) = -180^\circ \Rightarrow \omega_0 = \omega_n^* = 54 \text{ rad/s}$

$$MG = -|H_{BO}^*(j\omega_0)|_{dB} = 13 \text{ dB} \Rightarrow |H_{BO}^*(j\omega_0)| = 10^{-13/20} \Rightarrow \frac{10.Kc}{\omega_0 \sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega_n^*}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi^* \frac{\omega_0}{\omega_n^*}\right)^2}} = 0,22$$

$$Kc = 0,022 \cdot \omega_0 \sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega_n^*}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi^* \frac{\omega_0}{\omega_n^*}\right)^2} = 0,022 \cdot \omega_n^* \cdot 2\xi^* = 0,022 \cdot 54 \cdot 2 = 2,37 \quad \boxed{Kc = 2,37}$$

- b) Soit $\omega_{c0} / |H_{BO}^*(j\omega_{c0})|_{dB} = 0 \text{ dB} \Rightarrow |H_{BO}^*(j\omega_{c0})| = 1 \Rightarrow \frac{10.Kc}{\omega_{c0} \sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi^* \frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^2}} = 1$

$$\Rightarrow \omega_{c0}^2 \left[\left(1 - \left(\frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi^* \frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^2 \right] - (10.Kc)^2 = 0 \Rightarrow \left(\frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^6 + (4\xi^{*2} - 2) \left(\frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^4 + \left(\frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^2 - \left(\frac{10.Kc}{\omega_n^*}\right)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^6 + 2 \left(\frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^4 + \left(\frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^2 - 0,192 = 0 \Rightarrow \omega_{c0} = 20,64 \text{ rad/s}$$

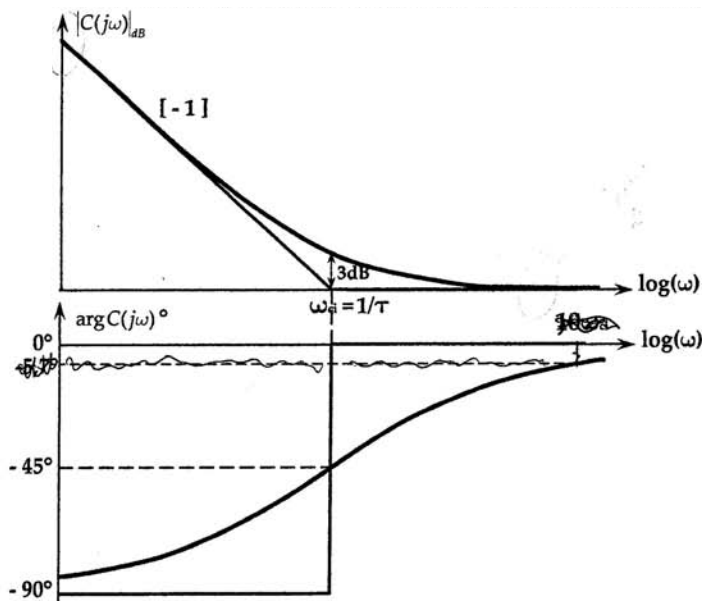
$$M\varphi = \arg(H_{BO}^*(j\omega_{c0})) + 180^\circ = -90^\circ - \arctan \frac{2\xi \frac{\omega_{c0}}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega_{c0}}{\omega_n}\right)^2} = 90^\circ - \arctan \frac{2 \cdot \frac{20,64}{54}}{1 - \left(\frac{20,64}{54}\right)^2} = 90^\circ - 41,8$$

$$M\varphi = 48,2^\circ$$

c) Les marges de stabilité : de gain et de phase sont satisfaisantes.

Correction proportionnelle- intégrale (P.I.)

