

Dernière mise à jour	Choix de l'architecture des mécanismes	Denis DEFAUCHY
03/06/2016		Résumé

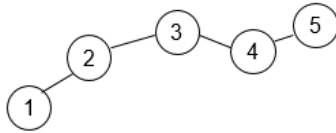
Choix de l'architecture des mécanismes

Résumé

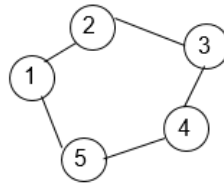
Programme - Compétences		
C11	RESOUDRE	Loi entrée sortie géométrique et cinématique · Fermeture géométrique ; · Fermeture cinématique.
C12	RESOUDRE	Actions mécaniques dans les liaisons, équations de mouvement · Théorème des actions réciproques ; · Hyperstatisme.
B219	RESOUDRE	Modèle cinématique d'un mécanisme · Liaison cinématiquement équivalente ; · Mobilité d'une chaîne ouverte ; · Hyperstatisme et mobilité d'une chaîne fermée.
B11 B12	MODELISER	Isolement d'un solide ou d'un système de solides · Approche mécanique ;
B217	MODELISER	· Modélisation cinématique des liaisons entre solides : - liaisons parfaites normalisées, - degré de liberté, - liaisons réelles.
B220	MODELISER	Modélisation des actions mécaniques · Modèle global (torseur d'action mécanique) ;
B221	MODELISER	· Principe fondamental de la statique.

Dernière mise à jour	Choix de l'architecture des mécanismes	Denis DEFAUCHY
03/06/2016		Résumé

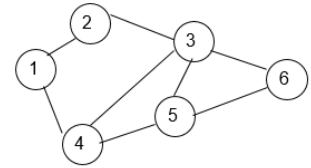
Structure des mécanismes



Chaîne ouverte



Chaîne simple fermée



Chaîne complexe fermée

Nombre cyclomatique

$$\gamma = L - p + 1$$

L liaisons – p pièces dont le bâti

Résolution des mécanismes

Analyser les surfaces en contact
Proposer des liaisons usuelles associées
Poser le schéma cinématique et son paramétrage
Faire le graphe des liaisons

Cinématique

Statique

Faire apparaître l'entrée sur le graphe des liaisons
Poser les torseurs cinématiques des liaisons en leurs points caractéristiques
Déterminer γ et écrire les γ fermetures de chaînes indépendantes

Pour chaque chaîne :

- Choisir le point d'expression des différents torseurs
- Ecrire la fermeture de chaîne
- En déduire deux équations vectorielles en vitesse de rotation et vitesse
- Choisir une base de projection de ces équations
- Projeter afin d'obtenir un système de 6 équations

Regrouper les γ systèmes

Résoudre

Faire apparaître les actions extérieures sur le graphe des liaisons

Poser les torseurs statiques des liaisons en leurs points caractéristiques

Pour les $(p - 1)$ solides :

- Choisir le point d'expression des différents torseurs
- Ecrire le PFS
- En déduire deux équations vectorielles en résultante et moment
- Choisir une base de projection de ces équations
- Projeter afin d'obtenir un système de 6 équations

Regrouper les $(p - 1)$ systèmes

Résoudre

Remarque : La méthode cinématique fait apparaître moins d'équations que la méthode statique et est donc à privilégier dans le cadre d'une détermination de degrés de mobilité et d'hyperstatisme

Dernière mise à jour	Choix de l'architecture des mécanismes	Denis DEFAUCHY
03/06/2016		Résumé

Formules d'analyse

Inconnues cinématiques

Liaison i Mécanisme

$$i_c(i) \quad I_c = \sum_{i=1}^L i_c(i)$$

$$i_c(i) + i_s(i) = 6$$

$$I_c + I_s = 6L$$

Inconnues statiques

Liaison i Mécanisme

$$i_s(i) \quad I_s = \sum_{i=1}^L i_s(i)$$

Equations cinématiques

$$E_c = 6\gamma = 6(L - p + 1)$$

Equations statiques

$$E_s = 6(p - 1)$$

Hyperstatisme et mobilité

$$\begin{aligned} h &= E_c - r_c & r_c &= rg(K_c) & h &\leq E_c \\ m &= I_c - r_c & m &\leq I_c \end{aligned}$$

Hyperstatisme et mobilité

$$\begin{aligned} h &= I_s - r_s & r_s &= rg(K_s) & h &\leq I_s \\ m &= E_s - r_s & m &\leq E_s \end{aligned}$$

r_c et r_s peuvent ou non être égaux
 $rg(K_c)$ plus simple que $rg(K_s)$

$$m = m_u + m_i$$

Mnémotechnique : h et I_s augmentent ensemble

Formules d'analyse

$$h = m + E_c - I_c$$

Formules d'analyse

$$h = m + I_s - E_s$$

A
Privilégier

Analyse des équations cinématiques

Equation 0 = 0 ou dépendante : $h = h + 1$

Inconnue à fixer : $m = m + 1$

Analyse des équations statiques

Equation 0 = 0 ou dépendante : $m = m + 1$

Inconnue à fixer : $h = h + 1$

$$h \geq \sum_{i=1}^{\gamma} h_i$$

Pour γ chaînes indépendantes choisies

Remarques

Chaîne ouverte : $h = 0$

$$h < 0$$

Mobilité oubliée ?

