

EPREUVE SPECIFIQUE – FILIERE MP

SCIENCES INDUSTRIELLES (S.I.)

Durée : 3 heures

Les calculatrices sont autorisées

* * *

NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

* * *

ETUDE DE LA MACHINE-OUTIL URANE SX

Le thème proposé porte sur l'étude de la machine-outil URANE SX développée par la société COMAU (ex RENAULT AUTOMATION) de Castres que nous tenons à remercier pour la qualité de l'accueil qui nous a été réservé.



L'URANE SX est une machine-outil à broche horizontale dédiée aux opérations de perçage, lamage, taraudage et alésage, à structure parallèle de type Delta (**Figure 1**) ce qui lui confère des performances dynamiques très supérieures (de l'ordre de 30%) à celles des structures séries classiques (Voir **Annexe 1** les caractéristiques techniques de l'URANE SX).

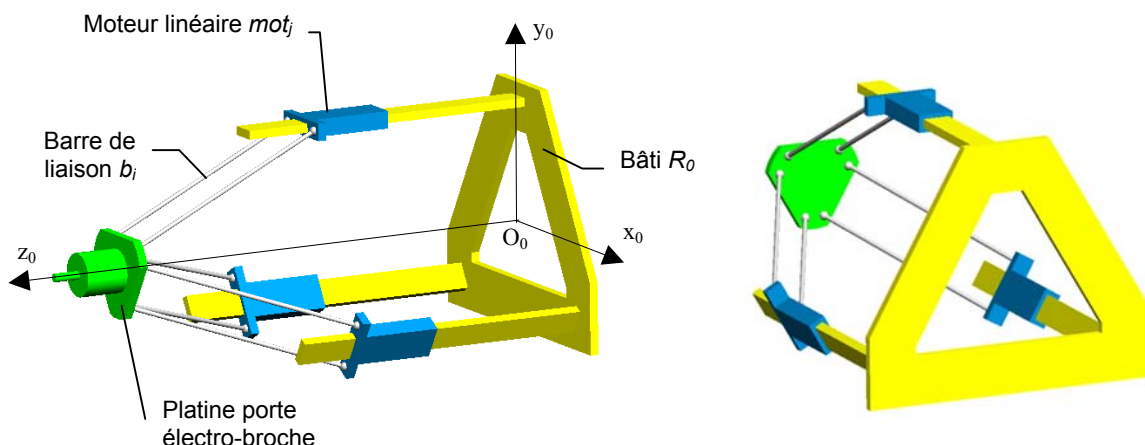


Figure 1 : Principe d'une structure Delta

L'architecture de base est constituée d'un bâti tunnel (**Figure 2**) monobloc rigide dans lequel sont disposés les trois axes parallèles de déplacement, également répartis.

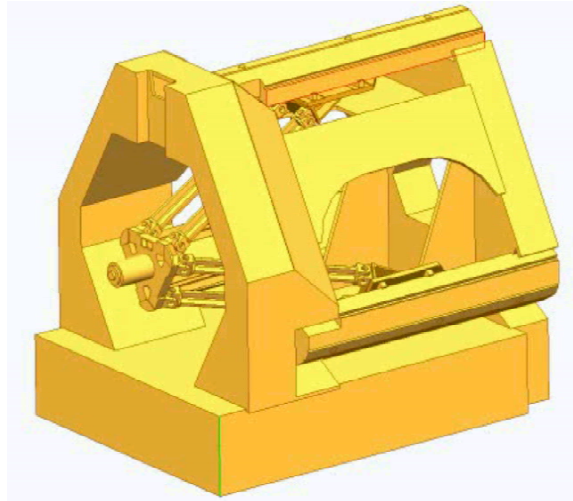


Figure 2 : *Bâti tunnel*

Les axes de déplacement sont guidés par des glissières à galets à recirculation et motorisés par des moteurs linéaires KRAUSS MAFFEI série LIMES BASIC 300-M20 de type synchrone à excitation par aimants permanents, associés à des règles de mesure haute résolution. Leur pilotage par une commande numérique rapide et performante confère à l'unité une raideur d'asservissement élevée et des performances dynamiques autorisant des combinaisons variées d'usinage par interpolation des axes avec une grande précision et une bonne répétabilité de positionnement.

Le déplacement des axes par moteurs linéaires autorise des vitesses de déplacement élevées, avec des accélérations importantes. Ces axes permettent le déplacement et le positionnement dans les trois plans spatiaux d'une électro-broche à très grande vitesse adaptée à l'usinage TGV (Très Grande Vitesse).

Deux types d'électro-broches (S2M ou FISCHER) peuvent équiper la machine. Leurs caractéristiques sont données en Annexe 1.

La zone d'usinage est constituée d'un ensemble accouplé à l'avant de l'unité, entièrement cartérisé, avec portes manuelles sécurisées permettant le chargement et le déchargement des pièces et l'accès à l'outil. Un tablier télescopique plan (**Figure 3**) assure la séparation de la zone de travail avec le bâti tunnel.

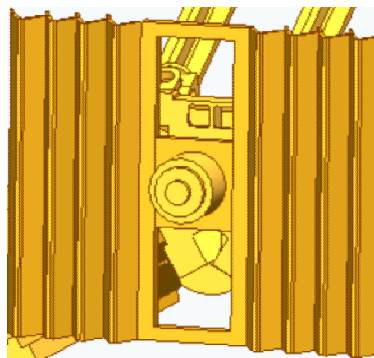


Figure 3 : *Tablier télescopique*

DESCRIPTION ET NOTATIONS

La **Figure 4** représente le paramétrage du mécanisme. Les moteurs d'axes sont liés par des glissières au bâti R_0 , d'axe parallèle à \vec{z}_0 . Les barres b_i , $i \in [1, \dots, 6]$, sont de même longueur et d'extrémités A_i et B_i . Elles sont liées par des rotules tant aux moteurs d'axes mot_j qu'à la platine porte électro-broche.