Question 25



Question 26

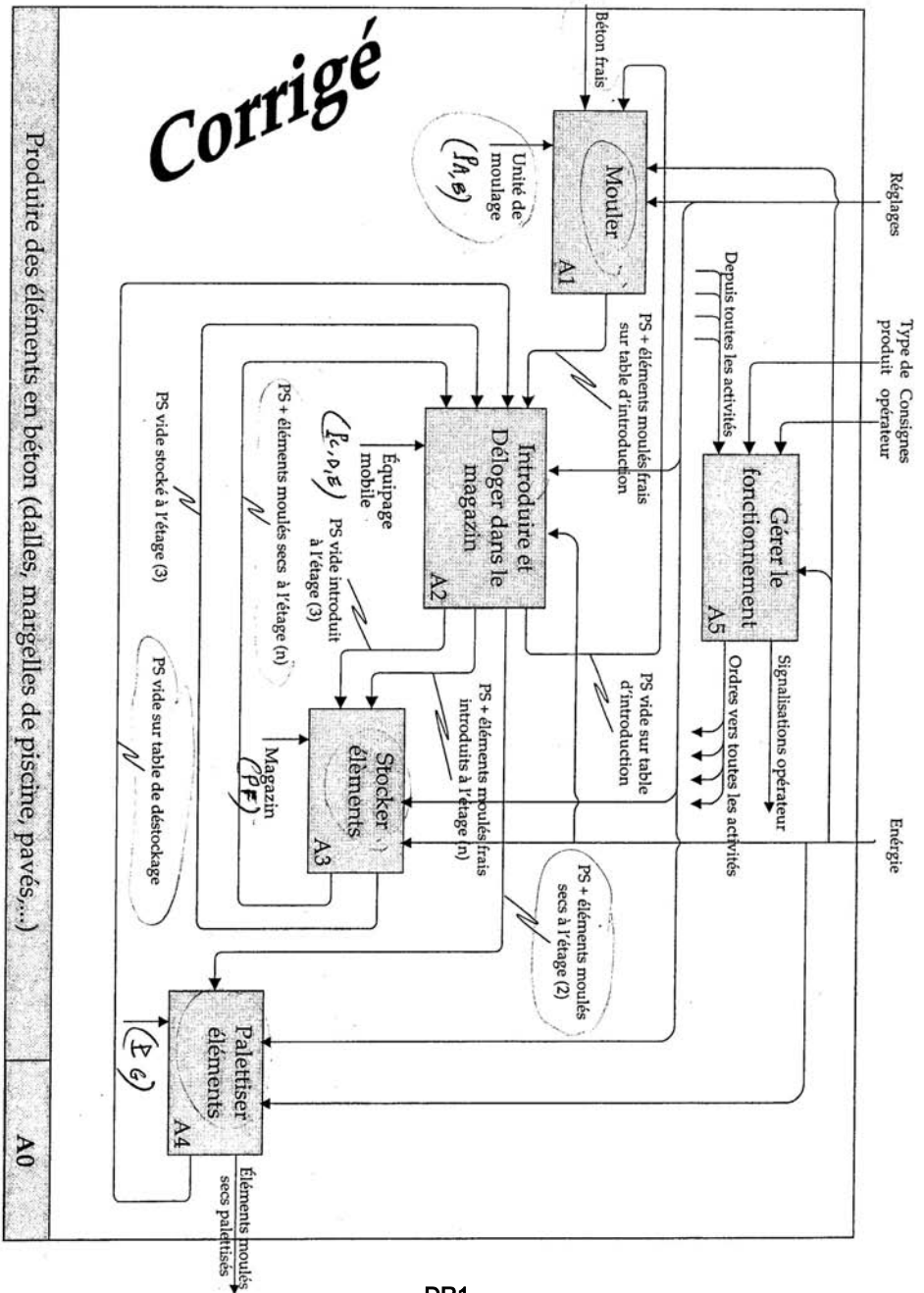
Ce correcteur permet d'améliorer la précision et la rapidité tout en préservant la stabilité.

Question 27

La figure donne $M\varphi = 42^\circ$ et $MG = 13\text{dB}$, ces valeurs sont satisfaisantes en regard du cahier de charges.

