

## DS 1 : Conducteur virtuel pour véhicule automobile

Q1/ Entre  $t=0$  et  $t_{ei}$  on a :  $\Gamma(t) = -\frac{\Gamma_{fi}}{t_{ei}}t$  Une intégration donne :  $v_i(t) = \eta_i \frac{t^2}{2} + v_i(0)$  avec

$$v_i(t_{ai}) = 0 \text{ donc } t_{ai} = \sqrt{-2 \frac{v_i(0)}{\eta_i}}$$

Q2/ Une intégration donne :  $x_i(t) = \eta_i \frac{t^3}{6} + v_i(0)t + x_i(t=0)$  avec  $x_i(t=0) = d_i$  donc

$$x_{a_i} = \frac{1}{6} \eta_i t_{a_i}^3 + v_i(t_{a_i}) + d_i$$

Q3/  $t_{a(i+1)} = t_{r(i+1)} + \sqrt{-2 \frac{v_{(i+1)}(0)}{\eta_{(i+1)}}}$

Q4/  $x_{a(i+1)} = \frac{1}{6} \eta_{(i+1)} [t_{a(i+1)} - t_{r(i+1)}]^3 + v_{(i+1)}(0) [t_{a(i+1)} - t_{r(i+1)}] + t_{r(i+1)} v_{(i+1)}(0)$  donc

$$A = \frac{\eta_{(i+1)}}{6} \quad B = v_{(i+1)}(0) \quad C = v_{(i+1)}(0) \quad m=3 \quad n=1$$

Q5/ Il faut à tout instant, de l'initialisation du freinage jusqu'à l'arrêt des deux véhicules, que :

$$x_i(t) > x_{(i+1)}(t)$$

Q6/

$$\begin{aligned} t_{ai} &= 0,577s \\ t_{a(i+1)} &= 1,677s \\ x_{a(i+1)} &= 1,485m \end{aligned}$$

On en déduit la distance minimale de sécurité :  $d_i = 1,1m$

Q7/  $13,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

Les capacités sont respectivement :

Pour  $t_r = 1.1$  : capacité de 2100 véhicules par heure

Pour  $t_r = 0.1$  : capacité de 5800 véhicules par heure

Conclusion : un système automatique de pilotage peut améliorer la capacité d'un tronçon autoroutier, pour une vitesse de  $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  l'accroissement de la capacité est de 176%.

Q8/ Les systèmes et capteurs permettant de situer un mobile par rapport à son environnement sont :

### Capteurs proprioceptifs:

- Détecteurs magnétiques embarqués qui impliquent un fil (parcouru par un courant) dans la route (chariot filoguidé)
- Détecteurs optiques ou inductifs qui impliquent un élément sur la route permettant de situer le mobile (chariot, tri de pellicules, Indexa )
- Détecteurs à ultrason qui imposent des éléments fixes à détecter (Chariot).

### Capteurs extéroceptifs

- Des balises infrarouges permettant par triangulation de situer le mobile qui implique un réseau de balises (Chariot).
- Des capteurs embarqués situant le mobile par rapport à un réseau de satellites (type GPS).

Q9/

$$H_2(p) = \frac{\Psi(p)}{\beta(p)} = \frac{441000 + 94500p}{p(120750 + 46515p + 6975p^2)} = \frac{3,65 \left(1 + \frac{p}{4,7}\right)}{p \left(1 + \frac{p}{2,6} + \frac{p^2}{4,16^2}\right)}$$

Ce modèle est instable au sens EB-SB car il possède un pôle en 0.

Remarque : le dénominateur est une fonction du 2<sup>ème</sup> ordre caractérisée par une pulsation propre  $\omega_0 = 4,16 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  et un facteur d'amortissement  $\xi = 0,8$ .