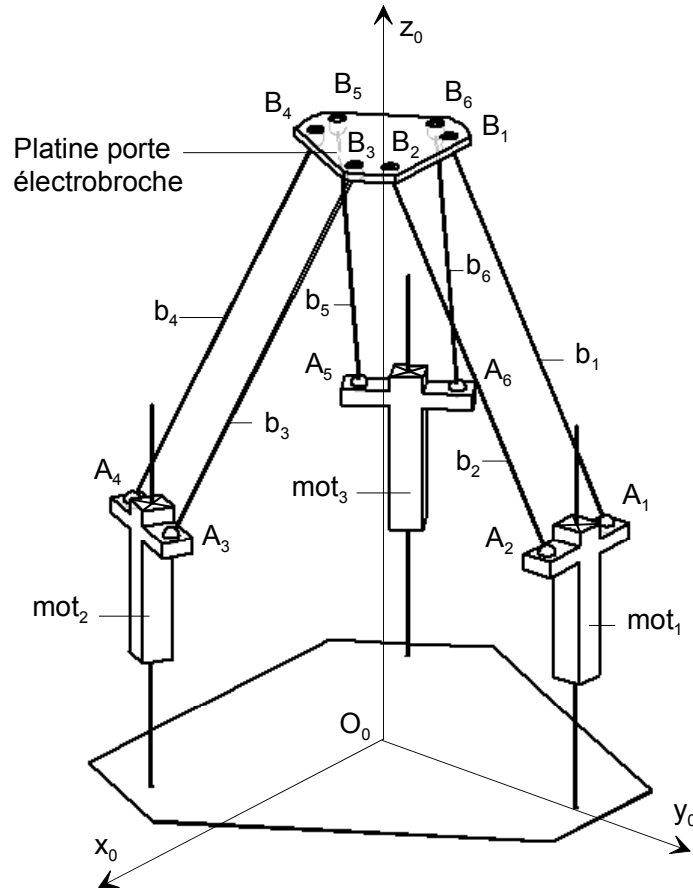


Figure 4 : Paramétrage du mécanisme

Les distances des différents points A_i à l'axe (O_0, \vec{z}_0) sont égales entre elles et constantes $\forall t$.

Par construction, on a :
$$|\overrightarrow{A_1 A_2}| = |\overrightarrow{A_3 A_4}| = |\overrightarrow{A_5 A_6}|$$

De même, pour toute configuration, on a les égalités :

$$\overrightarrow{A_1 A_2} = \overrightarrow{B_1 B_2} ; \overrightarrow{A_3 A_4} = \overrightarrow{B_3 B_4} ; \overrightarrow{A_5 A_6} = \overrightarrow{B_5 B_6}$$

On désigne par \vec{v}_i le vecteur $\frac{\overrightarrow{A_i B_i}}{|\overrightarrow{A_i B_i}|}$.

Les déplacements des moteurs mot_j par rapport à R_0 sont notés $\xi_j \vec{z}_0$ avec $j \in [1, 2, 3]$.

L'axe de rotation de l'électro-broche est perpendiculaire au plan de la platine. Les centres des rotules B_1, \dots, B_6 sont dans le plan de la platine.

PARTIE 1 : STATIQUE

Question 1-1 : Un solide S étant en équilibre par rapport à un repère galiléen, énoncer sous forme vectorielle les relations que l'on doit vérifier.

Question 1-2 : En négligeant le poids propre des barres $A_i B_i$, quelle remarque peut-on faire concernant leur équilibre ?

On raisonne sur le dispositif en position centrée (il y a une symétrie de répartition de position d'angle $\frac{2\pi}{3}$), les points A_1, \dots, A_6 étant dans un même plan perpendiculaire à \vec{z}_0 .

On associe à chaque barre $A_i B_i$ un glisseur $\{g_i\}$ de coordonnées :

$$O_0 \begin{cases} \vec{v}_i = a_i \vec{x}_0 + b_i \vec{y}_0 + c_i \vec{z}_0 \\ \vec{O_0 A_i} \wedge \vec{v}_i = l_i \vec{x}_0 + m_i \vec{y}_0 + n_i \vec{z}_0 \end{cases}$$

L'outil exerce sur la platine un torseur de forces extérieures $\{F_{ex}\}$ de coordonnées :

$$O_0 \begin{cases} X \vec{x}_0 + Y \vec{y}_0 + Z \vec{z}_0 \\ L \vec{x}_0 + M \vec{y}_0 + N \vec{z}_0 \end{cases}$$

On désigne par $B_i \begin{Bmatrix} N_i \vec{v}_i \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$ les coordonnées de l'action de la barre $A_i B_i$ sur la platine porte électro-broche.

Question 1-3 : Dans ces conditions :

- a) Ecrire les conséquences scalaires de l'équilibre de la platine.
- b) Quelle condition doivent vérifier les grandeurs $a_i, b_i, c_i, l_i, m_i, n_i$ pour que les N_i soient déterminables ?
- c) En supposant cette propriété vérifiée, comment caractérise-t-on le montage de la platine par rapport à R_0 ?
- d) Calculer l'indice de mobilité de cette structure en remarquant que trois mouvements sont impossibles. En déduire le degré d'hyperstaticité.

PARTIE 2 : CINEMATIQUE

Question 2-1 : *Quelle condition vectorielle doit-on vérifier pour qu'un solide S soit animé d'un mouvement de translation par rapport à un repère R_0 ?*

Question 2-2 : *Comment peut-on réaliser simplement un mouvement de translation plan à trajectoire circulaire ?*

Question 2-3 : Les barres sont supposées indéformables.

a) *Quelle est la nature des quadrilatères $A_1A_2B_2B_1$, $A_3A_4B_4B_3$, $A_5A_6B_6B_5$?*

b) *En déduire la nature du mouvement de la platine porte électro-broche par rapport au bâti R_0 . Que vaut alors $\vec{\Omega}(\text{platine} / \text{bâti})$?*

Question 2-4 : *Quelle relation existe-t-il entre $\vec{V}(A_i \in \text{moteur linéaire} / R_0)$ et $\vec{V}(B_i \in \text{platine} / R_0)$?*

PARTIE 3 : DYNAMIQUE

Exercice préliminaire

On considère le monte charge représenté **Figure 5**. Les barres A_1B_1 et A_2B_2 , de même longueur l , sont de masse négligeable et dans le même plan $(A_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$. Le montage est tel que $\overrightarrow{A_1A_2} = \overrightarrow{B_1B_2}$.

On programme la loi $\theta(t) = \frac{1}{2}t^2$. Ce mouvement est obtenu grâce à un moteur d'inertie I_m lié à la barre **1** en A_1 et de couple moteur $C_m \vec{z}_0$. La platine **3** est de masse $m_3 + M$.

Question 3-1 : *En supposant toutes les liaisons sans frottement, déterminer par une méthode dont le choix est laissé libre l'expression du couple $C_m(t)$ permettant de réaliser la loi $\theta(t)$.*

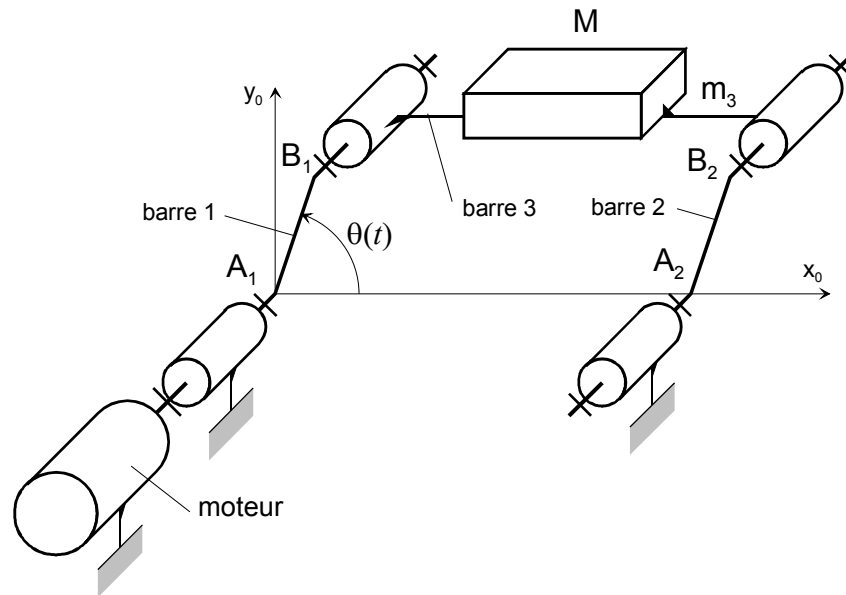


Figure 5 : Schéma du monte charge

Cas de l'URANE SX

On considère maintenant le dispositif Delta de l'Urane SX en position centrée, les barres sont déformables et représentées par des ressorts de raideur k .