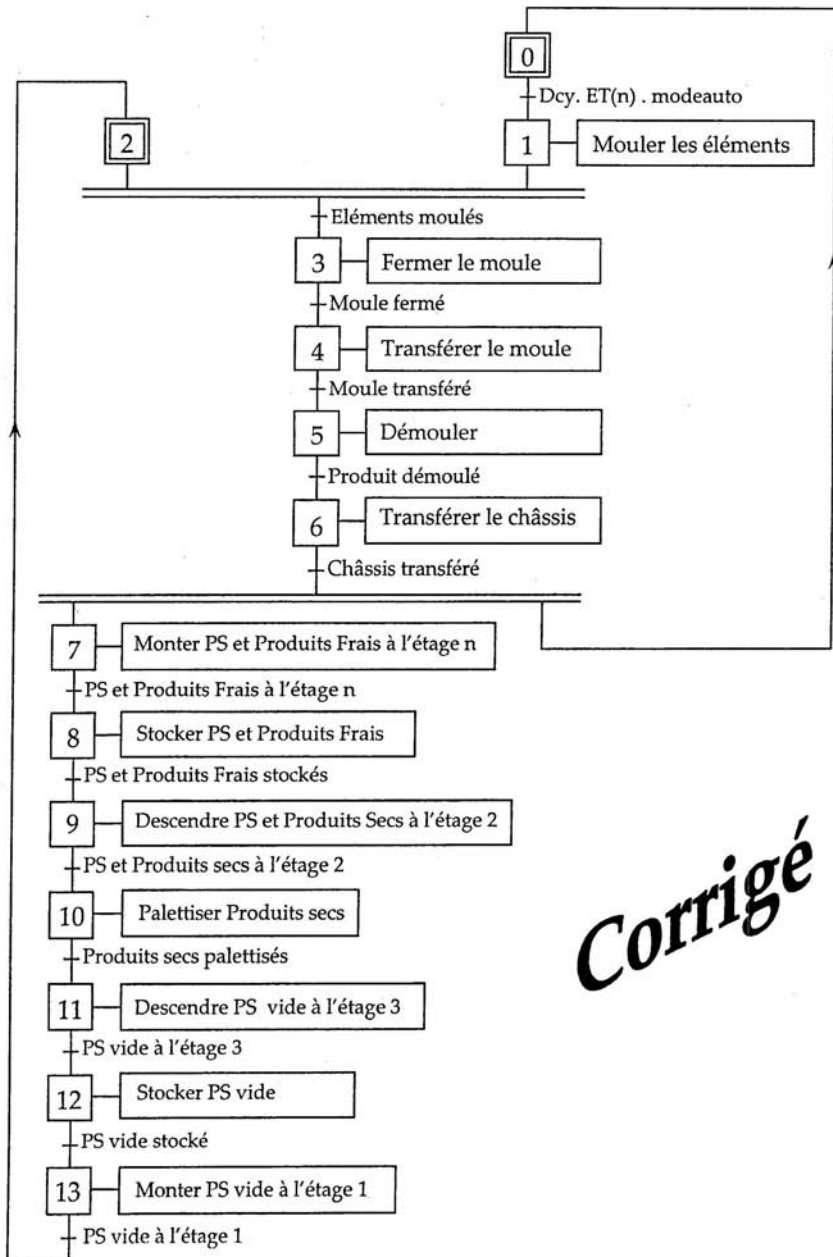
Fin.

DOCUMENT-REPONSE 1



DOCUMENT-REPONSE 2

Grafset de coordination des tâches en production normale, en mode automatique



Corrigé

DOCUMENT-REPONSE 3

Figure 1 : Cinématique graphique

Echelle : 3 mm $\rightarrow$ 0,01 m/s

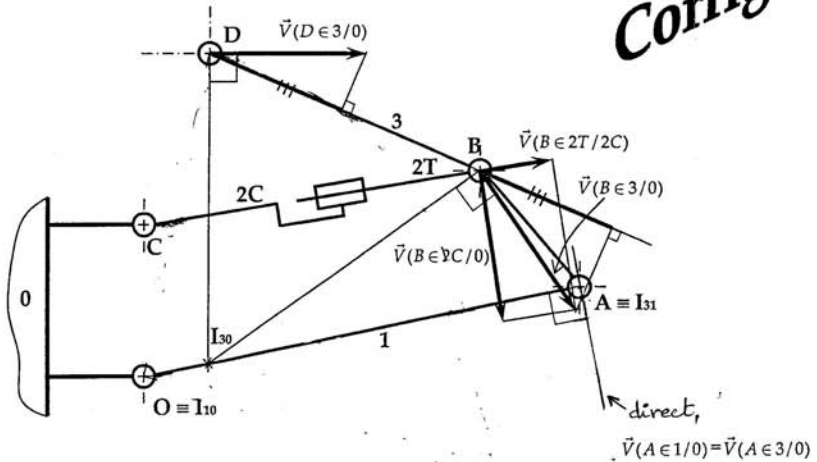


Figure 2 : Lieu de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p)$

