

PORTES DE TRAMWAY¹



I PRESENTATION DE L'ETUDE

Les grandes métropoles répondent au problème du déplacement des populations par le développement des transports en commun. Dans ce contexte, il est possible d'augmenter le débit des passagers en augmentant la vitesse de déplacement et en diminuant les temps d'arrêt aux gares. Ce dernier point implique que les dispositifs d'accès des passagers aux voitures soient optimisés.

Fonction	Critères	Niveaux
F P1 : permettre aux vantaux d'isoler la voiture	Temps de fermeture t	<3 s
FC1 : respecter les normes de sécurité	Effort de pincement	<150N
FC2 : ne pas pouvoir être actionné par un passager	Maintien de la porte fermée	Oui
FC3 : respecter les contraintes de l'environnement	Isolement des passagers	Total
	Dépassement des vantaux fermés par rapport à la voiture	0 mm
FC4 : être commandé par le conducteur de train	Ordre de fermeture	Oui
	Ordre de réouverture	Oui
FC5 : être implanté sur la voiture	Immobilisation	Complète

Chacune des portes est constituée de deux vantaux qui, ouverts, sont immobilisés le long de la voiture pour dégager la totalité de l'ouverture de la voiture.

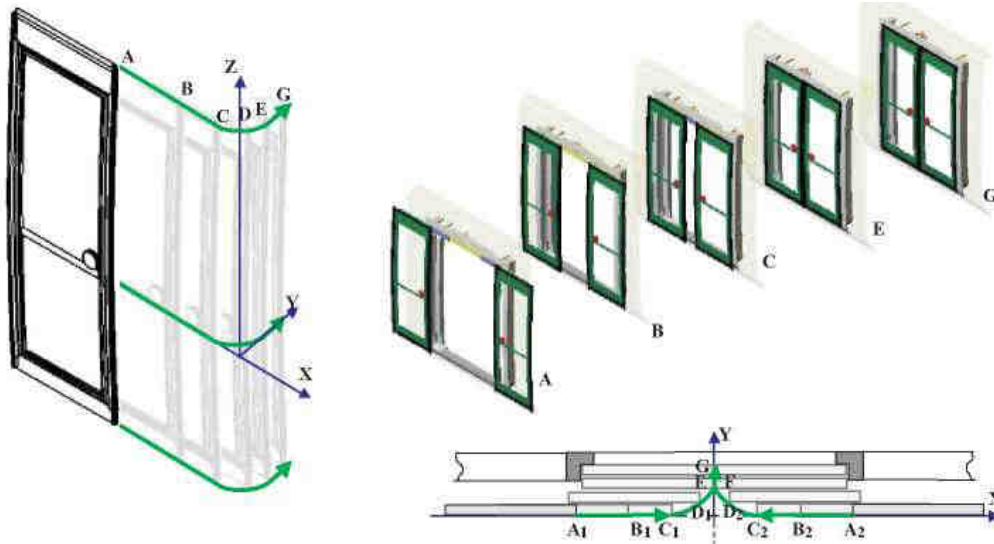


Figure 2

La phase de fermeture peut être décomposée en trois étapes dont quelques positions d'un point, appartenant au vantail le long de sa trajectoire par rapport à la voiture, sont données sur la figure 2 :

- de A à C : étape de coulissement ; les vantaux coulissent parallèlement à la voiture et l'écartement passe de à 1300 mm à 200 mm.
- de C à E : étape de louvoiement ; les vantaux continuent de se rapprocher jusqu'au contact et rentrent dans l'ouverture de la porte pour ne plus dépasser à l'extérieur.
- de E à G : étape de verrouillage ; les vantaux se déplacent légèrement pour comprimer les joints

¹ Centrale 2008 PSI

Le système est principalement constitué des composants identifiés sur la figure 3. La poutre de fermeture est guidée dans son mouvement de translation suivant \vec{y} par les deux boîtes à galets implantées sur la voiture. Elle supporte le mécanisme d'entraînement constitué d'un actionneur unique, le motoréducteur, d'éléments de transmission et de la courroie crantée. Elle supporte également les glissières à billes qui assurent le guidage en translation des vantaux lorsqu'ils sont entraînés par la courroie.

