TUYERE

I. Étude des pulsations propres de la tuyère centrale TC

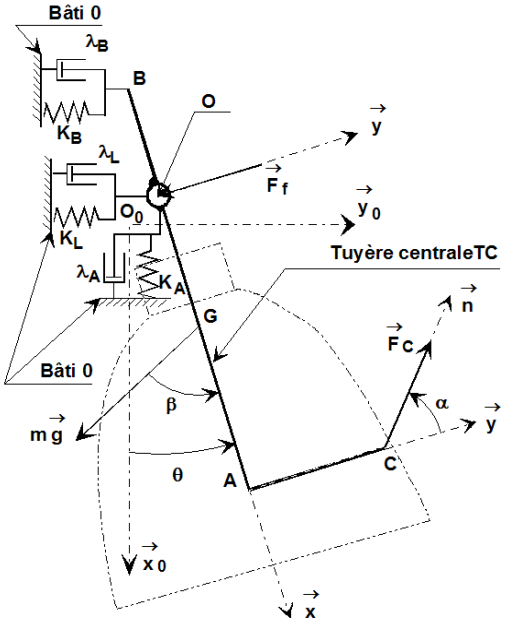

Figure 3.1. : modèle de comportement utilisé pour la tuyère centrale TC

L'objectif de cette partie est de vérifier que les fréquences de résonance de la tuyère centrale TC du moteur Vulcain restent inférieures à 20 Hz lors de la phase de décollage sur une hauteur de 2 000 mètres. Cette limitation est choisie pour éviter les couplages vibratoires avec la structure de la fusée et la commande du système d'orientation par les deux servo-vérins hydrauliques.

Pour cette étude, le modèle de comportement utilisé pour la tuyère centrale **TC** est représenté sur la figure 3.1.. Sur cette figure, la forme réelle de la tuyère est représentée en trait mixte fin à deux tirets.

Il s'agit d'un ensemble construit autour d'une articulation en O montée sur un ressort axial et un ressort latéral de raideur respective K_A et K_L et sur deux amortisseurs de coefficient respectif λ_A et λ_L. La rigidité et l'amortissement de la timonerie liée au bâti **0** sont modélisés respectivement par un ressort de raideur K_B et un amortisseur de coefficient λ_B. Ces trois ressorts et ces trois amortisseurs sont liés au bâti **0**. Sur cette figure, la tuyère centrale **TC** est représentée dans une position d'orientation quelconque par rapport à la fusée.

I.1. Paramétrage

- Le repère $(O_0, \vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0} = \vec{z})$ lié au bâti est supposé galiléen pendant l'étude.
- Le repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z_0} = \vec{z})$ est lié à la tuyère centrale TC.
- $\overrightarrow{O_0O} = x(t)\,\vec{x_0} + y(t)\,\vec{y_0}$. • $(\vec{x_0}, \vec{x}) = (\vec{y_0}, \vec{y}) = \theta$. • $(\vec{g}, \vec{x}) = \beta$ avec $\beta_{Maxi} = 10°$.
- $(\vec{y}, \vec{n}) = \alpha$ avec α variable de valeur moyenne $\alpha = 80°$.

$AC = L_1 = 1{,}35\ m$, $OA = L_2 = 1{,}62\ m$, $OB = L_3 = 1{,}10\ m$, $OG = L_4 = 0{,}75\ m$.

I.2. Caractéristiques des ressorts et des amortisseurs

- $K_A = 58.10^6\ N.m^{-1}$ $\lambda_A = 5.10^5\ N.s.m^{-1}$.
- $K_B = 24.10^4\ N.m^{-1}$ $\lambda_B = 18.10^4\ N.s.m^{-1}$.
- $K_L = 55.10^6\ N.m^{-1}$ $\lambda_L = 3.10^5\ N.s.m^{-1}$.

I.3. Caractéristiques cinétiques de la tuyère centrale TC

La tuyère centrale **TC** est de masse $m = 6\,400\ kg$ et la matrice associée à l'opérateur d'inertie de la tuyère exprimée dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z_0})$ est $\overline{\overline{I}}(O,TC) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}$. On donne : $C = 11.10^3\ kg.m^2$.

I.4. Actions mécaniques s'appliquant sur la tuyère centrale TC

La tuyère centrale **TC** est soumise (voir figure 3.1.) :

- aux actions dues à la pression appliquée sur le flanc de la tuyère ; l'action globale est un glisseur de support passant par le point O et de résultante $\vec{F_f} = -F_f\,\vec{y}$ avec $F_f = 25.10^5\ N$.
- à l'action du vérin ; elle est assimilée à un glisseur de support passant par le point C et de résultante $\vec{F_C} = F_C\,\vec{n}$ avec $F_C = 1.10^5\ N$.
- à l'action de la pesanteur qui est inclinée par rapport à la direction $\vec{x}$ d'un angle β (en phase de décollage vertical $\beta = 0°$). L'accélération de la pesanteur g est considérée comme constante et vaut $g = 9{,}81\,m.s^{-2}$.

Pour l'étude proposée, on prendra $\beta = \beta_{Maxi} = 10°$, $\alpha = 80°$ ce qui correspond à la valeur à la fin de la montée avant séparation des deux étages du corps central.

Q1/ *Justifier, en précisant les hypothèses formulées et en fonction des modèles couramment retenus pour les ressorts et les amortisseurs, les torseurs d'inter-efforts ci-dessous :*

$$\left\{T(0 \to TC)\right\}_O = \left\{\begin{matrix} \vec{R}(0 \to TC) = -K_L y\,\vec{y_0} - \lambda_L \dot{y}\,\vec{y_0} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_O, \quad \left\{T(0 \to TC)\right\}_O = \left\{\begin{matrix} \vec{R}(0 \to TC) = -K_A x\,\vec{x_0} - \lambda_A \dot{x}\,\vec{x_0} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_O,$$

$$\left\{T(timonerie \to TC)\right\}_B = \left\{\begin{matrix} \vec{R}(timonerie \to TC) = -K_B(y - L_3 \sin\theta)\,\vec{y_0} - \lambda_B(\dot{y} - L_3\,\dot{\theta}\cos\theta)\,\vec{y_0} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_B.$$

Q2/ *Faire le bilan des actions extérieures qui s'appliquent sur la tuyère centrale **TC**, en écrivant pour chaque action mécanique le torseur associé.*

Q3/ *Déterminer les trois équations différentielles, **sous forme littérale**, faisant intervenir les paramètres* x, y *et* θ, *obtenues par projection dans la base* $(\vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z})$ *du Principe Fondamental de la Dynamique appliqué en O au modèle de la tuyère centrale **TC** proposé sur la figure 3.1..*

Q4/ *Sachant que les paramètres* x, y *et* θ *restent voisins de zéro, nous avons* $\cos\theta \approx 1$, $\sin\theta \approx \theta$, $\cos(\beta - \theta) = \cos\beta + \theta\sin\beta$, $\sin(\beta - \theta) = \sin\beta - \theta\cos\beta$, $\cos(\alpha + \theta) = \cos\alpha - \theta\sin\alpha$, $\sin(\alpha + \theta) = \sin\alpha + \theta\cos\alpha$. *En considérant que les variations des paramètres* x, y *et* θ *restent très petites en amplitude et en vitesse, et en négligeant les infiniment petits du second et du troisième ordre, linéariser alors ces trois équations différentielles.*

Q5/ *Écrire ces trois équations linéarisées sous la forme :* $[M](\ddot{q}) + [C](\dot{q}) + [K](q) = [A]$,