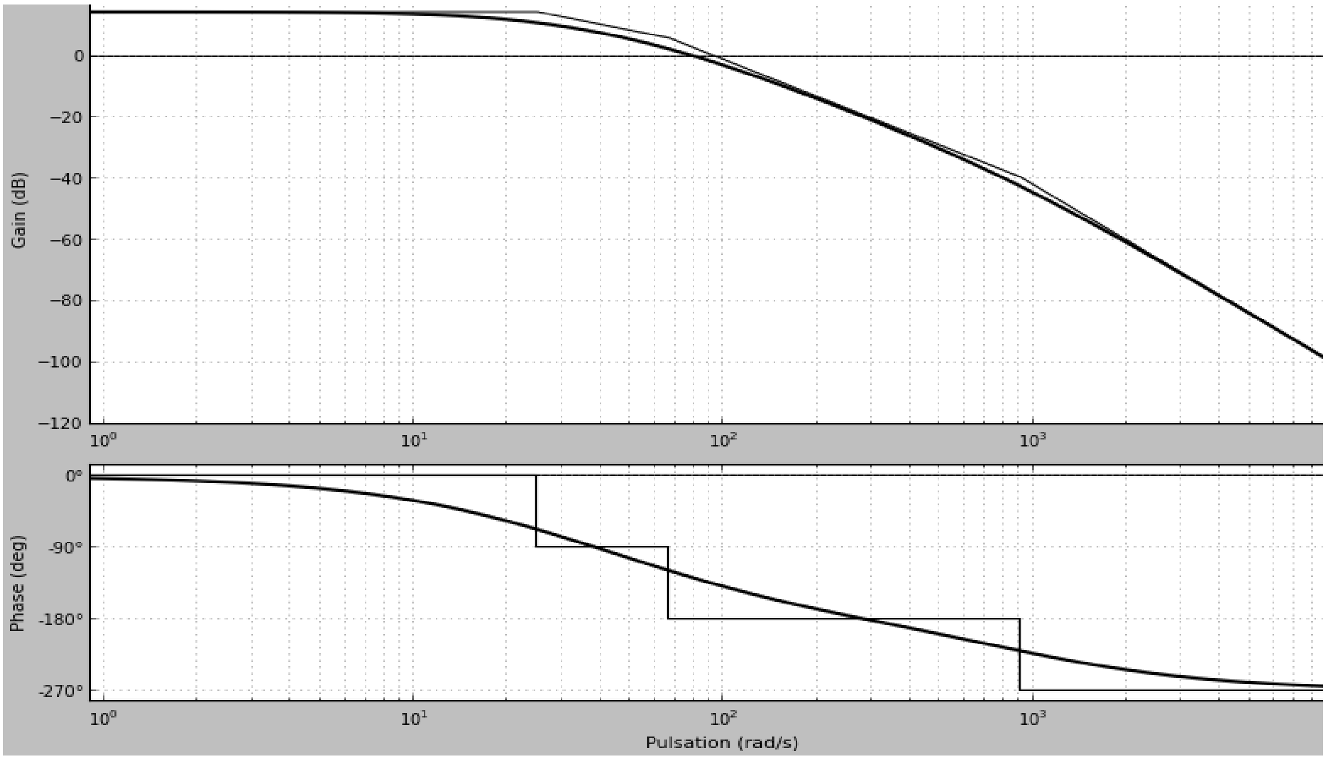
Corrigé asservissement : Sirius (ENS PSI 2011)

Q1 La FTBO est de classe 0 (aucune intégration) ⇨ $\varepsilon\% = \dfrac{100}{1+K_{BO}} = 15{,}7 > 4$

⇨ Ce système ne satisfait pas le cahier des charges

Q2 $$FTBO(p) = \frac{5{,}36}{(1+0{,}04.p).(1+0{,}015.p).(1+0{,}0011.p)}$$

3 cassures : $\omega_1 = 25$ $\omega_2 = 66{,}7$ $\omega_3 = 909$



Q3 Sur la troisième asymptote : $\left|FTBO(p)\right| = \dfrac{5{,}36}{0{,}04.\omega.0{,}015.\omega}$ ⇨ $\omega_{0db} = 94$