Dans la position particulière représentée **Figure 6**, les points A_i étant immobiles, on étudie les vibrations libres de la platine de masse M en négligeant les forces de pesanteur.

Question 3-2 : Déterminer l'équation différentielle régissant le mouvement $\lambda(t)$.

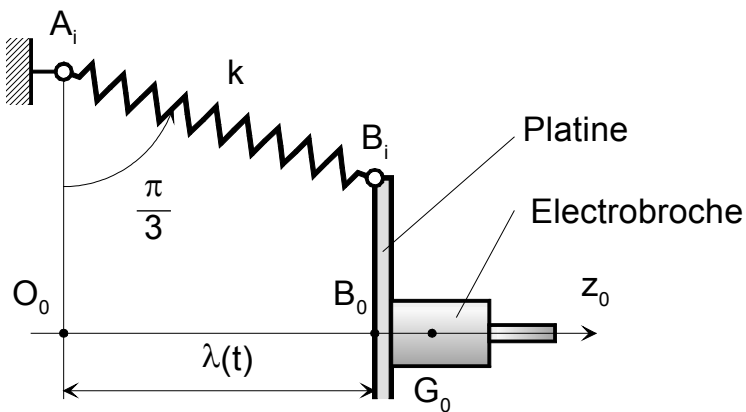


Figure 6 : Dispositif Delta en position centrée

Question 3-3 : Dans la même situation :

a) déterminer l'amplitude maxi du mouvement résultant de l'application d'un effort de pénétration d'outil d'expression :

$$F_{ex}(N) = 10^3 + 10^2 \sin(10^4 t)$$

b) Application numérique : déterminer l'amplitude maxi si $M = 105 \text{ kg}$ et $k = 10^8 \text{ Nm}^{-1}$

Toujours en position centrée, on considère les petits mouvements de la platine correspondants à $B_0 \left\{ \begin{array}{l} \Delta\varphi \vec{z}_0 \\ \Delta\lambda \vec{z}_0 \end{array} \right\}$. La platine porte électro-broche de masse M a, dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, un opérateur d'inertie en son centre de gravité G_0 d'image :

$$\begin{bmatrix} A_0 & -F_0 & -E_0 \\ -F_0 & B_0 & -D_0 \\ -E_0 & -D_0 & C_0 \end{bmatrix}$$

On a $\overrightarrow{B_0 G_0} = h \vec{z}_0$.

Question 3-4 : Calculer l'énergie cinétique de la platine dans son mouvement par rapport à R_0 .

Question 3-5 : En désignant par r le module de $\overrightarrow{B_0 B_i}$, calculer la variation de longueur Δl de la barre $A_i B_i$.

Question 3-6 : En sachant que l'énergie potentielle d'une des barres est $\frac{1}{2} k \Delta l^2$, écrire l'expression de l'énergie mécanique totale de cette structure.

PARTIE 4 : AUTOMATIQUE

La coordination d'ensemble des axes 1, 2 et 3 (voir **Figure 7**) est réalisée par une commande numérique comprenant le directeur de commande numérique et les cartes d'asservissement des trois axes. Ces dernières agissent sur les modules électroniques de puissance des trois moteurs linéaires.

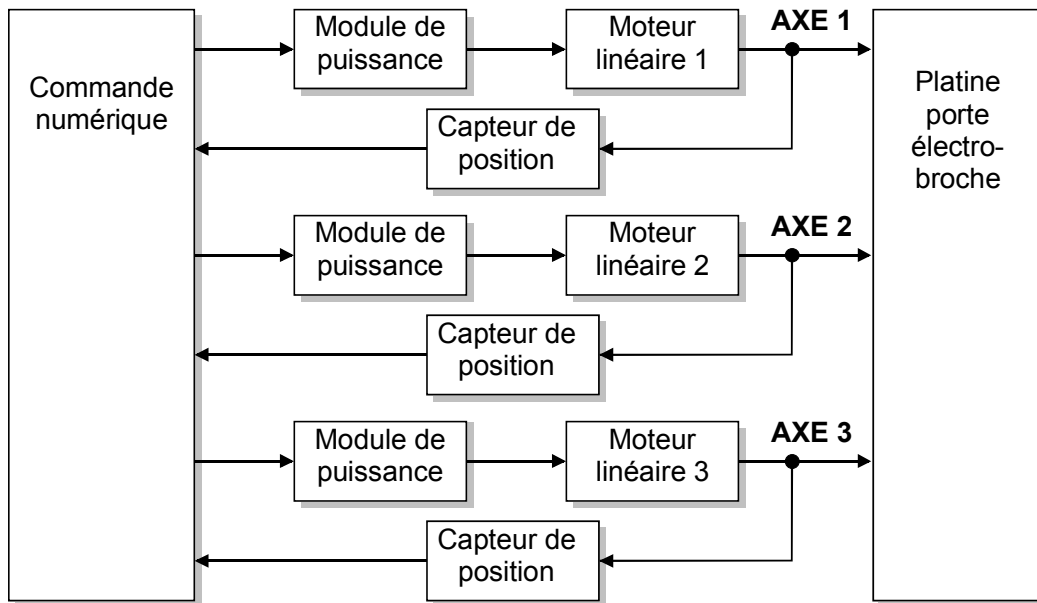


Figure 7 : Structure de la commande d'axes

Bien que les variables manipulées par la commande numérique soient des variables numériques, on les considèrera, pour la suite du sujet, comme étant analogiques : le système est donc, sur le plan théorique, supposé linéaire et continu.

D'autre part, on se limitera, dans le cadre de ce sujet, à l'étude d'un axe seul ce qui nécessitera, dans un premier temps, de modéliser :

- l'ensemble « Module de puissance » et « Moteur linéaire »,
- la liaison « Moteur linéaire » « Platine porte électro-broche »,
- le capteur de position.

