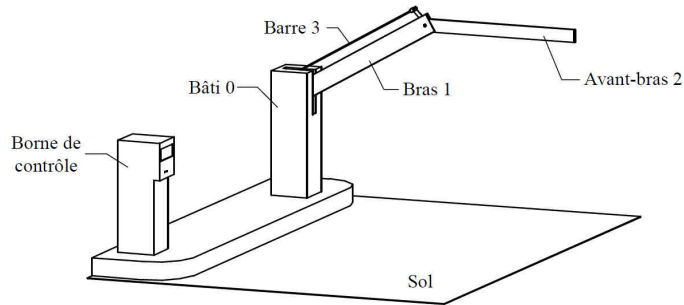


## APPLICATION DE LA DYNAMIQUE SUR UNE BARRIÈRE DE PARKING

### I PROBLÉMATIQUE

Les parking souterrains ont des plafonds très bas de façon à réduire le plus possible l'encombrement, ils font en général 1,90m. La longueur de la barrière faisant 2,20m il n'est pas possible de mettre une barrière d'un seul bloc. Une solution classique consiste à mettre une barrière en deux morceaux (voir figure ci-après).

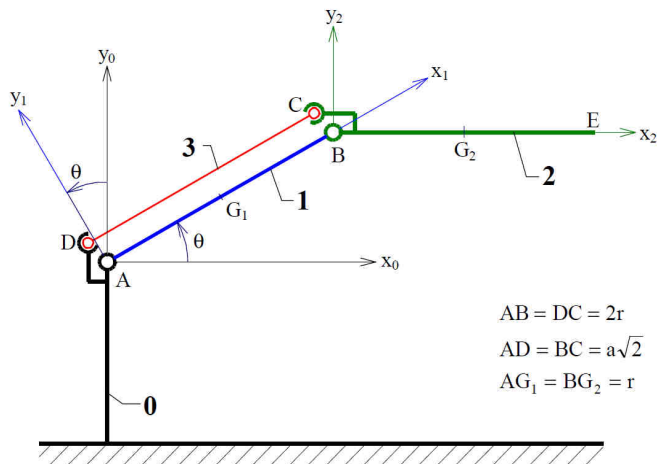


On se propose de déterminer le couple moteur à fournir pour mouvoir ce type de barrière puis de le comparer à une barrière classique.

### II MODÉLISATION

On modélise la barrière avec le schéma cinématique plan suivant (en effet pour l'étude du couple, la 3ème direction n'interviendra pas). On suppose que la résolution peut se faire dans le plan.

On attache au bâti de la barrière 0 le repère  $R_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .



- La liaison entre le bras 1 et le bâti 0 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe  $(A, \vec{z}_0)$ . On attache au bras 1 le repère  $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  et on pose  $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ . Le centre de gravité du bras 1 est noté  $G_1$  et est tel que  $\overrightarrow{AG_1} = r \vec{x}_1$ . Sa masse est notée  $m_1$ . Son opérateur d'inertie est :

$$I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{R_1}$$

- La liaison entre le bras 1 et le bras 2 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe  $(B, \vec{z}_0)$ . On attache au bras 2 le repère  $R_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ . Le centre de gravité du bras 2 est noté  $G_2$  et est tel que  $\overrightarrow{BG_2} = r \vec{x}_2$ . Sa masse est notée  $m_2$ . Son opérateur d'inertie est :

$$I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{R_2}$$

- La liaison entre la barre 3 et le bâti 0 est modélisée par une liaison rotule parfaite en D et la liaison entre la barre 3 et le bras 2 est modélisée par une liaison rotule parfaite en C. Les points ABCD sont tels que  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = 2r \vec{x}_1$  et  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = a\sqrt{2} \vec{y}_1$ . De plus, on a  $\overrightarrow{AD} = -a \vec{x}_0 + a \vec{y}_0$ . La masse de la barre 3 est notée  $m_3$  et est supposée **négligeable**. Son opérateur d'inertie est :

$$I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & B_3 \end{pmatrix}_{R_2}$$

On suppose que l'action mécanique du motoréducteur sur le bras 1 peut être modélisée par un torseur couple tel que  $\vec{C} = C_m(t) \vec{z}_0$

- Q1/ Étant donné la géométrie, donner la caractéristique du mouvement de 2/0.  
Q2/ Réaliser le graphe des structure de ce mécanisme.

