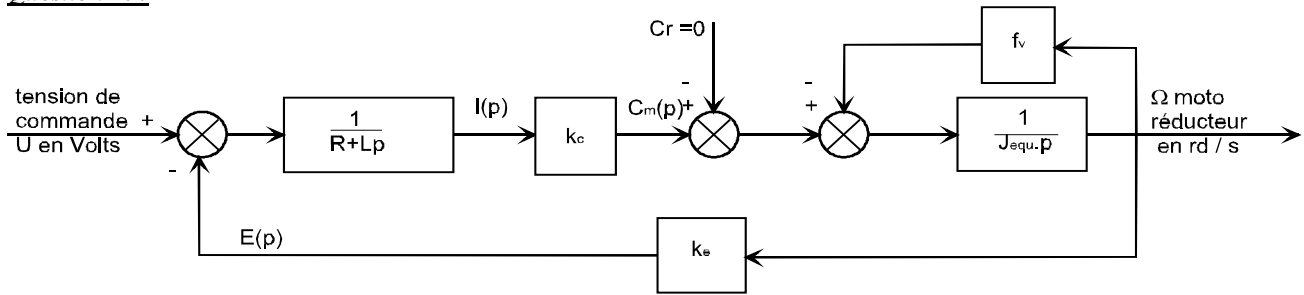


"ROBOT POUR LA CHIRURGIE ENDOSCOPIQUE"

4-2-3 Evaluation de la fonction de transfert du moto-réducteur

Question 1. :



Question 2. :

$$M(p) = \frac{\Omega_{\text{moto-red}}(p)}{U(p)} = \frac{\frac{k_c}{(R+Lp)(J_{\text{equ}}p+f_v)}}{1 + \frac{k_c \cdot k_e}{(R+Lp)(J_{\text{equ}}p+f_v)}} = \frac{k_c}{(R+Lp)(J_{\text{equ}}p+f_v) + k_c \cdot k_e} = \frac{k_c}{LJ_{\text{equ}}p^2 + (RJ_{\text{equ}} + f_v L)p + Rf_v + k_c \cdot k_e}$$

$$M(p) = \frac{\frac{k_c}{Rf_v + k_c \cdot k_e}}{\frac{LJ_{\text{equ}}}{Rf_v + k_c \cdot k_e} p^2 + \frac{(RJ_{\text{equ}} + f_v L)}{Rf_v + k_c \cdot k_e} p + 1}$$

Question 3. : $M(p)$ est du second ordre. Or, la courbe de réponse ne présente pas de tangente horizontale à l'origine (sauf si on fait un zoom), ce qui est caractéristique d'un système du premier ordre. Le temps de réponse à 5% qui vaut 3 fois la constante de temps est une autre justification possible. D'autre part, $L\omega$ est très faible devant R , ce qui permet, en négligeant sa valeur, de dire que $M(p)$ est du premier ordre.

Question 4. : Justification analytique de la réponse précédente à partir de l'expression de $M_1(p)$: Le dénominateur de $M_1(p)$ s'écrit : $(1+14,28 \cdot 10^{-3}p) \cdot (1+0,22 \cdot 10^{-3}p)$ Le dénominateur de $M_1(p)$ s'écrit : $3,14 \cdot 10^{-6}(p+70)(p+4545)$ la valeur du pôle dominant est : -70 , l'autre pôle (-4545) est très loin de l'origine du plan complexe, et n'a aucune influence sur le comportement du système.