Q10/

La fonction de transfert en boucle ouverte est :

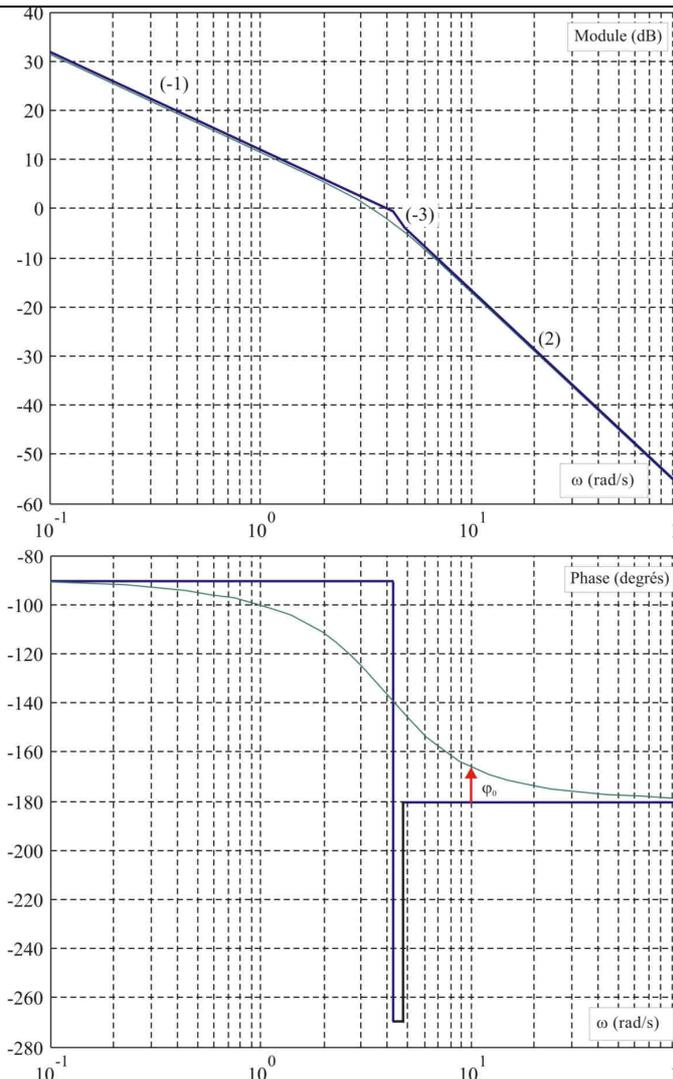
$$T_{BO}(p) = A_0 g_2 C_2(p) H_2(p)$$

Avec  $C_2(p) = 1$  et compte tenu des valeurs numériques on obtient :

$$T_{BO}(p) = \frac{3,65 \left(1 + \frac{p}{4,7}\right)}{p \left(1 + \frac{p}{2,6} + \frac{p^2}{4,16^2}\right)}$$

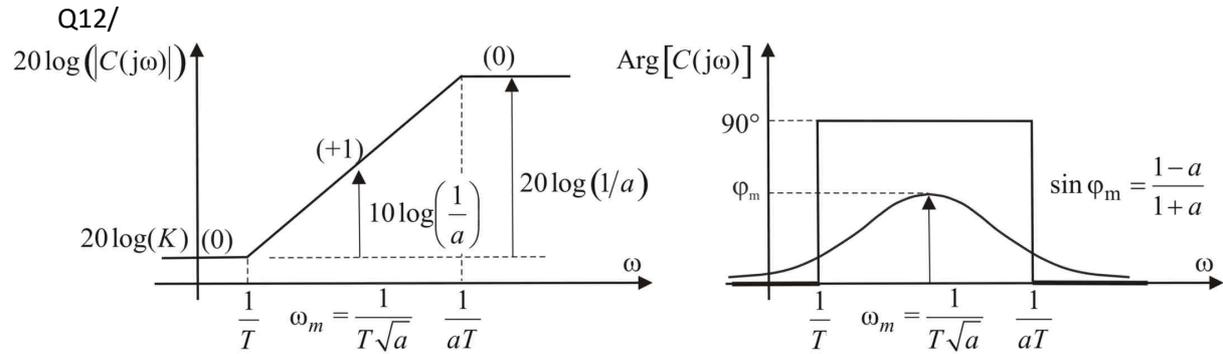
Les tracés des diagrammes de Bode, réel et asymptotique, en boucle ouverte non corrigée sont donnés sur la figure ci-contre. Ces tracés sont caractérisés par une pente (-1) en basse fréquence et par des brisures aux pulsations suivantes :

$$[4,16 \quad 4,7] \text{ rad/s}$$



Q11/ La correction proportionnelle ne peut agir que sur le module de la réponse fréquentielle.