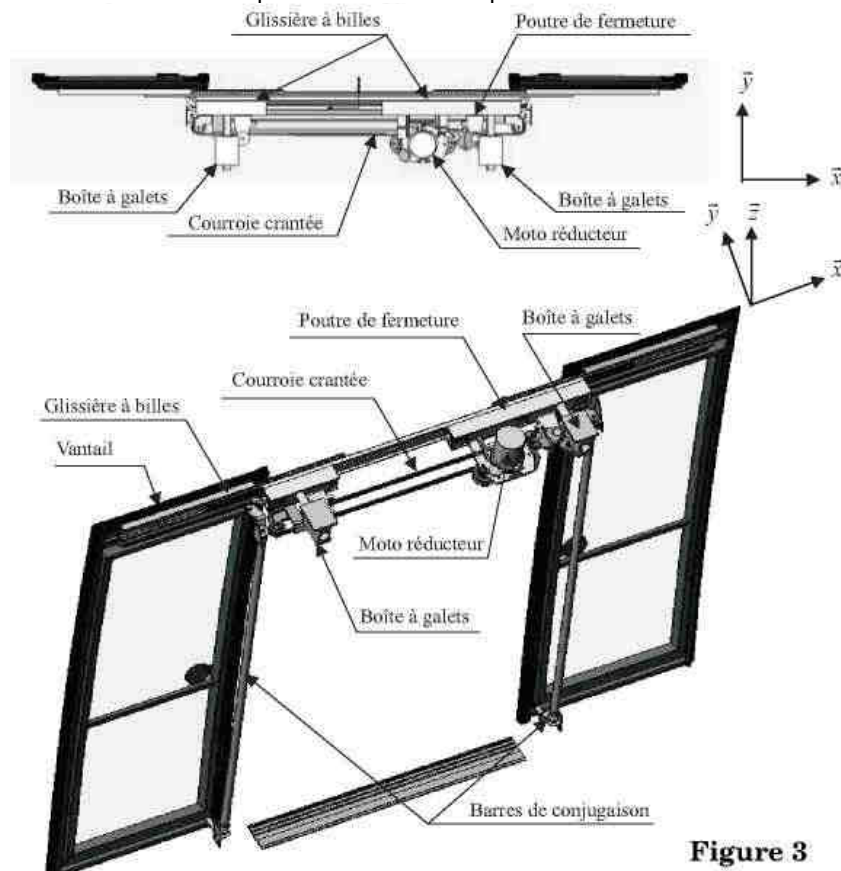
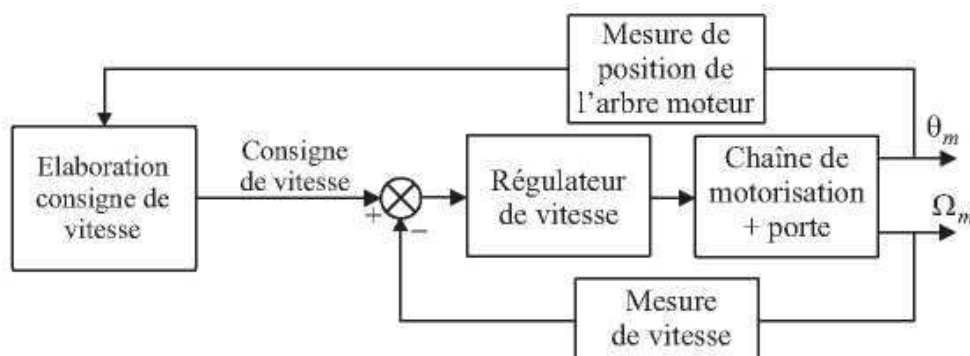


Figure 3

II ÉTUDE DE LA COMMANDE DE LA CHAÎNE DE MOTORISATION

La figure 14 représente l'organisation fonctionnelle de la structure d'asservissement. La consigne de vitesse dépend de la position de la porte mais pour des raisons pratiques la réalisation de ces deux boucles est effectuée à partir des mesures de la position et de la vitesse angulaire de l'arbre moteur.



Cette partie a comme objectif d'une part l'étude de la chaîne d'asservissement de vitesse, d'autre part la vérification du cahier des charges pour la structure et la loi de commande retenues. L'élaboration de la consigne de vitesse à partir de la boucle de position est hors du cadre de ce sujet.

