

Dernière mise à jour 14/11/2017	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY Cours
------------------------------------	---------------------------------------	-------------------------

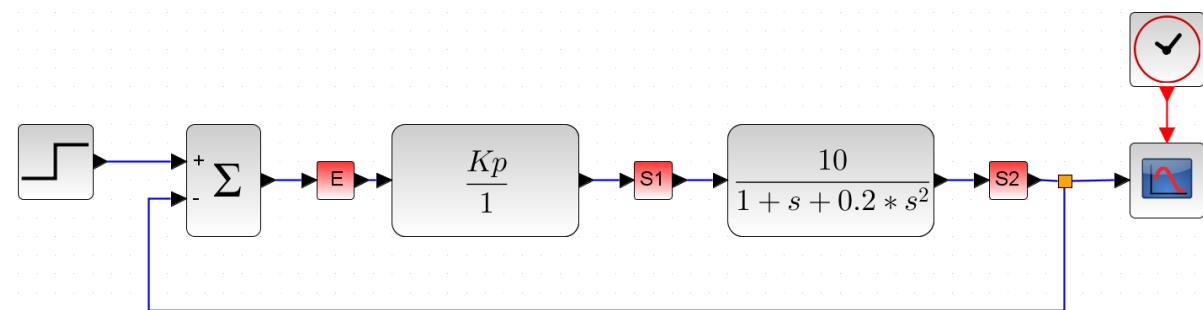
## A.III. Correcteurs P, I & D

Voyons dans un premier temps les 3 types de correcteurs de base : Proportion, intégrale et dérivée.

### A.III.1 Correction proportionnelle

#### A.III.1.a Fonction de transfert

$$C(p) = K_p$$

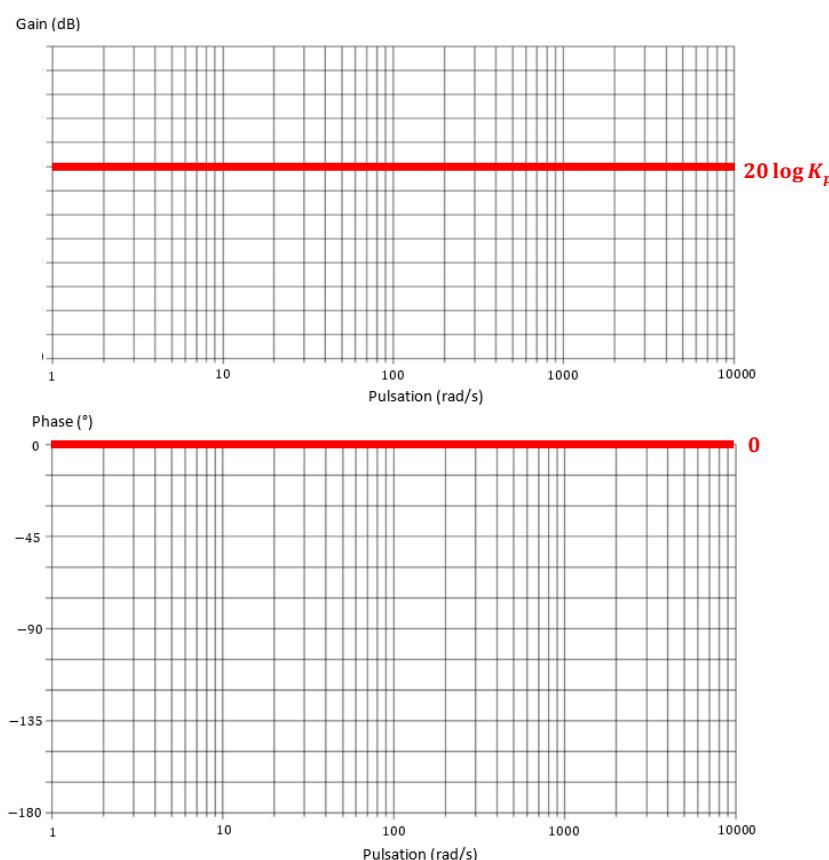


Ce correcteur change le gain statique de la *FTBO* du système en le multipliant par  $K_p$ .

Traitons 3 exemples pour  $K_p = (0.1, 1, 10)$ . On notera que  $K_p = 1$  correspond à l'absence de correction.