En  $\omega = 10 \text{ rad/s}$  la phase est de l'ordre de  $-165^\circ$ , en conséquence une action proportionnelle est insuffisante pour assurer simultanément une pulsation de coupure à 0 dB de 10 rad/s et une marge de phase de  $60^\circ$ .



Q13/ La pulsation  $\omega_m$  est placée en coïncidence avec  $\omega_{c2}$  afin d'apporter le maximum de phase autour de la pulsation de coupure souhaitée.

Q14/  $\varphi_m = \Delta\varphi - (180^\circ + \text{Arg}[H_2(j\omega_{c2})]) = \Delta\varphi - \varphi_0$  Par lecture sur le diagramme de Bode on obtient  $\varphi_0 \approx 15^\circ$ , soit  $\varphi_m = 45^\circ$ .

Q15/ En utilisant les résultats fournis :  $a = \frac{1 - \sin \varphi_m}{1 + \sin \varphi_m} = 0,17$ . Les deux pulsations de brisure du correcteur sont alors :  $\frac{1}{T} = \omega_{c2}\sqrt{a} = 4,1 \text{ rad/s}$   $\frac{1}{aT} = \omega_{c2}\sqrt{a} = 24,1 \text{ rad/s}$

Q16/ En notant  $H(p)$  la fonction de transfert en boucle ouverte du système non corrigé, le gain du correcteur doit vérifier la relation :  $\|K\|_{\text{dB}} + 10\log\left(\frac{1}{a}\right) + \|A_0 g_2 H(j\omega_{c2})\|_{\text{dB}} = 0$ . En utilisant les diagrammes de Bode fournis, on obtient :

$$\|K\|_{\text{dB}} = -10\log\left(\frac{1}{a}\right) - \|H(j\omega_{c2})\|_{\text{dB}} = -7,7\text{dB} + 18\text{dB} = 10,3 \Rightarrow K = 3,3$$

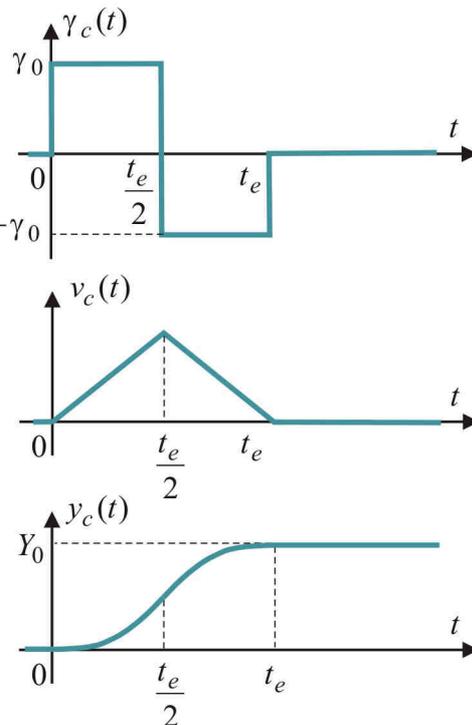
Finalement le correcteur obtenu est :  $C_2(p) = 3,3 \frac{1 + 0,24p}{1 + 0,041p}$

Q17/

La loi d'accélération et les évolutions de la vitesse et de la position associées sont représentées sur la figure ci-contre. L'évolution de la position latérale est constituée de deux branches de parabole.

$$y_c(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \gamma_0 t^2 & 0 \leq t < \frac{t_e}{2} \\ \frac{y_0}{2} + \frac{1}{2} \gamma_0 \left(t - \frac{t_e}{2}\right)^2 & \frac{t_e}{2} \leq t < t_e \\ y_0 & t > t_e \end{cases}$$

Avec :  $\frac{y_0}{2} = \frac{1}{2} \gamma_0 \left(\frac{t_e}{2}\right)^2$



En notant  $t_e$  le temps d'établissement souhaité l'accélération et la position finale sont liées par la

relation :  $\gamma_0 = \frac{4y_0}{t_e^2}$ . Pour  $y_0 = 3 \text{ m}$  et  $t_e = 4 \text{ s}$  il vient :  $\gamma_0 = \frac{4y_0}{t_e^2} = 0,75 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