II.1 Modèle de commande

Objectif : définir le modèle de commande qui sera utilisé pour l'étude et l'analyse du régulateur de la chaîne d'asservissement.

Pour des raisons de simplicité, l'étude du modèle sera faite uniquement pendant la phase de verrouillage. Bien que pendant cette phase, les déplacements de la porte se fassent suivant les deux directions \vec{x} et \vec{y} , dans un souci d'obtenir des modèles de comportement simples, on supposera, au regard du dimensionnement adopté, que le déplacement suivant \vec{x} est négligeable dans la phase considérée. La validation de cette hypothèse ne rentrera pas dans le cadre de cette étude.

Notations :

- I_s : moment d'inertie du stator du motoréducteur suivant l'axe (I, \vec{z}_1)
- I_r : moment d'inertie du rotor suivant (I, \vec{z}_1) ,
- M_y : ensemble des masses en déplacement suivant la direction \vec{y}
- N : rapport, supposé constant, entre les vitesses angulaires du rotor et du stator $\Omega_{4/1} = N\Omega_{1/0}$: on utilisera par la suite les notations suivantes $\Omega_s = \Omega_{1/0}$ et $\Omega_m = \Omega_{4/1}$.
- $N_1(\theta_m)$: rapport entre la vitesse d'un vantail par rapport à la voiture suivant \vec{y} et la vitesse du stator Ω_s , soit $V_y = N_1(\theta_m) \cdot \Omega_s$ où θ_m désigne l'angle de rotation du rotor par rapport au stator.
- C_m : couple moteur.
- \vec{F} : force exercée par le(s) passager(s) suivant \vec{y} avec $\vec{F} = F(t) \cdot \vec{y}$ (force due par exemple, à une « pression » exercée par les passagers en cas de surcharge).
- On suppose que pendant les opérations d'ouverture/fermeture la voiture est immobile par rapport au sol dont tout repère R qui lui est attaché est considéré comme galiléen.

Q1/ Avec quel théorème peut-on obtenir l'équation différentielle suivante :

$$I_{eq}(\theta_m) \dot{\Omega}_s = AC_m - B(\theta_m)\Omega_m^2 - C(\theta_m)F ?$$

L'objectif de cette question est de définir un modèle de comportement linéaire permettant de synthétiser un régulateur pour la chaîne d'asservissement du moteur. On note :

- Ω_{m0} la vitesse de rotation du moteur, supposée constante,
- $\theta_{m0}(t)$ la position angulaire de l'arbre moteur.

La linéarisation sera effectuée en utilisant l'équation différentielle obtenue précédentes et les équations de comportement d'une machine à courant continu. L'ensemble des relations nécessaire à la mise en place du modèle est :

- $I_{eq}(\theta_m) \dot{\Omega}_s = AC_m - B(\theta_m)\Omega_m^2 - C(\theta_m)F$
- $u(t) = R \cdot i_m(t) + K_e \cdot \Omega_m$
- $C_m(t) = K_c \cdot i_m(t)$

Remarque : la linéarisation sera abordée uniquement en littéral, l'objectif étant de définir un modèle paramétrique, sous forme analytique, du procédé.

Q2/ Préciser la relation liant le couple moteur $C_{m0}(\theta_{m0})$, la vitesse de rotation Ω_{m0} et la force due à la poussée des passagers $F(t) = F_0$ supposée constante en fonction de A , B et C ;

Q3/ Préciser la relation liant le couple moteur $C_{m0}(\theta_{m0})$ à la tension $U_{m0}(\theta_{m0})$ aux bornes de l'induit en fonction de la vitesse du moteur Ω_{m0} et des paramètres du moteur.