Question 5. : Expression littérale de la fonction de transfert du moto-réducteur :

$$M_2(p) = \frac{\frac{k_c}{Rf_v + k_c \cdot k_e}}{1 + \frac{RJ_{\text{equ}}}{Rf_v + k_c \cdot k_e} p} \quad G_s = \frac{k_c}{Rf_v + k_c \cdot k_e} = \frac{2,1}{10 \times 0,04 + 2,1 \times 2,1} = 0,4366 \text{ rd/V}$$

$$T = \frac{RJ_{\text{equ}}}{Rf_v + k_c \cdot k_e} = \frac{10,7 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 0,04 + 2,1 \cdot 2,1} = 1,455 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

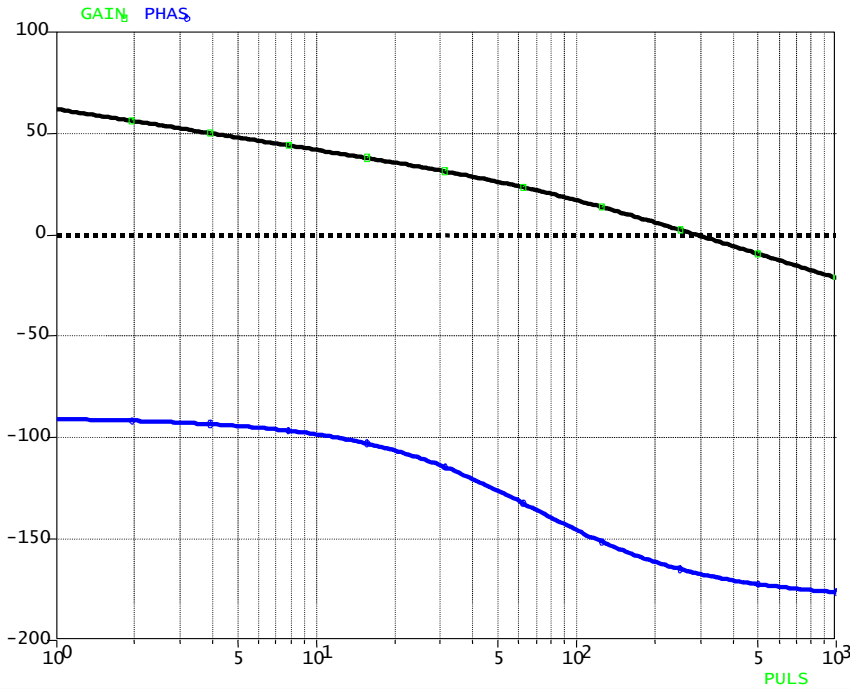
Question 6. : Valeurs de G_s et T : à partir de la courbe de tension image de $\omega_{\text{red}}(t)$:
On mesure $T = 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ et $G_s = 1,75 \cdot 6 / 24 = 0,437 \text{ rd/V}$.

Question 7. : Fonction de transfert du bloc : $B(p) = 1 / p$;
Valeur du coefficient du bloc $C = 360 \cdot 50 / 2\pi = 2865 \text{ inc. / rd}$.
Expression numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte

$$H_0(p) = k \cdot \frac{0,436}{1 + 1,455 \cdot 10^{-2} p} \cdot \frac{1}{p} \cdot 2865 = k \cdot \frac{1250}{(1 + 1,455 \cdot 10^{-2} p) \cdot p}$$

Question 8. :

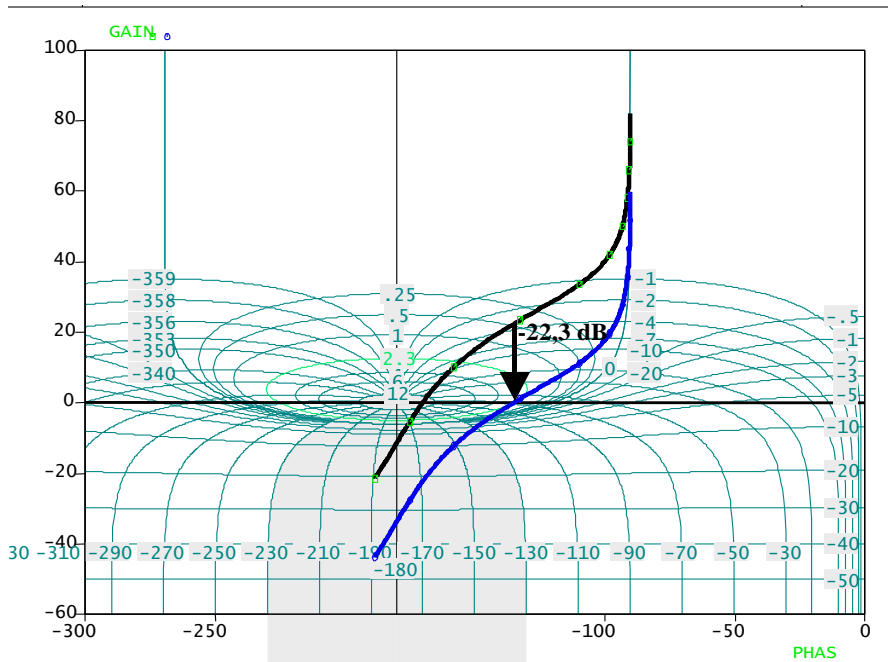
Diagrammes de Bode du système en boucle ouverte pour $k = 1$.



