Mettant un échelon en couple C_0 pendant un temps T :

$$\omega_m(t) = \frac{\eta C_0}{{J_{eq}}^e} t + \omega_m(0)$$

$$\omega_m(T) = \frac{\eta C_0}{{J_{eq}}^e} T$$

$$\omega_r(T) = k_r \frac{\eta C_0}{{J_{eq}}^e} T$$

Ainsi, après un temps de T secondes et un couple moteur constant valant C_0, la vitesse de rotation du récepteur vaut $k_r \frac{\eta C_0}{{J_{eq}}^e} T$.

A.VI. Choix du théorème à appliquer

A.VI.1 Critères de choix

Le théorème de l'énergie cinétique donne une équation issue du principe fondamental de la dynamique et présente l'avantage d'obtenir une relation quasi immédiate là ou l'application du PFD serait plus lourde (6 équations par isolement). Toutefois, cette relation ne peut être qu'une équation différentielle du mouvement sur une équation de mobilité reliant accélérations et actions entrée/sortie. La prise en compte des rendements lorsqu'ils sont connus est aisé avec ce théorème là où le PFD nécessiterait la modélisation fine des interactions surfaciques entre solides.

Le choix de la méthode dépend donc de ce que l'on cherche. Si on souhaite obtenir des actions de liaisons (dans des cas où les pertes sont négligées), il faut appliquer le PFD. Si on souhaite obtenir une équation différentielle du mouvement d'un problème à une mobilité liant accélérations et actions extérieures associées à la transmission de puissance, présentant ou non des pertes avec un rendement connu, l'application du TEC est à privilégier. Le PFD appliqué sur la bonne équation (ex : moment suivant $\vec{z}$) permet d'obtenir la même relation que celle du TEC.

Remarque : lorsque l'on isole seulement une partie d'un mécanisme, le TEC peut permettre de déterminer des actions de liaisons. Ce sont alors les actions associées à la mobilité, à la transmission de la puissance entre deux pièces mobiles (Ex : action au contact ponctuel entre deux roues dentées).

A.VI.2 Exemple

Soit un solide en rotation autour d'un axe $(O,\vec{z})$ de matrice d'inertie dans la base B:

$$I(O,S) = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_B$$

Un moteur applique le couple C_m sur l'axe. On suppose la liaison pivot parfaite entre S et 0. On néglige l'inertie du moteur. Le référentiel 0 est supposé Galiléen.

A.VI.2.a Application du PFD

$$\vec{\sigma}(O,S/0) = I(O,S)\vec{\Omega}(S/R_0) = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_B \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}^B = \begin{bmatrix} -E\dot{\theta} \\ -D\dot{\theta} \\ C\dot{\theta} \end{bmatrix}^B$$

$$\vec{V}(O,S/0) = \vec{0}$$

$$\vec{\delta}(O,S/0) = \left.\frac{d\vec{\sigma}(O,S/0)}{dt}\right)_0 = \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} -E\dot{\theta} \\ -D\dot{\theta} \\ C\dot{\theta} \end{bmatrix}^B$$

$$\vec{\delta}(O,S/0) = \begin{bmatrix} -E\ddot{\theta} \\ -D\ddot{\theta} \\ C\ddot{\theta} \end{bmatrix}^B$$

Le théorème du moment dynamique donne en projection sur $\vec{z}$ donne :

$$C\ddot{\theta} = C_m$$

A.VI.2.b Application du TEC

On isole le solide S dans le référentiel Galiléen :

$$\frac{dT(S/0)}{dt} = P_{ext} + P_{int}$$

$$T(S/0) = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 \quad ; \quad \frac{dT(S/0)}{dt} = J\dot{\theta}\ddot{\theta}$$

$$P_{int} = 0 \quad ; \quad P_{ext} = C_m\dot{\theta}$$

$$\rightarrow J\dot{\theta}\ddot{\theta} = C_m\dot{\theta}$$

Si $\dot{\theta} \neq 0$

$$J\ddot{\theta} = C_m$$

Remarque : J est bien le terme C, moment d'inertie de S autour de l'axe de rotation.