Soient les variations $c_{m1}(t)$, $\Omega_1(t)$, $f_1(t)$ et $u_1(t)$ autour du régime d'équilibre :

$$C_m(t) = C_{m0}(\theta_{m0}) + c_{m1}(t), \quad \Omega_m(t) = \Omega_{m0} + \Omega_1(t), \quad F(t) = F_0 + f_1(t) \quad \text{et} \quad u(t) = U_0(\theta_{m0}) + u_1(t).$$

Q4/ Déterminer une équation différentielle, à paramètres variant dans le temps, décrivant l'évolution de la variation de vitesse du moteur Ω_1 autour du point de fonctionnement décrit par $(\theta_{m0}, \Omega_{m0}, F_0, U_{m0})$. Exprimer cette équation sous la forme :

$$\tau(\theta_{m0})\dot{\Omega}_1(t) + \Omega_1 = K(\theta_{m0})u_1(t) - D(\theta_{m0})f_1(t). \text{ Exprimer les paramètres } \tau, K \text{ et } D \text{ en fonction de } I_{eq}, A, B, C, N, \Omega_{m0} \text{ et les paramètres du moteur.}$$

La position θ_{m0} de l'arbre moteur variant dans le temps, les coefficients de l'équation différentielle précédente peuvent être modélisés comme des paramètres incertains qu'il est possible d'écrire sous la forme d'une partie connue constante et d'une variation, soit : $\tau(\theta_{m0}) = \tau_0(1 + \delta\tau)$, $K(\theta_{m0}) = K_0(1 + \delta K)$ et $D(\theta_{m0}) = D_0(1 + \delta d)$.

Q5/ En supposant en première approximation que les variations sont nulles, déterminer les fonctions de transfert $\Omega_1(p)/U_1(p)$ et $\Omega_1(p)/F_1(p)$ en les écrivant sous une forme canonique en fonction de τ_0 , K_0 et D_0

Remarque : l'analyse du comportement dû aux variations des paramètres ne fait pas partie de cette étude.

Q6/ La fonction de transfert $\Omega_1(p)/U_1(p)$ peut être approchée sous la forme K_1/p . Préciser le domaine de validité de cette approximation et exprimer K_1 en fonction de τ_0 , et K_0 .

II.2 Étude du régulateur de la boucle de vitesse

Objectif : déterminer un régulateur de vitesse permettant d'atteindre les exigences suivantes :

- écart nul en régime permanent pour une consigne de vitesse constante et un effort perturbateur, dû à la poussée des passagers, constant,
- marge de phase $\Delta\varphi \geq 45^\circ$ pour un modèle nominal qui sera précisé par la suite,
- bande passante la plus grande possible compte tenu de la contrainte de marge de phase,
- temps de réponse inférieur à 0,2 s en réponse à une variation en échelon de l'effort perturbateur.

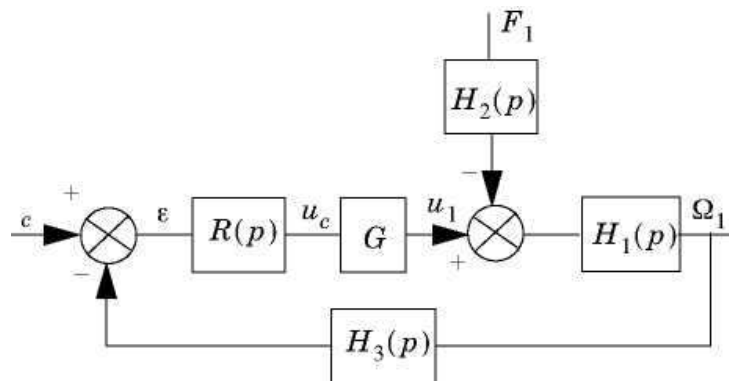


Figure 15. Schéma bloc de la boucle de régulation de vitesse

La chaîne de régulation de vitesse est décrite par le schéma bloc de la figure 15 où la fonction de transfert $H_3(p)$ représente la chaîne de mesure de vitesse comportant un filtre du 1er ordre, de constante de temps $\tau_f = 10ms$ permettant de limiter l'impact des bruits de mesure et G est le gain de l'amplificateur de puissance alimentant le moteur.

On choisit d'adopter pour cette chaîne un régulateur de type proportionnel-intégral (PI) dont la fonction de transfert est : $R(p) = K_r(1 + \frac{1}{T_i \cdot p})$

Q7/ Au regard des exigences du cahier des charges, justifier le choix de ce type de régulateur.