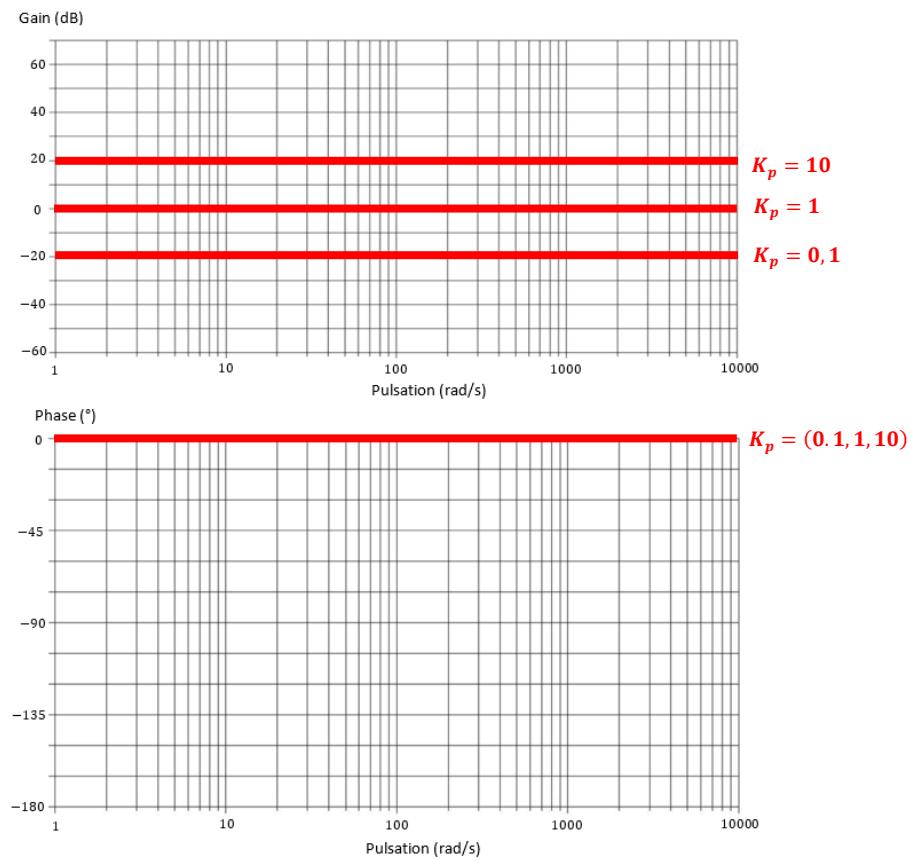
#### A.III.1.b Diagramme de Bode du correcteur

##### A.III.1.b.i Diagramme général



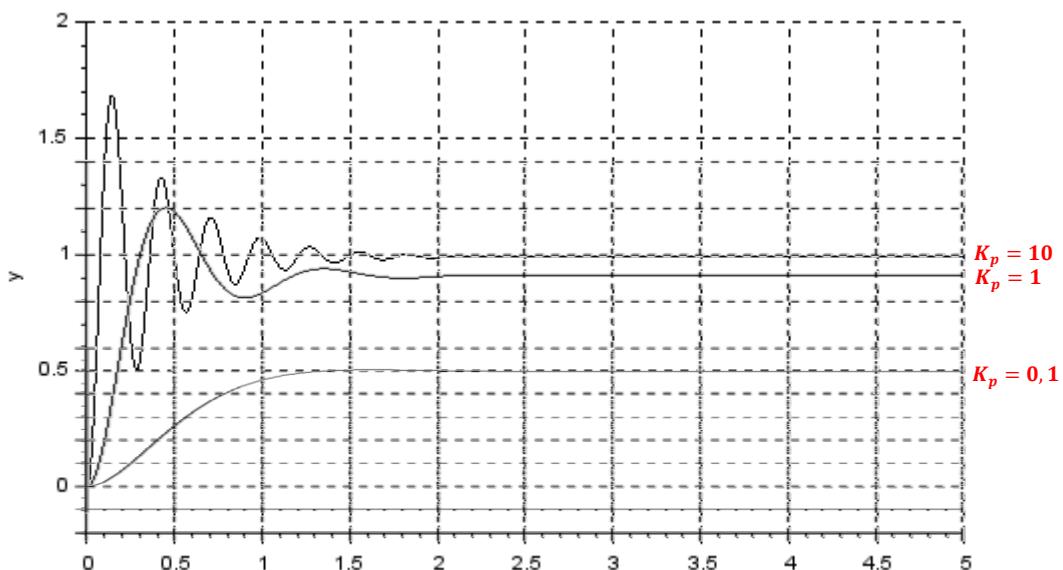
Dernière mise à jour 14/11/2017	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY Cours
------------------------------------	---------------------------------------	-------------------------