Rendre un mécanisme isostatique si $h > 0$

Ajouter h DDL sans ajouter de mobilité : Modification de liaisons – Ajout de liaisons et de pièces
Attention : un mécanisme peut être hyperstatique malgré l'isostatisme de γ chaînes indépendantes

Mécanismes plans

E_c^{2D}

Glissière	Axe contenu dans le plan (O, \vec{x}, \vec{y})	$I_c^{2D} = 1$	$I_s^{2D} = 2$
Pivot	Axe \vec{z}	$I_c^{2D} = 1$	$I_s^{2D} = 2$
Ponctuelle	Normale dans le plan (O, \vec{x}, \vec{y})	$I_c^{2D} = 2$	$I_s^{2D} = 1$

$$E_s^{2D} = 3(p - 1)$$

$$i_c^{2D} + i_s^{2D} = 3$$

$$I_c^{2D} + I_s^{2D} = 3L \quad h^{3D} = 3 + h^{2D} (\Delta)$$

Attention aux problèmes d'interprétation de h^{3D} dans les mécanismes plans présentant une ponctuelle

Dernière mise à jour	Choix de l'architecture des mécanismes	Denis DEFAUCHY
03/06/2016		Résumé

Liaisons équivalentes

Choix du point et de la base

Objectif : obtenir la forme canonique du torseur de la liaison recherchée composé d'inconnues indépendantes

Dans l'idéal : pressentir la liaison recherchée et se placer en un point de son lieu d'invariance (minimisation du moment) et dans une base permettant d'obtenir sa forme canonique

En pratique : Rester sur les lieux et bases d'invariance des torseurs de la liaison recherchée

Méthode cinématique

Liaisons en série

Exprimer les n torseurs cinématiques des liaisons

$$\{\mathcal{V}_{n/1}\} = \{\mathcal{V}_{n/n-1}\} + \{\mathcal{V}_{n-1/n-2}\} + \dots + \{\mathcal{V}_{2/1}\}$$

Liaisons en parallèle

Exprimer les n torseurs cinématiques des liaisons en différenciant leur notation : $\{\mathcal{V}_{2/1}^1\}, \{\mathcal{V}_{2/1}^2\} \dots \{\mathcal{V}_{2/1}^n\}$

Poser le torseur générique de la liaison équivalente $\{\mathcal{V}_{2/1}\}$ comportant les 6 inconnues.

$$\{\mathcal{V}_{2/1}\} = \{\mathcal{V}_{2/1}^1\} = \{\mathcal{V}_{2/1}^2\} = \dots = \{\mathcal{V}_{2/1}^n\}$$

Calculer h

Exprimer $\{\mathcal{V}_{n/1}\}$ en fonction de ses inconnues cinématiques indépendantes non nulles.

Identifier la liaison équivalente

Méthode statique

Liaisons en série

Exprimer les n torseurs statiques des liaisons

Poser le torseur générique de la liaison équivalente $\{\mathcal{T}_{n/1}\}$ comportant les 6 inconnues.

Le PFS donne :

$$\{\mathcal{T}_{n/1}\} = \{\mathcal{T}_{n/n-1}\} = \{\mathcal{T}_{n-1/n-2}\} = \dots = \{\mathcal{T}_{2/1}\}$$

Liaisons en parallèle

Exprimer les n torseurs statiques de chaque liaison en différenciant leur notation : $\{\mathcal{T}_{2/1}^1\}, \{\mathcal{T}_{2/1}^2\} \dots \{\mathcal{T}_{2/1}^n\}$

Le PFS donne :

$$\{\mathcal{T}_{2/1}\} = \{\mathcal{T}_{2/1}^1\} + \{\mathcal{T}_{2/1}^2\} + \dots + \{\mathcal{T}_{2/1}^n\}$$

Calculer h

Exprimer $\{\mathcal{T}_{n/1}\}$ en fonction de ses inconnues statiques indépendantes non nulles.

Identifier la liaison équivalente

Des inconnues du torseur équivalent sont liées ?

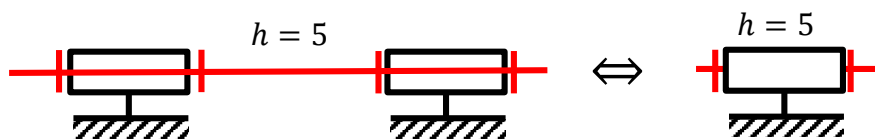


Un changement de base et/ou de point peut permettre de reconnaître la liaison équivalente

Dernière mise à jour	Choix de l'architecture des mécanismes	Denis DEFAUCHY
03/06/2016		Résumé

Liaisons en parallèle - Hyperstatisme

Il faut calculer h sur le système avant de remplacer un ensemble de liaisons par une liaison équivalente car l'ensemble de plusieurs liaisons en parallèle peut être hyperstatique et le mécanisme étudié possède donc le/les degré(s) d'hyperstatisme liés à cette liaison



Bilan – Liaisons équivalentes

	Liaisons en série	Liaisons en parallèle
Cinématique	$\{\mathcal{V}_{n/1}\} = \{\mathcal{V}_{n/n-1}\} + \{\mathcal{V}_{n-1/n-2}\} + \dots + \{\mathcal{V}_{2/1}\}$	$\{\mathcal{V}_{2/1}\} = \{\mathcal{V}_{2/1}^1\} = \{\mathcal{V}_{2/1}^2\} = \dots = \{\mathcal{V}_{2/1}^n\}$
Statique	$\{\mathcal{T}_{n/1}\} = \{\mathcal{T}_{n/n-1}\} = \{\mathcal{T}_{n-1/n-2}\} = \dots = \{\mathcal{T}_{1/1}\}$	$\{\mathcal{T}_{2/1}\} = \{\mathcal{T}_{2/1}^1\} + \{\mathcal{T}_{2/1}^2\} + \dots + \{\mathcal{T}_{2/1}^n\}$

	S	P
C	+	=
S	=	+