Évaluation du temps de réponse vis-à-vis des perturbations :

Q8/ Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $T(p) = \Omega_1(p)/F_1(p)$ entre les perturbations dues à la poussée des passagers et la vitesse du moteur, en fonction des différentes fonctions de transfert de la figure 15. Montrer que la réponse fréquentielle peut être approchée par la relation :

$$\|T(j\omega)\| = \|H_2(j\omega)\| \cdot \min \left(\|H_1(j\omega)\|; \left\| \frac{1}{R(j\omega) \cdot G H_3(j\omega)} \right\| \right) = \|H_2(j\omega)\| \cdot \|M(j\omega)\|$$

Pour la suite, on adopte les modèles de commande simplifiés suivants : $H_1(p) = \frac{10}{p}$, $H_2(p) = 0.05$, $G = 10$

et $H_3(p) = \frac{0.1}{1+0.01p}$

- a) Afin de limiter le périmètre de l'étude, on adopte sans justification les hypothèses suivantes :
- i) $1/T_i < 100 \text{rad.s}^{-1}$
 - ii) la situation considérée est celle du document réponse 4 représentant le diagramme asymptotique de la fonction $\|1/R(j\omega).GH_3(j\omega)\|$ où $20 \log G_0 < 0$.
- Q9/ Exprimer G_0 en fonction de K_r . En utilisant le document réponse 4, à rendre avec la copie, tracer le diagramme asymptotique de la fonction $H_1(j\omega)$ (veiller au respect des pentes) et celui de $M(j\omega)$ en adoptant l'approximation de la question précédente.
- Q10/ En déduire alors une approximation de la fonction de transfert $T(p) = \Omega_1(p) / F_1(p)$ en exprimant toutes les brisures en fonction de K_r et T_i .
- Q11/ Proposer une nouvelle expression approchée de $T(p)$ sous la forme : $T_a(p) = \frac{N(p)}{1+\tau p}$ où $N(p)$ est le numérateur de $T(p)$. En utilisant la forme approchée $T_a(p)$ déterminer l'évolution de la vitesse $\Omega_1(p)$ en réponse à un échelon de la force de perturbation et tracer son allure.
- Q12/ En se référant à des fonctions types connues, donner en fonction de T_i , un ordre de grandeur du temps de réponse vis-à-vis de la force perturbatrice.
- Q13/ Justifier alors l'intérêt d'adopter pour T_i la valeur la plus petite possible.

Calcul des paramètres du régulateur

- Q14/ En vous aidant, pour illustrer votre réponse, de tracés succincts de diagrammes de Bode effectués directement sur votre copie, analyser la stabilité du système bouclé dans les deux cas : $1/T_i > 100 \text{rad.s}^{-1}$ et $1/T_i < 100 \text{rad.s}^{-1}$.
- Q15/ En prenant $K_r = 1$, tracer directement sur la feuille de copie les diagrammes de Bode asymptotiques (module et phase) de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée et l'allure de la courbe réelle du diagramme de phase. Veiller à effectuer ce tracé de façon à respecter une situation stable du système en boucle fermée.
- Q16/ En utilisant la représentation dans le plan de Bode donnée en annexe 2, déterminer quelle est la valeur $T_{i,\min}$ la plus petite possible que l'on peut conférer à T_i compatible avec la marge de phase minimale exigée par le cahier des charges (cette fonction servira uniquement à calculer T_i en plaçant judicieusement ω_m pour obtenir la marge de phase souhaitée).
- Q17/ En conservant la valeur $T_{i,\min}$ calculée précédemment, en déduire alors la valeur du gain K_r du régulateur permettant d'assurer la marge de phase souhaitée.
- Q18/ Vérifier si le cahier des charges est validé, et conclure sur l'adéquation du régulateur calculé vis-à-vis du problème posé.

II.3 Évaluation de la force dans le cas d'un obstacle à la fermeture (pincement)

Objectif : vérifier si la chaîne de commande permet de limiter l'effort subi par un passager en cas de blocage de la porte (fonction FC1)

Afin d'assurer la sécurité vis-à-vis des passagers, les réglementations imposent en général qu'en cas d'obstacle (un passager par exemple) la force générée par la chaîne de motorisation sur l'obstacle soit inférieure à une valeur limite. Dans le cadre de ce projet, la valeur limite est de 150 N. L'effort lors de la rencontre d'un obstacle est lié d'une part à la chaîne de motorisation, aux conditions initiales du choc, aux caractéristiques de l'obstacle et d'autre part à la chaîne de commande du moteur. Généralement, la qualification du système vis-à-vis de cette contrainte est effectuée en utilisant un modèle normalisé de type masse-ressort.