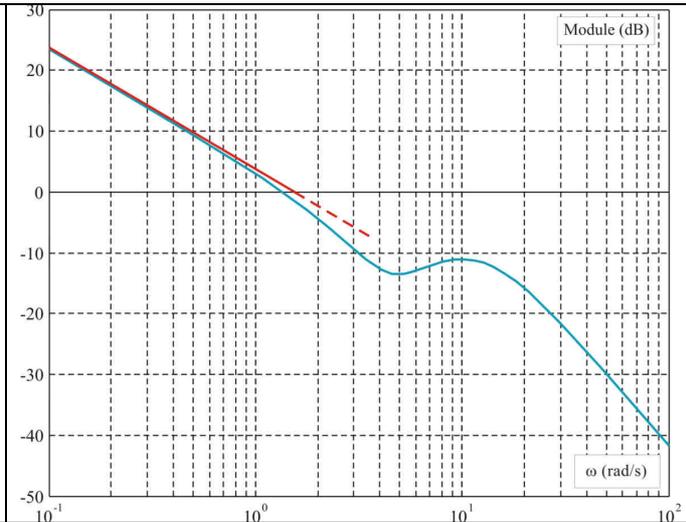
Q18/

La fonction de transfert en boucle ouverte  $T_1(p)$  est visiblement de type intégrateur en basse fréquence :

$$T_1(p) \approx \frac{K}{p} \quad \omega < 1 \text{ rad/s}$$

Le gain peut être facilement obtenu en traçant la pente (-1) associée à ce modèle approché. L'intersection de cette droite avec l'axe 0 dB donne le gain  $K$ . Graphiquement on obtient :

$$K \approx 1,4$$



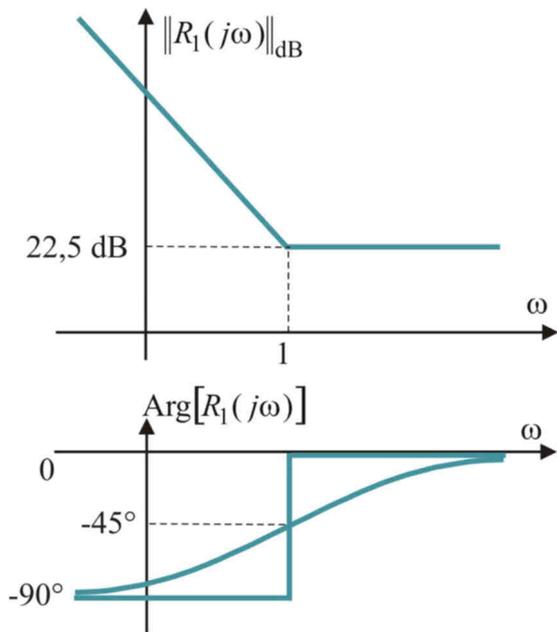
Q19/  $T_{BO1}(p) = C_1(p)T_1(p) = \frac{K}{p} K_1 \left[ \frac{1+p}{p} \right]$  donc FTBO de classe 2 une consigne dont

l'évolution temporelle est une parabole :  $y_c(t) = \gamma_0 t^2 Y(t)$  la transformée de Laplace

s'écrit :  $Y_c(p) = \frac{2\gamma_0}{p^3}$  donc  $\epsilon_\infty = \frac{2\gamma_0}{K_{BO}} = \frac{2\gamma_0}{K \cdot K_1}$

Afin de limiter l'erreur à 0,1 m pour une accélération  $\gamma_0 = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  le gain du régulateur doit

vérifier la relation :  $K_1 \geq \frac{2\gamma_0}{1,5 \cdot 0,1} \approx 13,3$



Q20/ Les diagrammes de Bode du régulateur P.I. sont montrés sur la figure ci-contre. Ils sont caractérisés par une pulsation de brisure de 1 rad/s.

Q21/ Le calcul des performances en boucle ouverte peut être effectué en remarquant que pour des pulsations supérieures à 10 rad/s (1 décade au-delà de la brisure), l'introduction du régulateur se traduit uniquement par le décalage de 22,5 dB de la courbe du module de la fonction de

transfert en boucle ouverte non corrigée. On déduit alors :  $\omega_{c1} \approx 30 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\Delta\phi_1 \approx 45^\circ$  et  $\Delta G_1 \approx \infty$