$\varphi = -\arctan(0{,}04.\omega) - \arctan(0{,}015.\omega) = -129°$ ⇨ $M\varphi = 51°$

$\varphi = -180°$ pour environ $\omega_{-180} = \sqrt{66{,}7 * 909} = 246$ (moyenne logarithmique)

Sur la troisième asymptote : $\left|FTBO(p)\right| = \dfrac{5{,}36}{0{,}0011.\omega.0{,}04.\omega}$ ⇨

$\left|FTBO(p)\right| = 0{,}134$ ⇨ $Gdb = 17{,}4 \quad db$ ⇨ $M_G = 17{,}4 \quad db$

Les marges de stabilité sont suffisantes.

Remarque : Si on cherche plus précisément on trouve $\omega_{-180} = 293$ et $M_G = 20{,}2 \quad db$

Q4 Sans perturbation, avec compensation, $FTBF(p)=\dfrac{\Omega_3(p)}{\Omega_c(p)}=\dfrac{\left(C(p)+K_s\right).H_u(p).K_r}{1+C(p).H_u(p).K_r}$

(Il faut déplacer le retour avant le comparateur).

Sans perturbation, sans compensation, $FTBF(p)=\dfrac{\Omega_3(p)}{\Omega_c(p)}=\dfrac{C(p).H_u(p).K_r}{1+C(p).H_u(p).K_r}$

Le système sans compensation est stable. Le système avec compensation a les mêmes pôles que le système sans compensation. Il est donc stable.

Q5 Entrée : $\Omega_c(p)=\dfrac{1}{p}$

$$\lim_{t\to+\infty}\omega_3(t)=\lim_{p\to 0}p.\frac{1}{p}.FTBF(p)=\lim_{p\to 0}FTBF(p)=\frac{(40+K_s).K_u.K_r}{1+40.K_u.K_r}$$

Système précis si $\dfrac{(40+K_s).K_u.K_r}{1+40.K_u.K_r}=1$ ⇨ $K_s=\dfrac{1}{K_u.K_r}$ ⇨ $K_s=7{,}5\ \ V.s$

Q6 La transformée de Laplace donnée est celle d'un sinus : $L(A.\sin(\omega t))=\dfrac{A.\omega}{p^2+\omega^2}$

$$\begin{cases}A\omega=3{,}2\\ \omega^2=40\end{cases}\quad ⇨ \quad \begin{cases}A=0{,}5N.m\\ \omega=2\sqrt{10}=6{,}32rad.s^{-1}\end{cases}\quad ⇨ \quad C_r(t)=0{,}5.\sin(6{,}32.t).u(t)$$

Q7 Le modèle de couple résistant choisi sollicite le système à la pulsation 6,32 rad/s. Autour de cette pulsation, le système a un gain approximativement constant (régime quasi statique) et un déphasage nul (voir diagramme de Bode).

Il est donc raisonnable de modéliser le système comme un gain pur pour étudier l'influence du couple résistant. En retirant toutes les constantes de temps du système, on a la relation :

$$\omega_3(t)=\frac{(40+K_s).K_u.K_r}{1+40.K_u.K_r}\omega_c(t)-\frac{K_c.K_r}{1+40.K_u.K_r}C_r(t)$$

$$\omega_3(t)=\left(\frac{(40+K_s).K_u.K_r}{1+40.K_u.K_r}\omega_c-\frac{K_c.K_r}{1+40.K_u.K_r}A.\sin(\omega t)\right).u(t)$$

$$\omega_3(t)\approx\left(\omega_c-\frac{K_c.K_r}{1+40.K_u.K_r}A.\sin(\omega t)\right).u(t)$$

Q8 Regardons l'erreur due au couple perturbateur : avec $\omega_c=2\pi\quad rad.s^{-1}$

$$\frac{A.K_c.K_r}{\left(1+40.K_u.K_r\right).\omega_c}=\frac{0{,}5*44{,}4*0{,}02}{(1+40*6{,}7*0{,}02)*2\pi}=1\%<4\%$$

La vitesse angulaire reste bien dans les limites du cahier des charges, même avec une perturbation sinusoïdale $C_r(t)$.