On s'intéressera ensuite à la détermination de la correction la plus efficace afin de satisfaire les exigences du cahier des charges, essentiellement en terme de stabilité et de précision.

Composition d'un moteur linéaire

Les moteurs linéaires sont depuis longtemps utilisés dans l'industrie, aussi bien sur les machines-outils que sur les petits équipements de fabrication (semi-conducteurs par exemple). Ils s'imposent dès lors qu'une grande vitesse et/ou une grande précision sont nécessaires.

Ils sont caractérisés par l'absence de contact mécanique et l'absence de transformation de mouvement (on dit aussi qu'ils sont à entraînement linéaire direct), le mouvement et l'effort

étant directement appliqués à la charge sans perte due aux systèmes de transmission et de conversion de mouvement (rotatif en linéaire, par exemple).

Ils sont constitués (voir **Annexe 2 Figure 11**) d'un barreau magnétique composé d'aimants permanents à polarité alternée, entouré d'un bloc moteur (ou carcasse) contenant trois séries de n solénoïdes A_i , B_i et C_i entrelacés parcourus respectivement par les courants i_A , i_B et i_C .

Le module électronique de puissance utilise les informations délivrées par deux capteurs à effet Hall implantés dans le bloc moteur pour synchroniser les variations des courants i_A , i_B et i_C avec le déplacement du bloc moteur afin de maintenir un effort constant sur la charge à déplacer.

Modélisation d'un moteur linéaire

On note (voir **Annexe 2 Figure 12**) :

- z : la distance d'un solénoïde par rapport à un pôle nord,
- i : l'intensité du courant qui parcourt le solénoïde compté positivement dans le sens direct autour de l'axe z ,
- p_s : le pas (ou période spatiale) égal à la longueur de deux aimants,
- $B(z)$: le champ magnétique au niveau du solénoïde,
- $F_s(z)$: la force développée par le solénoïde.

Dans ces conditions, la valeur du champ magnétique $B(z)$ au niveau du solénoïde ainsi que la force $F_s(z)$ développée par ce dernier sont données par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} B(z) = B_0 \cdot \cos\left(2\pi \frac{z}{p_s}\right) \\ F_s(z) = -K_s i \cos\left(2\pi \frac{z}{p_s}\right) \end{cases}$$

avec :

- B_0 : valeur du champ magnétique au niveau d'un pôle nord,
- K_s : constante dépendant des caractéristiques du barreau magnétique et du solénoïde.

Comme l'illustre la **Figure 12**, $F_s(z)$ s'annule pour $z = \frac{p_s}{4}$ ou $z = \frac{3p_s}{4}$. Afin de maintenir un effort constant permettant de mouvoir le moteur quelle que soit la position z , on dispose de n séries de trois solénoïdes A_i , B_i et C_i ($i=1$ à n) décalés de $\frac{p_s}{3}$ et parcourus respectivement par les courants i_A , i_B et i_C . On note z la position du solénoïde A_1 par rapport à un pôle nord.

On fait varier la répartition des courants i_A , i_B et i_C en fonction des informations délivrées par deux capteurs à effet Hall implantés dans le bloc moteur.

Le premier capteur, implanté au droit du solénoïde A_1 , délivre une information :

$$B_1 = B_0 \cos\left(2\pi \frac{z}{p_s}\right)$$

Le deuxième, décalé du premier d'un quart de période p_s , délivre une information :

$$B_2 = B_0 \sin\left(2\pi \frac{z}{p_s}\right)$$

Question 4-1 : Montrer que, si les courants dans les solénoïdes A_i , B_i et C_i sont tels que :

$$i_A = -i \frac{B_1}{B_0}, \quad i_B = i \frac{B_1 + B_2 \sqrt{3}}{2B_0}, \quad i_C = i \frac{B_1 - B_2 \sqrt{3}}{2B_0},$$

alors on peut écrire :

$$i_A = -i \cos\left(2\pi \frac{z}{p_s}\right) \quad i_B = -i \cos\left(2\pi \frac{z}{p_s} + \frac{2\pi}{3}\right) \quad i_C = -i \cos\left(2\pi \frac{z}{p_s} - \frac{2\pi}{3}\right)$$

Rappels :

$$\cos(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b)$$

$$\cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Question 4-2 : Montrer que, dans ces conditions, l'effort total F généré par l'ensemble des solénoïdes A_i , B_i et C_i devient indépendant de la position z du bloc moteur et s'écrit :

$$F = \frac{3}{2} n K_s i = K_m i \quad \text{avec} \quad K_m = \frac{3}{2} n K_s \quad \text{constante de force globale du moteur.}$$

Modélisation d'un axe

Le schéma fonctionnel d'un axe est représenté **Figure 8**.

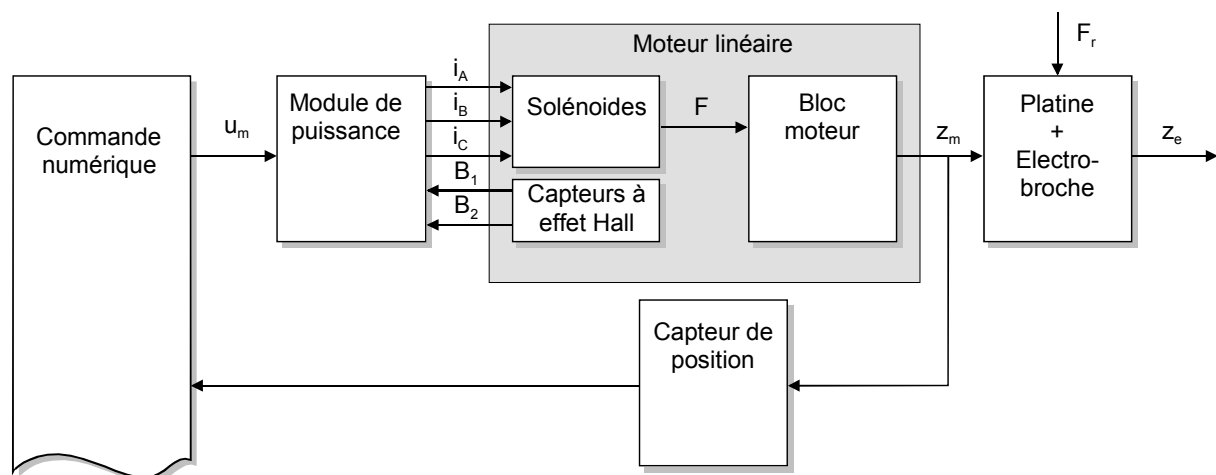


Figure 8 : Schéma fonctionnel d'un axe

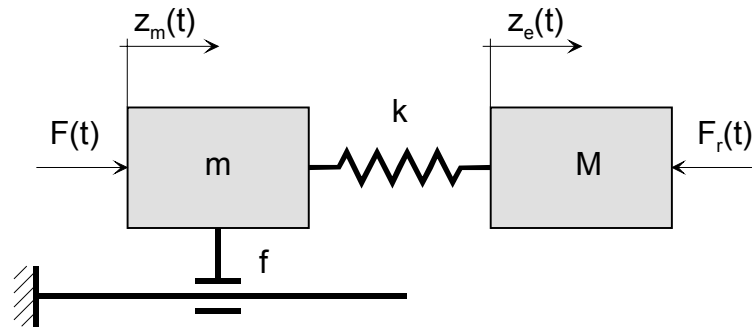
La commande numérique délivre un signal de commande $u_m(t)$ en volts. L'intensité $i(t)$ générée par le module de puissance est donnée par l'expression :

$$i(t) = K_e \cdot u_m(t) \quad (1)$$

La force $F(t)$ transmise au bloc moteur est donnée par l'expression :

$$F(t) = K_m \cdot i(t) \quad (2)$$

L'ensemble « bloc moteur + barres de liaison + platine porte électro-broche » est modélisé de la façon suivante :



avec :