### A.III.1.b.ii Diagrammes des 3 correcteurs de l'exemple



### A.III.1.c Effet temporel

Voici les réponses temporelles pour une entrée échelon unitaire :

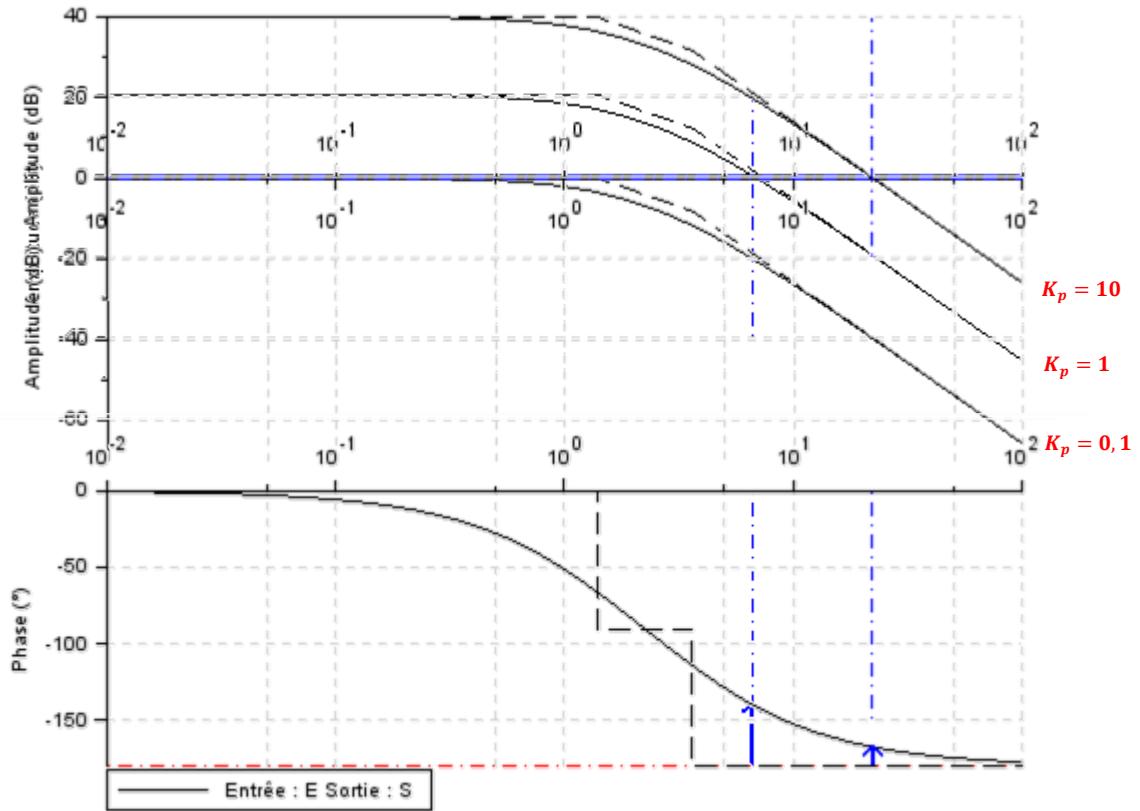


L'augmentation de  $K_p$  augmente la précision, augmente la rapidité globale et diminue la stabilité.

Dernière mise à jour 14/11/2017	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY Cours
------------------------------------	---------------------------------------	-------------------------

### A.III.1.d Effet diagramme de Bode FTBO

Voici les diagrammes de Bode associés aux 3 valeurs de  $K_p$  choisies :



Ce correcteur est dit translatant, car son effet est de déplacer la courbe de gain en translation verticale dans le plan de Bode :

- Vers le haut si  $K_p > 1$
- Vers le bas si  $K_p < 1$

La phase n'est pas modifiée.