### III RECHERCHE DE L'ÉQUATION DE MOUVEMENT

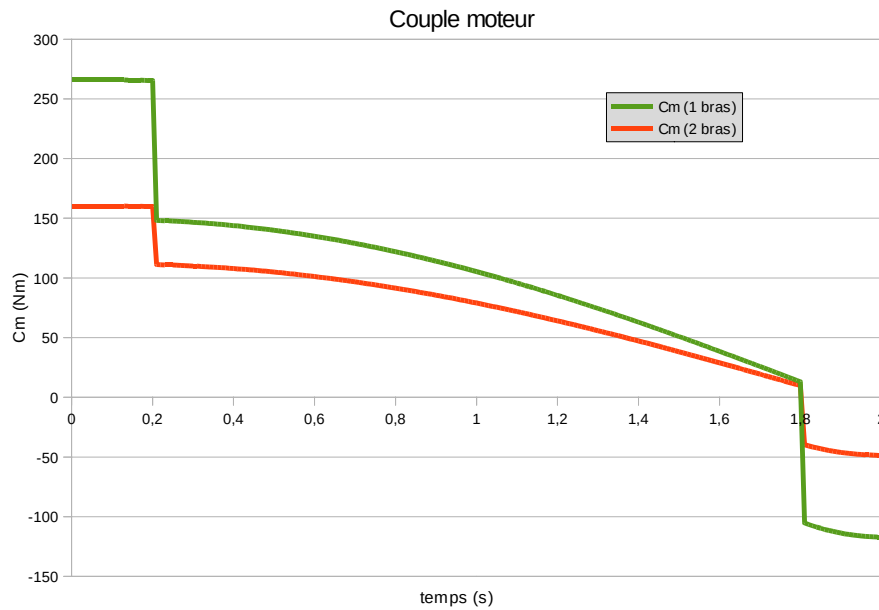
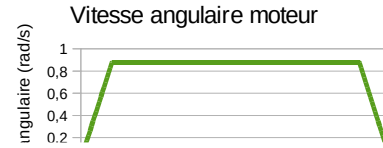
- Q3/ Sachant que la masse et l'inertie de la barre 3 est négligeable, isoler la barre 3 et déterminer la direction des actions mécaniques de  $0 \rightarrow 3$  et  $2 \rightarrow 3$ .  
Q4/ Faire le bilan des actions mécaniques s'exerçant sur le bras 1.  
Q5/ Faire le bilan des actions mécaniques s'exerçant sur le bras 2.  
Q6/ A l'aide du graphe des liaisons, proposer une démarche de résolution permettant de déterminer l'équation de mouvement faisant intervenir  $C_m(t)$  ainsi que les paramètres géométriques, cinématiques et cinétiques.  
Q7/ Appliquer votre démarche pour en déduire l'équation du mouvement en fonction des différents paramètres.

#### IV COMPARAISON DES BARRIÈRES : 1 BRAS ET 2 BRAS

On s'intéresse à l'évolution du couple moteur dans le cas d'une commande en vitesse trapézoïdale (voir figure ci-contre).

On peut à partir du résultat obtenu à la question précédente tracer l'évolution du couple moteur pour la barrière double.

En appliquant la même démarche à une barrière composée d'un seul bras, on peut tracer également le couple moteur (voir figure ci-dessous).

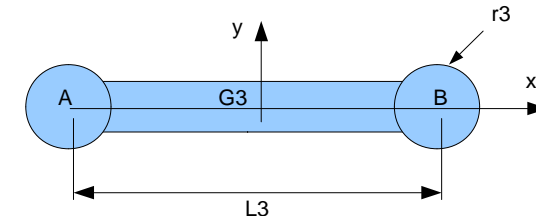


Q8/ Conclure quant à l'intérêt du système d'une barrière double.

#### V DÉTERMINATION DES MATRICES D'INERTIE

On veut vérifier l'hypothèse fait lorsqu'on a isolé 3.

##### V.1 Barre 3 (attention : négligé dans la démarche précédente)



La barre 3 est composée d'un cylindre de diamètre  $d_3$  et de longueur  $L_3$ . A ses extrémités, on a placé deux sphères de diamètre  $r_3$ .

Q9/ Déterminer la matrice d'inertie d'une sphère en A.

Q10/ Déterminer la matrice d'inertie du cylindre en  $G_3$ .

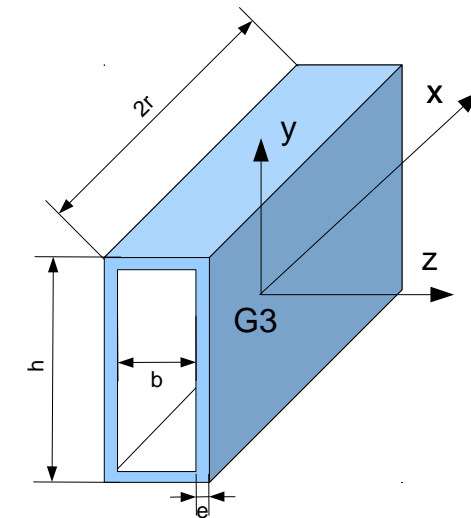
Q11/ En déduire la matrice d'inertie complète en  $G_3$ .

##### V.2 Bras 1 ou Bras 2

Le bras est un profilé creux parallélépipédique.

Q12/ Déterminer la matrice d'inertie d'un parallélépipède plein au centre d'inertie  $G_1$ .

Q13/ En déduire la matrice du bras en  $G_1$ .



##### V.3 Justification des hypothèse de calcul

Q14/ En comparant les termes d'inertie qui auraient du intervenir dans les calculs précédent justifier le fait d'avoir négligé l'inertie de 3.