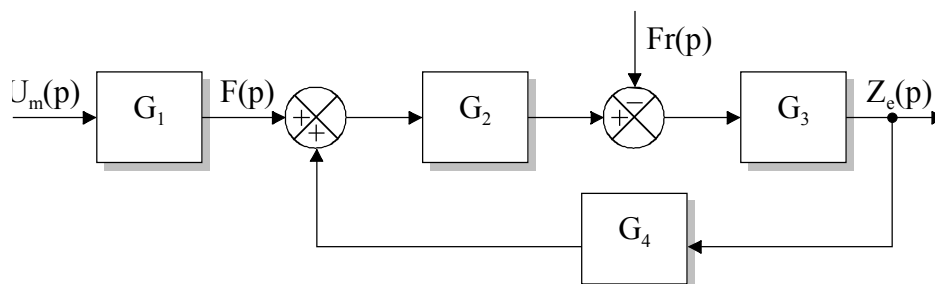
- f : coefficient de frottement visqueux des glissières à galets à recirculation
- k : les deux barres de liaison sont assimilées à une barre unique de coefficient de raideur k .
- m : masse du bloc moteur
- M : masse des barres, de la platine et de l'électro-broche
- $Fr(t)$: effort résultant de l'opération d'usinage agissant comme une perturbation.

Il en résulte les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} F(t) - f \frac{dz_m}{dt} - k(z_m - z_e) = m \frac{d^2 z_m}{dt^2} \quad (3) \\ k(z_m - z_e) - Fr(t) = M \frac{d^2 z_e}{dt^2} \quad (4) \end{array} \right.$$

Question 4-3 : Déterminer les transformées de Laplace des équations (1) à (4) ci-dessus en considérant nulles les valeurs des conditions initiales.

On donne ci-dessous la représentation sous la forme d'un schéma bloc des équations (1) à (4).

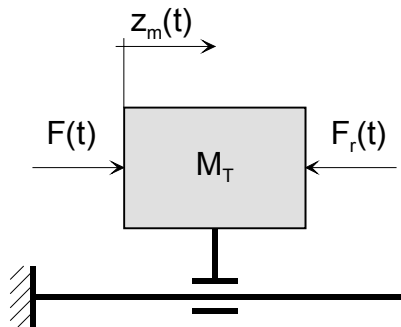


Question 4-4 : A partir des équations (1) à (4) et du schéma bloc ci-dessus :

- Donner les expressions littérales des transmittances G_1 , G_2 , G_3 et G_4 .
- En déduire les fonctions de transfert $\frac{Z_e}{F}$ et $\frac{Z_e}{F_r}$.
- Préciser, pour chacune de ces fonctions, son gain, son ordre et sa classe.

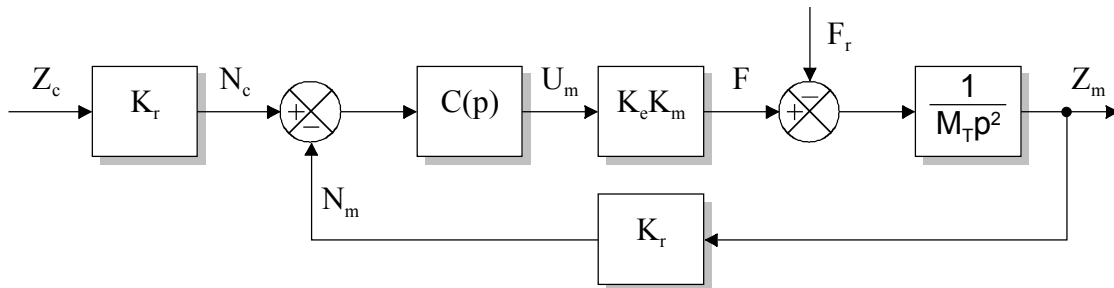
Afin de simplifier la modélisation de l'ensemble « bloc moteur + barres de liaison + platine porte électro-broche », on suppose f négligeable et la raideur k des barres infinie. On note M_T la masse de l'ensemble « bloc moteur + barres de liaison + platine porte électro-broche ».

Cela conduit à la représentation suivante :



$$\text{avec : } F(t) - F_r(t) = M_T \frac{d^2 z_m}{dt^2}$$

L'organisation fonctionnelle d'un axe asservi est alors représentée par le schéma bloc suivant :



Avec :

- $C(p)$: fonction de transfert du correcteur
- K_r : gain du capteur absolu de position
- Z_c : consigne de position définie par la commande numérique

Une dernière simplification rend unitaire la boucle de retour :

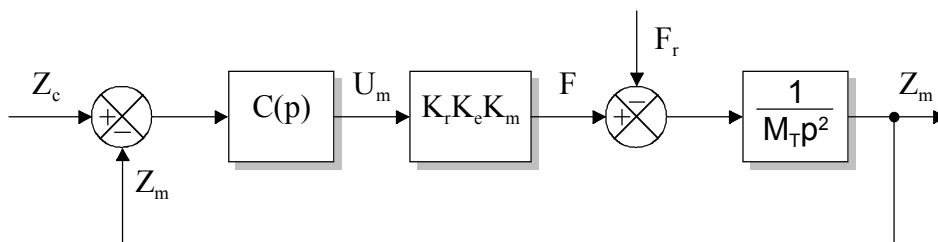
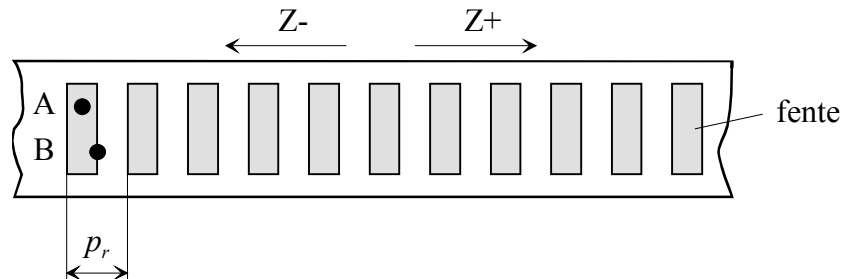