On note que l'augmentation de  $K_p$  augmente la bande passante ( $\nearrow$  rapidité), augmente le gain statique ( $\nearrow$  précision) et diminue les marges de gain et de phase ( $\searrow$  stabilité)

Dernière mise à jour 14/11/2017	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY Cours
------------------------------------	---------------------------------------	-------------------------

### A.III.1.e Bilan

$C(p) = K_p$	Stabilité	Précision	Rapidité	Dépassements
$K_p \nearrow$ ou $K_p > 1$	↓	↗	↗ ( $\Delta t_{r5\%}$ )	Apparition ou ↗

Attention à  $t_{r5\%}$  qui lui peut diminuer malgré l'augmentation de la rapidité (temps de montée, « réaction initiale ») du système.

### A.III.1.f Réglages

On peut régler ce correcteur pour obtenir

- Une précision donnée (utilisation des formules d'écart en fonction de la classe)
- Une rapidité donnée avec la connaissance d'une formule pour le temps de réponse (ex 1° ordre  $3\tau$  ; 2° ordre  $t_{r5\%}\omega_0 = f(z)$ ).
- Une stabilité donnée (marges) :
  - o Connaissant la marge de phase voulue, on détermine la pulsation  $\omega'_{c_0}$  où annuler le gain corrigé  $G' = G + 20 \log K_p$ , on en déduit la translation de gain nécessaire  $TG = -G_{\omega'_{c_0}}$  (gain de la FTBO non corrigée positif ou négatif) et on fixe  $K_p = 10^{\frac{TG}{20}}$  (résolution de l'équation  $G'_{\omega'_{c_0}} = 0 \Leftrightarrow 20 \log K_p = -G_{\omega'_{c_0}} = -TG$ )
  - o Connaissant la marge de gain voulue, et la marge actuelle, on détermine la translation comme au paragraphe précédent.

Attention, corriger une performance peut modifier les autres, on devra toujours vérifier que le système répond toujours au cahier des charges.

Dernière mise à jour 14/11/2017	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY Cours
------------------------------------	---------------------------------------	-------------------------

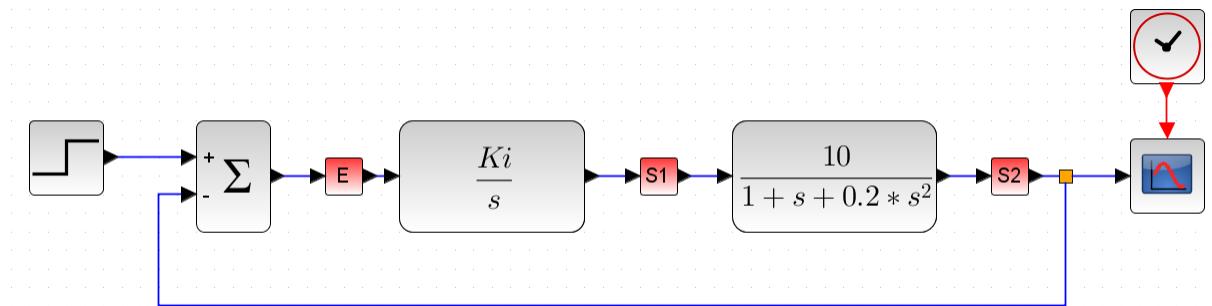
### A.III.2 Correction intégrale

Cette correction est généralement accompagnée d'une correction proportionnelle.

#### A.III.2.a Fonction de transfert

$$C(p) = \frac{K_i}{p} = \frac{1}{T_i p}$$

$$[K_i] = s^{-1}$$



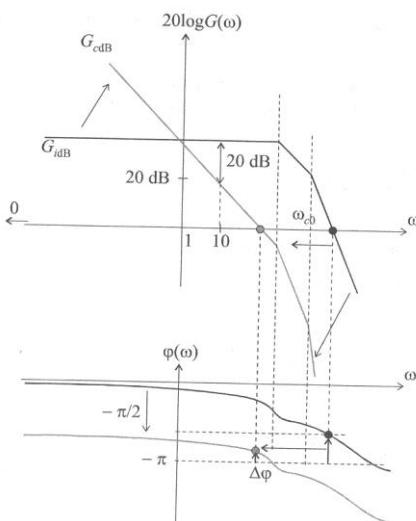
Remarque : Un correcteur intégral augmente la classe de la FTBO.