Dans cette partie, le cas type étudié est limité :

- uniquement au cas d'un choc au cours de la phase de **coulissement** lors de la fermeture,
- au calcul de l'effort généré par la chaîne de motorisation en régime permanent lorsque **le vantail est bloqué**.

L'analyse des efforts en régime transitoire ne fait pas partie de l'étude.

Pour la chaîne de transmission, on adopte les éléments suivants :

- le moteur à courant continu dont les caractéristiques sont données en annexe 2,
- la tension d'alimentation du moteur est matériellement saturée à 110 volts,
- on suppose que la vitesse de consigne est positive non nulle, le réducteur a un facteur de réduction 7 entre les vitesses de rotation d'entrée et de sortie,
- le rayon de la poulie motrice est de 40 mm,
- le régulateur proportionnel-intégral de la chaîne d'asservissement est celui déterminé dans la question 11

Q19/ *Au regard du régulateur adopté, écrire la relation temporelle liant la grandeur de commande issue du régulateur $u_c(t)$ au signal d'écart $\varepsilon(t)$. Justifier, qu'en cas de blocage du vantail par un obstacle, la tension aux bornes du moteur atteint la tension d'alimentation maximale.*

On suppose que le vantail est bloqué par un obstacle (passager) :

Q20/ *Exprimer en fonction du courant du moteur, des caractéristiques du moteur et de la chaîne de transmission, la force maximale subie par un passager (on pourra utiliser sans aucune justification les équations de la machine à courant continu données en annexe 2).*

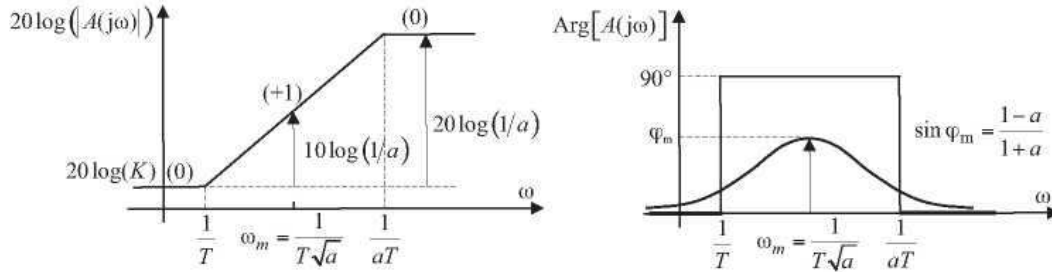
Q21/ *En supposant que la tension d'alimentation maximale est atteinte pendant le blocage, évaluer la valeur numérique de la force (régime statique) subie par le passager et vérifier si la contrainte exigée est assurée.*

Q22/ *Proposer un moyen permettant de satisfaire cette contrainte.*

Q23/ *Proposer alors, en illustrant la solution retenue par un schéma bloc, une nouvelle structure de commande ou une modification de la structure de commande représentée sur la page2 permettant de mettre en œuvre la solution envisagée.*

Annexe 2

Diagrammes de Bode de la fonction $A(p) = K \frac{1+Tp}{1+aTp}$; $a < 1$



Rappel des équations d'une machine à courant continu

$$u(t) = Ri_m(t) + L \frac{di_m}{dt} + K_e \Omega_m(t) ; C_m(t) = K_c i_m(t)$$

Caractéristiques de la machine à courant continu utilisée dans le cadre de ce projet

$$R = 20 \Omega ; L = 0,1 \text{ H} ; K_e = 1,2 \text{ V} \cdot (\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})^{-1} ; K_c = 1,2 \text{ Nm} \cdot \text{A}^{-1} ;$$

$$I_r = 0,001 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 ; I_s = 0,01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 ; U_{\text{max}} = 120 \text{ V} ; \omega_{\text{max}} = 1000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1} .$$

Document réponse 4