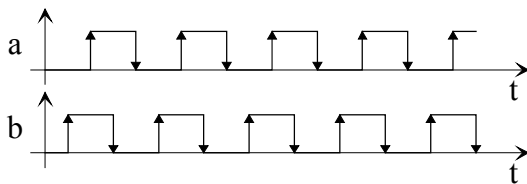
Figure 9 : Schéma bloc à retour unitaire

Etude du capteur de position

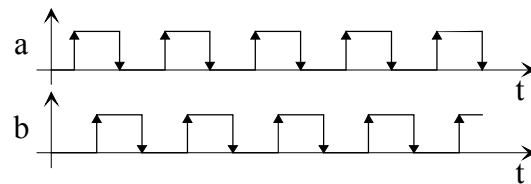
La mesure de position est effectuée par une règle collée au bâti munie de fentes espacées d'une distance p_r ($p_r = 4\mu m$, pas de la règle) et par deux capteurs optiques A et B montés sur le bloc moteur et décalés d'un quart de pas p_r . Ces capteurs renvoient l'information 0 s'ils se situent face à une fente ou 1 dans le cas contraire.



Suivant le sens de déplacement du moteur, Z^+ ou Z^- , les capteurs A et B renvoient les informations a et b suivantes :

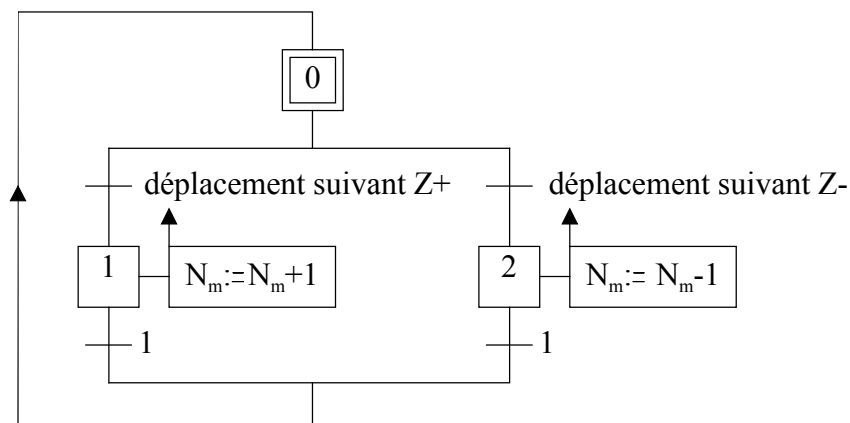


Déplacement suivant Z^+



Déplacement suivant Z^-

Un compteur N_m , mis à zéro lors de la prise d'origine mesure (POM), est incrémenté ou décrémenté suivant le sens de déplacement du moteur à chaque changement d'état (front montant ou front descendant) des variables a et b , comme l'illustre le graficet ci-dessous.



Question 4-5 : Donner les expressions logiques des informations « déplacement suivant Z^+ » et « déplacement suivant Z^- » en fonction des variables logiques a et b .

Question 4-6 : Justifier que le gain du capteur soit égal à $K_r = 10^6$ incréments/mètre.

Etude des performances du système asservi

On considère le schéma bloc de la **Figure 9 page 12**. Le correcteur est à action proportionnelle et dérivée (PD) de fonction de transfert $C(p) = K_p(1 + T_d p)$.

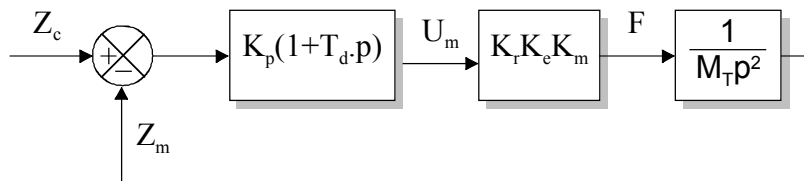
Question 4-7 : Déterminer :

- la fonction de transfert en boucle ouverte et l'expression du gain de boucle K_{BO} .
- la fonction de transfert en boucle fermée.

Question 4-8 : L'effort perturbateur est un échelon de la forme $F_r(t) = a.u(t)$.

- Donner l'expression littérale de l'écart ε_{Fr} dû à cette perturbation en régime permanent.
- Quels seraient les avantages et les inconvénients d'un correcteur avec action intégrale ?

On néglige la perturbation, le schéma bloc devient le suivant :



On donne :

- $K_e = 1 \text{ A/V}$
- $K_m = 500 \text{ N/A}$
- $K_r = 10^6 \text{ incréments/mètre}$
- $M_T = 95 \text{ kg}$
- $T_d = 0,1 \text{ s}$

On donne **Figure 10** la représentation dans Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour $K_p = 1$.

Question 4-9 : Etude de la stabilité

- Justifier la forme de ce tracé.
- Déterminer graphiquement K_p de telle sorte que la marge de phase soit de 40° .