#### A.III.2.b Diagramme de Bode

Le diagramme de Bode issu d'une correction par action intégrale est modifié ainsi :

- On ajoute à la courbe de gain une droite de pente -20dB/dec passant par le point  $(\omega; G_{dB}) = (1; 20 \log K_i)$  ou  $(\omega; G_{dB}) = (K_i; 0)$
- On translate la courbe de phase de  $90^\circ$  vers le bas

Exemple :



Dernière mise à jour 14/11/2017	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY Cours
------------------------------------	---------------------------------------	-------------------------

### A.III.2.c Effets

- La phase étant diminuée, la **stabilité** est généralement dégradée (à mettre en balance de la diminution éventuelle de  $\omega_{c_0}$  qui induit une augmentation de la marge de phase en parallèle).
- La pulsation de coupure à 0 dB est généralement diminuée, le temps de montée augmente. L'intégrateur **ralenti** le système. Attention toutefois, si la pulsation de coupure à 0 dB est initialement en dessous de 1 rd/s, l'intégrateur peut avoir un effet opposé sur la bande passante.
- La présence de l'intégration annule l'écart statique pour des perturbations de type impulsion et échelon. La classe du système est augmentée et la **précision** peut donc être améliorée.

$C(p) = \frac{1}{p}$	Stabilité	Précision	Rapidité
	↓	↗	↓

Remarque : On système de classe  $\alpha \geq 2$  n'est pas forcément instable s'il y a des remontées de phase.

Dernière mise à jour 14/11/2017	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY Cours
------------------------------------	---------------------------------------	-------------------------

### A.III.3 Correction dérivée

Cette correction est généralement accompagnée d'une correction proportionnelle.

Ce correcteur est irréalisable physiquement, il est issu de l'électronique, le degré du numérateur étant supérieur au degré du dénominateur.

#### A.III.3.a Fonction de transfert

$$C(p) = K_d p$$

$$[K_d] = s$$

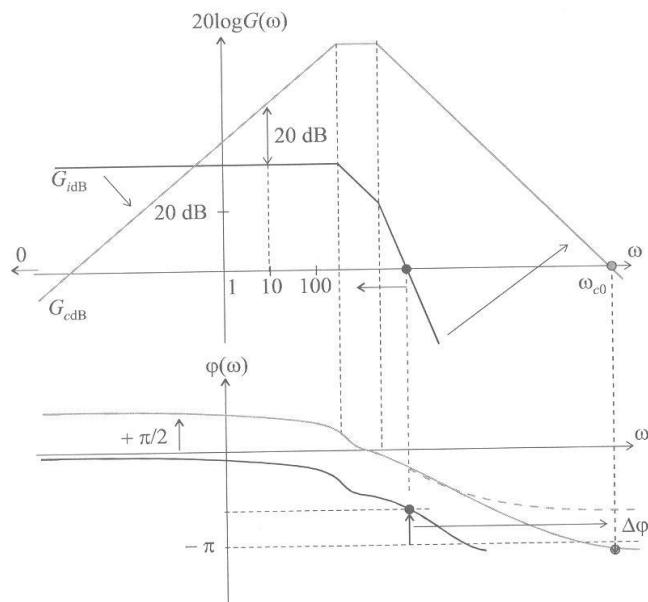
#### A.III.3.b Diagramme de Bode

Le diagramme de Bode issu d'une correction par action dérivée est modifié ainsi :

- On ajoute à la courbe de gain une courbe de pente 20dB/dec passant par le point

$$(\omega; G_{dB}) = (1; 20 \log K_d) \text{ ou } (\omega; G_{dB}) = \left( \frac{1}{K_d}; 0 \right)$$

- On translate la courbe de phase de  $90^\circ$  vers le haut



#### A.III.3.c Effets

- La phase état augmentée, la **stabilité** est améliorée (à mettre en balance de l'augmentation éventuelle de  $\omega_{c0}$  qui induit une diminution de la marge de phase en parallèle).
- La pulsation de coupure à 0 dB est augmentée, le temps de montée diminue. Le système est **plus rapide**. Attention toutefois, si la pulsation de coupure à 0 dB est initialement en dessous de 1 rd/s, l'intégrateur peut avoir un effet opposé sur la bande passante.
- On perd l'effet d'éventuelles intégrations permettant d'éliminer l'influence de perturbations. La classe du système est diminuée et la **précision** peut donc être diminuée.