Stabilité en boucle fermée pour cette valeur de k :
 On relève une amplitude de 0 dB pour $\omega = 300 \text{ rd / s}$.
 La phase est de -167° donc la marge de phase est $M\phi = 13^\circ$. Le système est stable, mais cette stabilité est insuffisante car cette marge est inférieure à 45° .

Question 9. :

Influence de la prise en compte de L sur la stabilité en boucle fermée :



Lorsque L n'est pas négligée, la marge de phase reste de 13° , la diminution de phase provoquée par la présence de L se manifeste dans les pulsations beaucoup plus hautes que 300 rd/s .
 L'hypothèse consistant à négliger L est vérifiée.
 Valeur k_{45} de k qui permet d'obtenir la marge de phase de 45° :
 La marge de phase de 45° est obtenue pour $\omega = 68,6 \text{ rd / s}$, l'amplitude est alors de 22,3 dB au lieu de 0 db.
 La valeur de k_{45} est donc de $10^{-22,3/20} = 0,0767$.

Question 10. : Ecart statique pour une consigne en échelon : cet écart est nul car il y a une intégration dans la boucle d'asservissement.

Question 11. : Ecart statique pour un échelon de perturbation : il n'y a pas d'intégration en amont de la perturbation donc :

$$\varepsilon_{\text{pert}} = \frac{0,436 \cdot R / k_c \cdot Cr}{k_{\text{amont}}} = \frac{0,436 \cdot 10 / 2 \cdot 1,0,2}{0,436 \cdot 0,077} = 12 \text{ inc.}$$

Ecart de position sur l'instrument : $\varepsilon_{\text{instr}} = 12 / 150 = 0,08 \text{ mm}$.

Il y a conformité avec le cahier des charges car $\varepsilon_{\text{instr}} < 0,2 \text{ mm}$.

Pour annuler cet écart, il faut placer une intégration dans le bloc K mais cela n'est pas nécessaire ici.

Question 12. : Valeur du coefficient du bloc $H_2 = \Phi_1 / 2 = 19,2 \cdot 10^{-3} \text{ m / rd}$.

Question 13. : Le produit des gains des blocs C1.H1.H2 doit être égal à 1 pour avoir les mêmes échelles de variation des déplacements de la main et de la crémaillère. $P = 149220$. $0,00035 \cdot 19,2 \cdot 10^{-3} = 1$. Cette condition est vérifiée ici. Valeur du coefficient $c_1 = 2865 / (19,2 \cdot 10^{-3}) = 149220 \text{ inc. / m}$.

Question 14. : Valeur du nouveau coefficient $c_2 = c_1 / 10 = 14922 \text{ inc. / m}$. Le nouveau produit des gains est $P1 = 0,1$.

Question 15. : Fonction de transfert $H_3(p)$:

Le premier dépassement relatif est $D = 11 / 20 = 0,55$ donc $\xi = 0,2$.

Le temps de réponse à 5 % est de 0,55 s et pour $\xi = 0,2$ on lit : $tr_{5\%} \cdot \omega_0 = 15$ donc $\omega_0 = 27 \text{ rd / s}$.

Le gain statique est $G_{s1} = 1$.