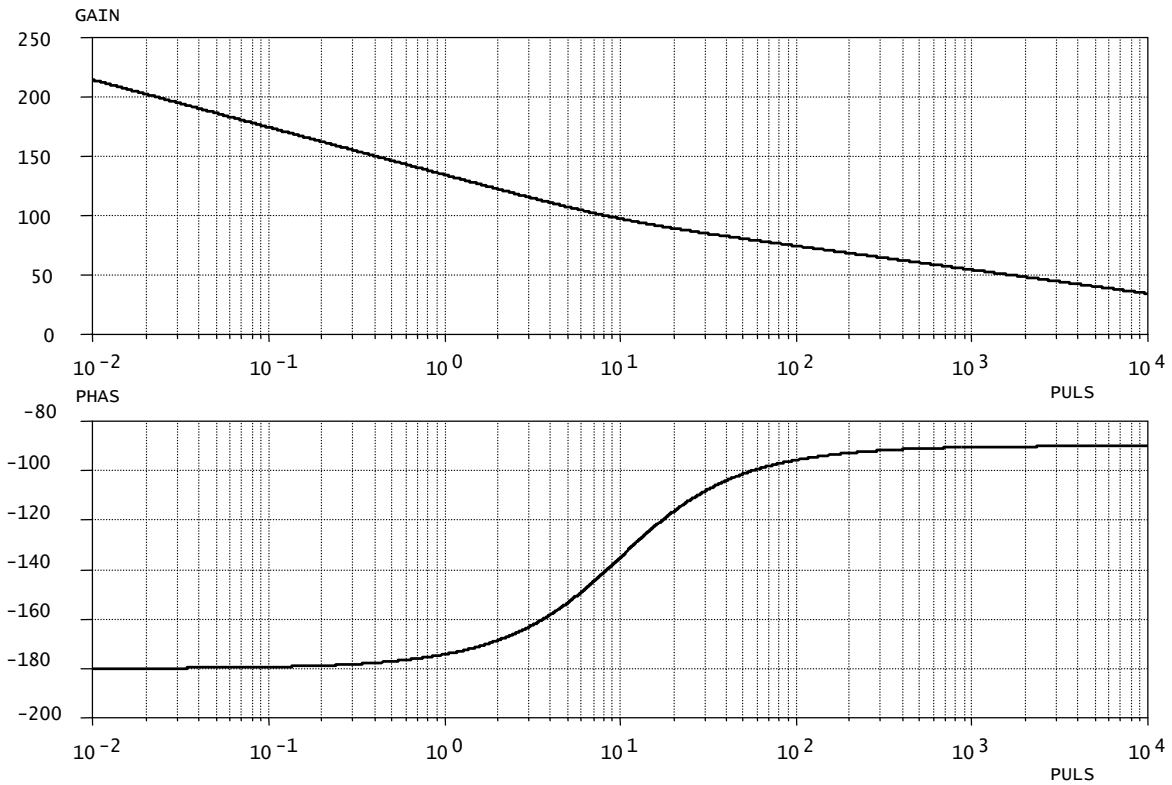


Figure 10 : Représentation dans Bode de la FTBO

Afin de ménager la mécanique, on utilise une loi de commande en vitesse « cubique » (voir **Annexe 3, Figure 13**), caractérisée par des accélérations en trapèze, le Jerk correspondant à la dérivée de l'accélération.

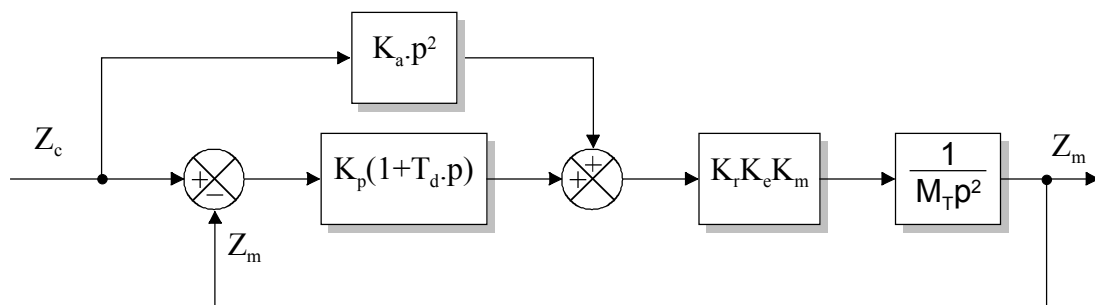
On s'intéresse aux quatre premières phases. Pour chacune d'elles, on considère nulles l'origine des temps et les conditions initiales.

Question 4-10 : Reproduire sur feuille de copie le tableau ci-après et le compléter en donnant les expressions littérales, pour chaque phase, du jerk, de l'accélération, de la vitesse, de la position $z_c(t)$, de sa transformée de Laplace $Z_c(p)$ et de l'écart en régime permanent $\varepsilon(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} [z_c(t) - z_m(t)]$ en vous inspirant des réponses données pour la phase 4.

Caractéristiques	Phase 1 0 à t ₁	Phase 2 t ₁ à t ₂	Phase 3 t ₂ à t ₃	Phase 4 t ₃ à t ₄
Jerk				0
Accélération				0
Vitesse				V _m
Position Z _c (t)				V _m ·t
Z _c (p)				$\frac{V_m}{p^2}$
$\varepsilon(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} [z_c(t) - z_m(t)]$				

Rappel : $L[at^n] = a \frac{n!}{p^{n+1}}$

On introduit une correction par anticipation comme l'illustre le schéma bloc ci-dessous.



Question 4-11 : Déterminer la nouvelle fonction de transfert en boucle fermée.

Question 4-12 : Montrer que, si l'on choisit correctement K_a, il est possible d'annuler l'écart de poursuite. Quelle est alors l'expression de la FTBF ?

Courses et volume d'usinage	
Axe X	500 mm
Axe Y	500 mm
Axe Z	250 mm

Performances dynamiques	
Masse platine + électro-broche	105 kg
Masse moteur + deux barres	60 kg
Vitesse Axes X, Y, Z	100 m / mn
Accélération Axes X, Y, Z	35 m / s ²
Jerk (vitesse d'accélération) Axes X, Y, Z	jusqu'à 5 000 m / s ³
Répétabilité Axes X, Y, Z	5 µm
Précision Axes X, Y, Z	30, 30, 20 µm
Poussée Axes X, Y (nominal / intermittent)	1500 / 2000 N
Poussée Axe Z (nominal / intermittent)	2000 / 3000 N

Caractéristiques des Broches	S2M	FISCHER
Puissance	12 kW	12 kW
Paliers	magnétiques	céramiques
Vitesse maxi de rotation	80 000 tr / min	40 000 tr/min
Couple	1,4 Nm Constant	6,0 Nm à 24000 tr/min 3,4 Nm à 42000 tr/min
Attachement d'outil	Ø 12 par frettage	HSK 40 C
Taroudage rigide interpolé C/Z	Non	Oui