Dernière mise à jour 14/11/2017	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY Cours
------------------------------------	---------------------------------------	-------------------------

$C(p) = p$	Stabilité	Précision	Rapidité
	↗	↘	↗

### A.III.4 Bilan des correcteurs seuls

D'une manière générale, on peut quantifier l'effet de chaque correction ainsi :

	Stabilité	Précision	Rapidité
$C(p) = K > 1$	↘	↗	↗ ( $\Delta t_{r5\%}$ )
$C(p) = \frac{1}{p}$	↘	↗	↘
$C(p) = p$	↗	↘	↗

### A.III.5 Correcteur PID

Généralement, on utilisera des correcteurs PID (Proportionnel – Intégral - Dérivée) dont la fonction de transfert est de la forme :

$$C(p) = K_p + \frac{K_i}{p} + K_d p = \frac{pK_p + K_i + K_d p^2}{p}$$

[http://public.iut-enligne.net/automatique-et-automatismes-industriels/verbeken/cours\\_au\\_mv/chapitre7/chap78.html](http://public.iut-enligne.net/automatique-et-automatismes-industriels/verbeken/cours_au_mv/chapitre7/chap78.html) Ce correcteur prend en compte à la fois l'écart (proportionnel), sa variation (dérivée) et la somme des variations passées (intégrale) pour corriger au mieux le système.

Des méthodes existent pour les régler au mieux, mais ce n'est pas l'objet du cours.

Dernière mise à jour 14/11/2017	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY Cours
------------------------------------	---------------------------------------	-------------------------

### A.III.6 Les correcteurs en pratique

Nous proposons dans ce paragraphe des schémas de réalisation de correcteurs en utilisant comme composants de base des amplificateurs opérationnels, des résistances, et des condensateurs.

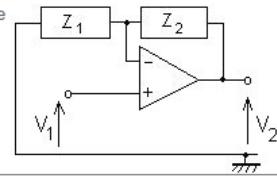
Un des deux montages de base utilisé est représenté ci-contre:

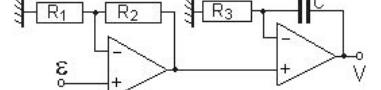
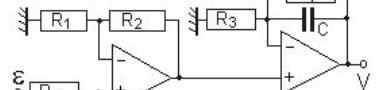
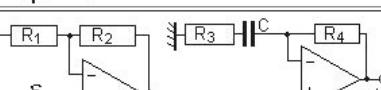
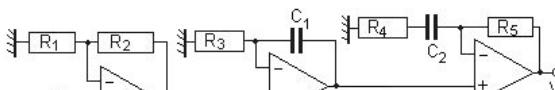
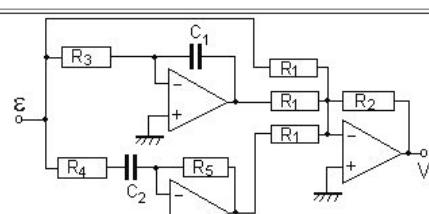
La fonction de transfert  $V_2 / V_1$  de ce montage est :

$$V_2 / V_1 = 1 + Z_2 / Z_1$$

D'autre part, on rappelle que l'impédance symbolique d'un condensateur est  $1 / C_p$  (voir le paragraphe 2.3.4).

Matérialisation des correcteurs classiques:



Correcteur P.I.	$R(p) = V(p)/e(p) = K(1 + 1/T_i p)$ $K = 1 + R_2/R_1$ $T_i = R_3 C$	
Correcteur à retard de phase	$R(p) = K(1 + bT_a p)/(1 + T_a p)$ $K = 1 + R_2/R_1$ $T_a = R_4 C$ $b = R_3/(R_3 + R_4)$	
Correcteur P.D. ou à avance de phase	$R(p) = K[1 + T_d p/(1 + dT_d p)]$ $K = 1 + R_2/R_1$ $T_d = R_4 C$ $d = R_3/R_4$	
Correcteur P.I.D. série	$R(p) = K(1 + 1/T_i p)(1 + T_d p/(1 + dT_d p))$ $K = 1 + R_2/R_1$ $T_i = R_3 C_1$ $T_d = R_5 C_2$ $d = R_4/R_5$	
Correcteur P.I.D. parallèle	$R(p) = K[1 + 1/T_i p + T_d p/(1 + dT_d p)]$ $K = R_2/R_1$ $T_i = R_3 C_1$ $T_d = R_5 C_2$ $d = R_4/R_5$	

[http://public.iut-enligne.net/automatique-et-automatismes-industriels/verbeken/cours\\_au\\_mv/chapitre7/chap78.html](http://public.iut-enligne.net/automatique-et-automatismes-industriels/verbeken/cours_au_mv/chapitre7/chap78.html)