La fonction de transfert est : $H_3(p) = \frac{D_{instrum}(p)}{D_{crem}(p)} = \frac{1}{1 + \frac{20,2}{27}p + \frac{1}{(27)^2}p^2} = \frac{1}{1 + 0,015p + 0,0014p^2}$

Question 16. : Bande passante à -3 dB : pour un système du second ordre, la pulsation de coupure à -3 dB se situe au voisinage de $\omega = \omega_0 = 27 \text{ rd/s}$ soit $f = 27/6,28 = 4,3 \text{ Hz}$.

Le critère de la bande passante de 4 Hz est respecté.

Question 17. : On isole S_1 , il est soumis à l'action de la pesanteur et à celle du ressort.

Equation d'équilibre : le PFS en projection sur z donne : $-m_1 \cdot g - k_0 \cdot a_0 = 0$.

Question 18. : Le PFD en projection sur z donne : $-m_1 \cdot g - k_0 \cdot (a_0 + z) - f_0 \cdot dz/dt = m_1 \cdot d^2z/dt^2$ soit, d'après la condition d'équilibre, $m_1 \cdot d^2z/dt^2 + f_0 \cdot dz/dt + k_0 \cdot z = 0$

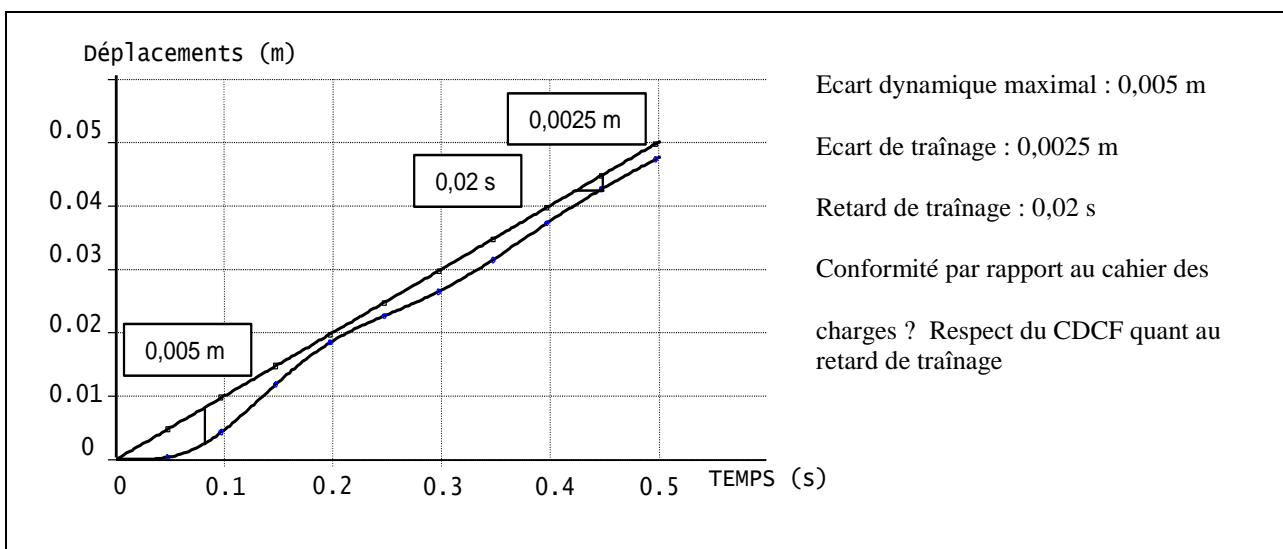
et sous forme canonique : $\frac{m}{k_0} \cdot \frac{d^2z}{dt^2} + \frac{f_0}{k_0} \cdot \frac{dz}{dt} + z = 0$

Pulsation propre : $\omega_{03} = \sqrt{\frac{k_0}{m}}$; Coeff d'amortissement : $\zeta_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{f_0}{k_0} \cdot \omega_0 = \frac{1}{2} \cdot f_0 \cdot \sqrt{\frac{1}{k_0 \cdot m}}$

Question 19. : Valeur minimale de la raideur du ressort : $f_3 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k_0}{m}}$ donc

$k_0 = 4 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot f_3^2 = 4 \cdot 9,87 \cdot 1,6 \cdot 16 = 1010 \text{ N/m}$.