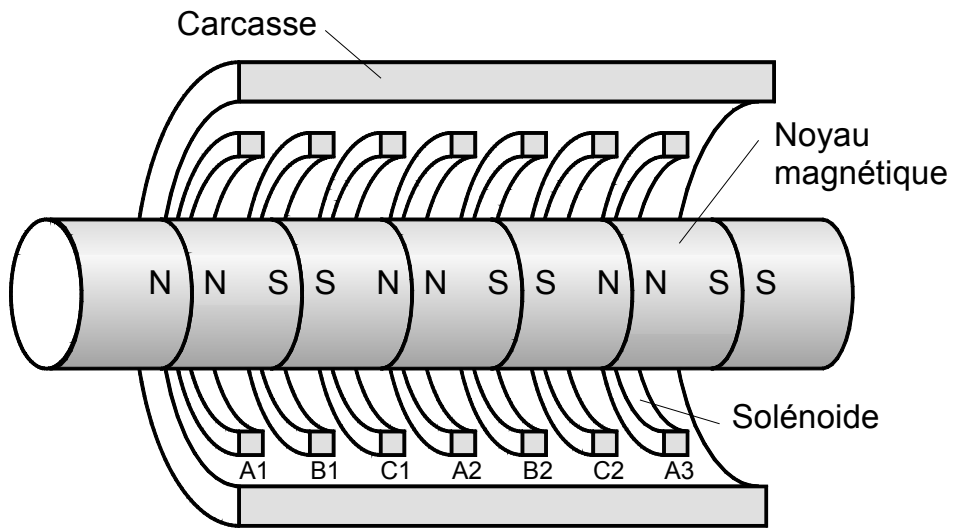


Figure 11 : Composition d'un moteur linéaire

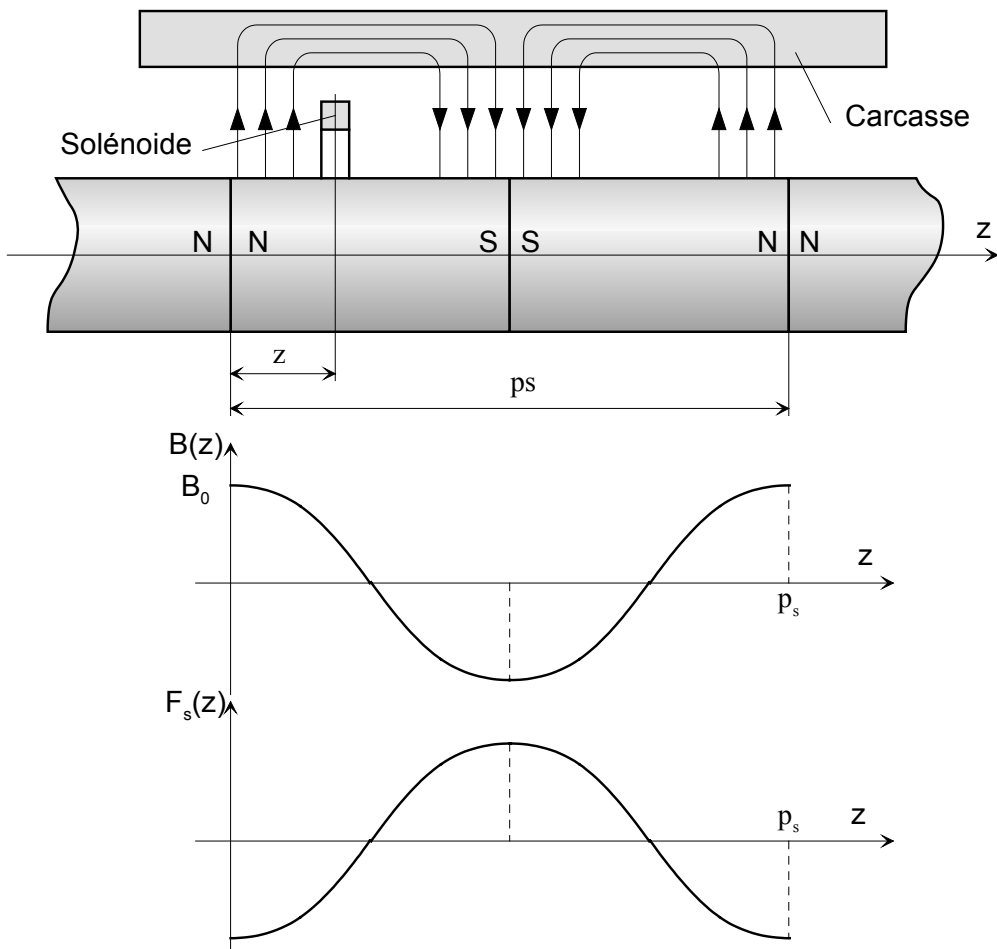


Figure 12 : Evolution de $B(z)$ et $F_s(z)$

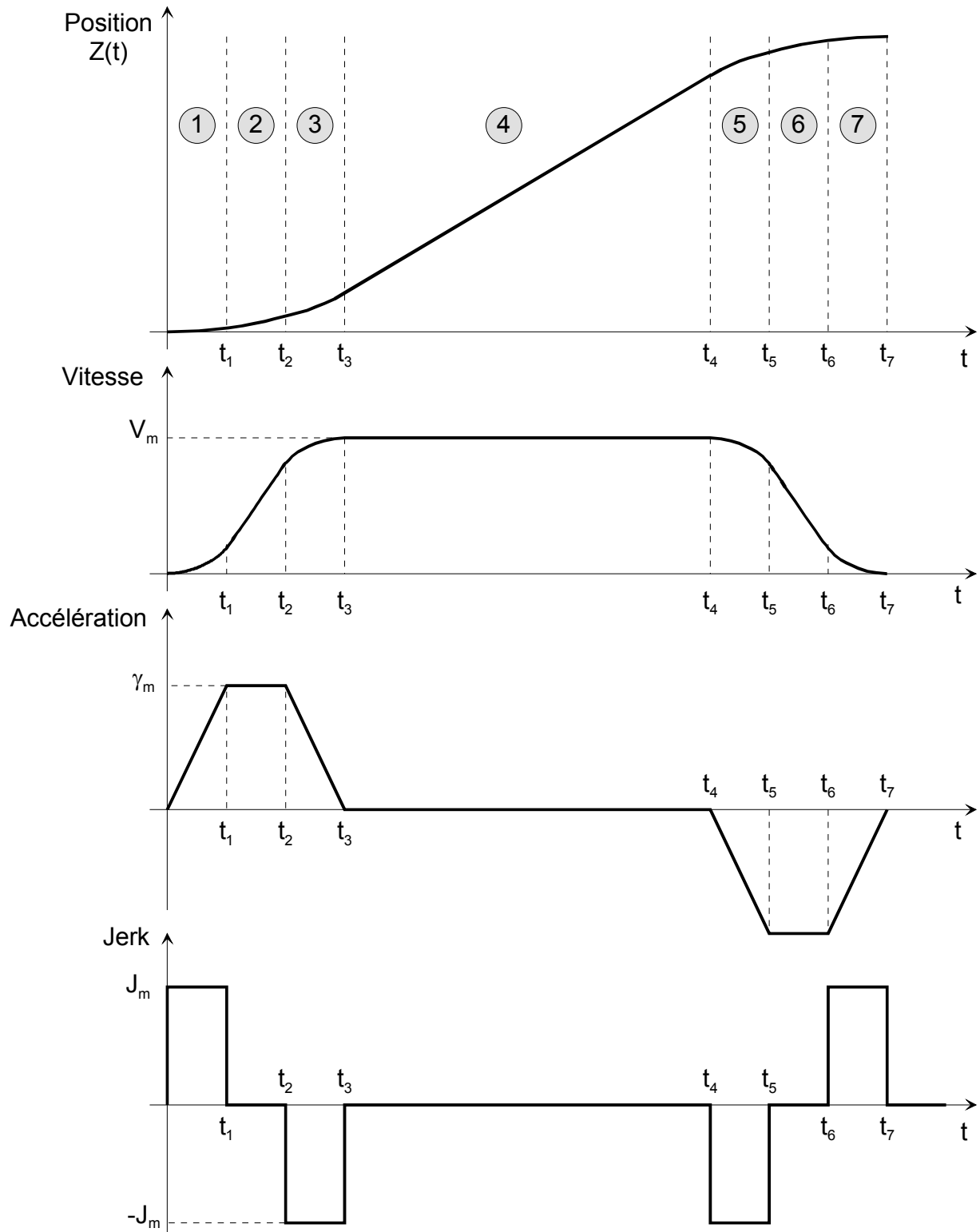


Figure 13 : loi de commande cubique