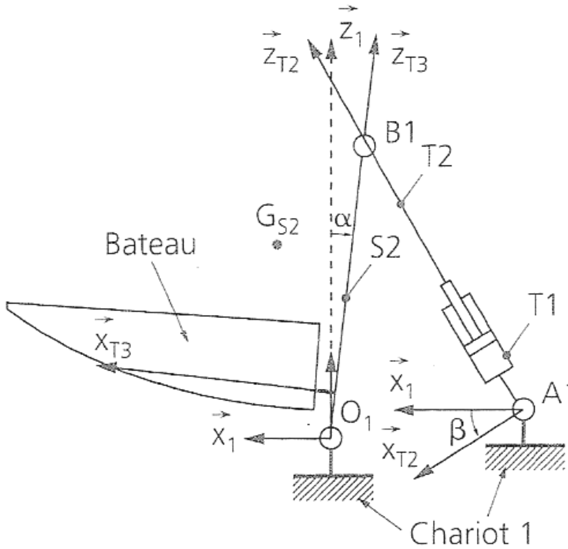
Dynamique : Chariot élévateur de bateau (X ENS 2012)

Les figures représentent un modèle plan du mécanisme permettant le basculement du bateau reposant sur les fourches du chariot.



Les solides pris en compte pour l'étude sont :

- ✓ (S2) en liaison pivot d'axe $(O_1, \vec{y}_1)$ par rapport au chariot (1) de centre de gravité G_{S2}.

  On a $\overrightarrow{O_1G_{S2}} = x_{G2}.\vec{x}_{T3} + z_{G2}.\vec{z}_{T3}$

  Le moment d'inertie de l'ensemble (S2) par rapport à l'axe $(O_1, \vec{y}_1)$ est noté J_{S2} et sa masse m_{S2} .

  La liaison pivot entre l'ensemble (S2) et le chariot génère un couple résistant $\vec{C}_\mu = -\mu.\dot{\alpha}.\vec{y}_0$.

- ✓ Un vérin équivalent $V = (T1, T2)$ dont le corps est en liaison pivot d'axe $(A_1, \vec{y}_1)$ par rapport au chariot (1) et la tige en liaison pivot d'axe $(B_1, \vec{y}_1)$ par rapport à l'ensemble (S2) .

  La masse et l'inertie du vérin sont négligées.

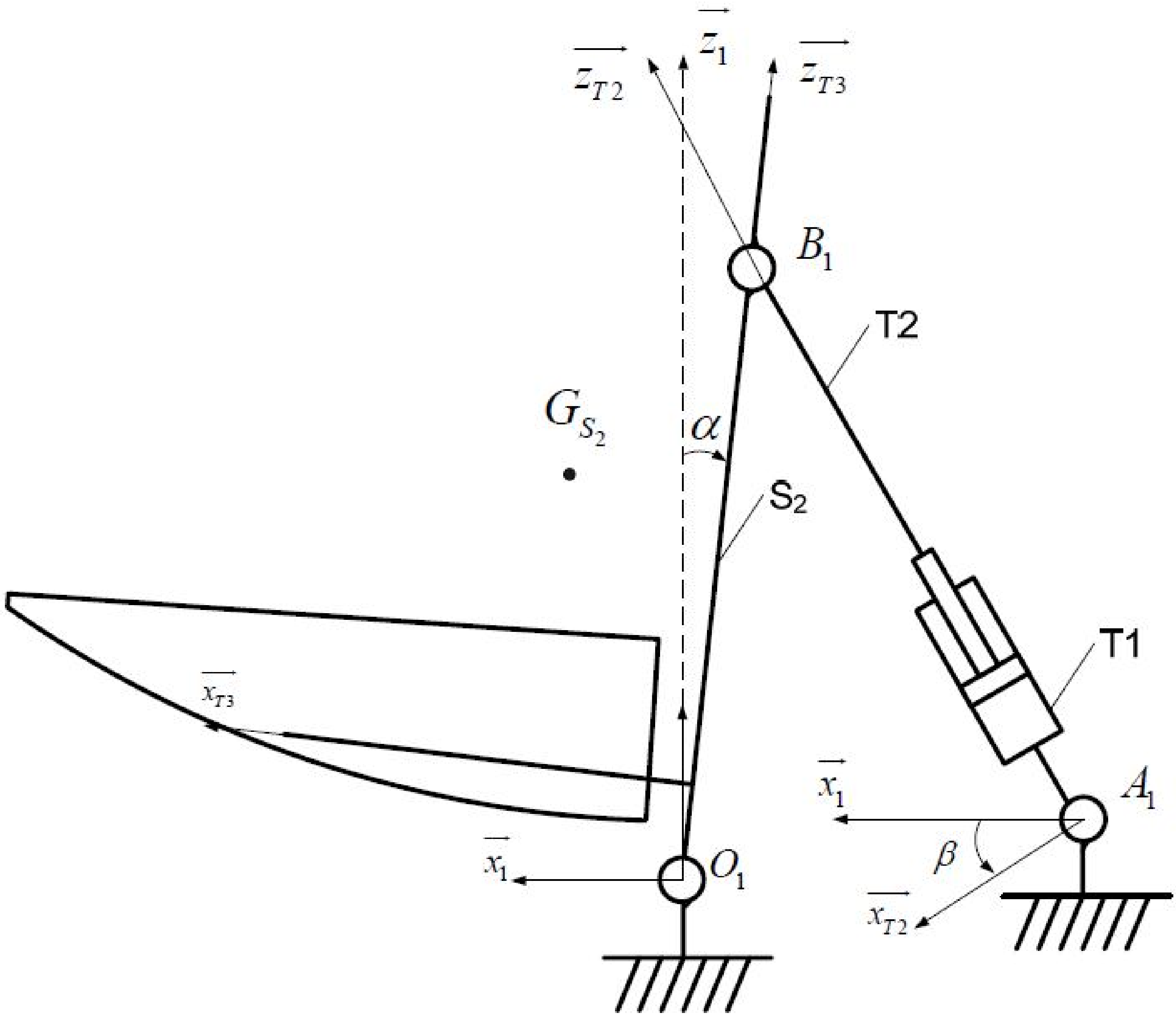
  Le vérin développe un effort au cours du mouvement qui sera noté $\vec{F}_V = p(t).S.\vec{z}_{T2}$ avec p(t) la différence de pression entre les deux chambres du vérin.

On pose $\overrightarrow{A_1B_1} = (\lambda_0 + \lambda).\vec{z}_{T2}$

Le paramétrage est tel que si $\alpha = 0$ alors $\lambda = 0$.

Une simulation a permis de tracer la courbe qui donne $\alpha(t)$ en fonction de $X(t)$ sur la plage de variation $\alpha(t)$ qui correspond au mouvement de basculement.

L'analyse de cette courbe nous permet d'approuver une relation linéaire sous la forme $\alpha(t) = k.\lambda(t)$ avec k une constante.



Question

En appliquant le théorème de l'énergie-puissance et en admettant que l'angle α est petit, montrer que $\alpha(t)$ et $p(t)$ sont liés par l'équation différentielle suivante :

$$J_{eq}.\ddot{\alpha}(t) + \mu.\dot{\alpha}(t) = \frac{S.p(t)}{k} + m_{S2}.g.x_{G2}$$