

TD cinématique : Véhicule à quatre roues

Un véhicule à quatre roues roulant sur une surface plane (S_0) est schématisé sur les deux figures données (la roue (2) n'est pas représenté sur la deuxième figure).

Au solide de référence (S_0) est fixé le repère $R(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

Le châssis (S) est un rectangle formé par les quatre points A_1, A_2, A_3 et A_4 .

Le repère $R(C, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est lié à (S) avec $(\vec{x}_0, \vec{x}) = \psi$.

C est le milieu de (A_3A_4) avec $\overrightarrow{A_4A_3} = 2.d.\vec{x}$ et $\overrightarrow{A_3A_2} = l.\vec{y}$.

Les quatre roues sont assimilées à des disques identiques, d'épaisseur négligeable, de rayon r .

Chaque roue (S_i) a pour centre A_i et pour axe une droite D_i située dans le plan de rectangle ($A_1A_2A_3A_4$).

Soit (A_i, \vec{q}_i) un axe lié à la roue (S_i) et situé dans son plan, on pose $(\vec{z}, \vec{q}_i) = \theta_i$.

Soit \vec{u}_1 un vecteur unitaire orientant l'axe de la roue avant (S_1), $(\vec{x}, \vec{u}_1) = (\vec{y}, \vec{v}_1) = \psi_1$

Chaque roue est en contact avec la surface plane en un point I_i .

On suppose que les roues roulent sans glisser sur la surface plane (S_0).

Soit I le centre instantané de rotation du mouvement de S par rapport à R_0 .

On pose $\overrightarrow{IC} = \rho.\vec{x}$ et $\vec{V}(C \in S / R_0) = V.\vec{y}$.

Avec V vitesse du véhicule et ρ rayon du virage.

Questions.

1. Dédurre des directions de $\vec{V}(A_1 \in S / R_0)$ et de $\vec{V}(A_4 \in S / R_0)$, la position du point I , centre instantané de rotation du mouvement de (S) par rapport à (R_0).
2. Expliquer comment on peut positionner la roue (2).
3. Rappel : on a $\vec{V}(I \in S / R_0) = \vec{0}$, en déduire une relation entre V , ρ et $\dot{\psi}$.
4. Soit R_1 la distance entre les points A_1 et I , en écrivant qu'il y a roulement sans glissement en I_1 , déterminer $\dot{\theta}_1$ en fonction de r , R_1 et $\dot{\psi}$.
5. Soit R_i la distance entre les points A_i et I , déterminer les vitesses de rotation $\dot{\theta}_i$ des roues (2), (3) et (4). Conclure.