Question 20. : Déplacement de l'instrument par rapport à la main.



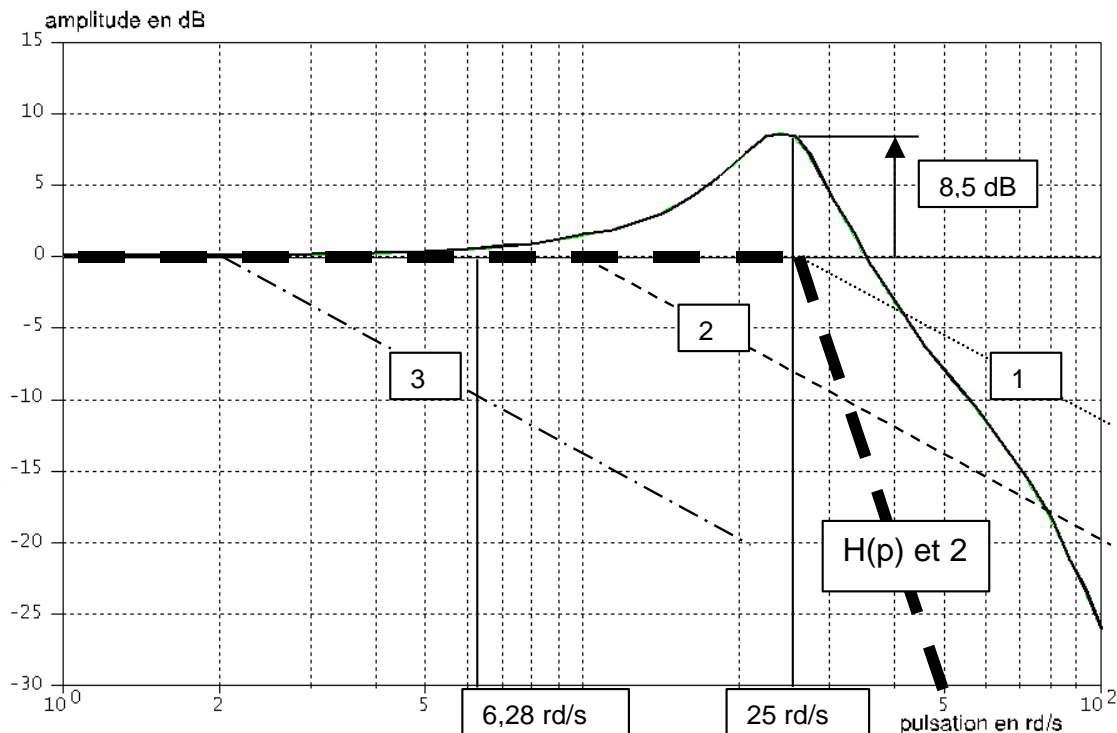
Question 21. :

Amplitude du mouvement de l'instrument : Le gain mesuré pour une période de 0,25 s soit une pulsation de 25,12 rd / s est de 8,5 dB soit $10^{8,5/20} = 2,66$. L'amplitude est plus que doublée, le patient risque de ne pas apprécier mais heureusement, il dort pendant l'opération.

Question 22. :

Tracé des diagrammes asymptotiques d'amplitude des filtres :

N° 1 ⇒ T1 N° 2 ⇒ T2 N° 3 ⇒ T3



Choix du filtre :

Le N° 1 coupe à $1 / 0,04 = 25 \text{ rd / s}$ donc ne supprime pas le pic à 8,5 dB : il ne convient pas ;

Le N° 3 coupe à $1 / 0,5 = 2 \text{ rd / s}$ donc en dessous de 6,28 rd / s (1 Hz) : il ne convient pas ;

Le N° 2 coupe à $1 / 0,1 = 10 \text{ rd / s}$ et élimine à peu près correctement le pic à 8,5 db.

Voici la courbe de gain réelle après filtrage :

