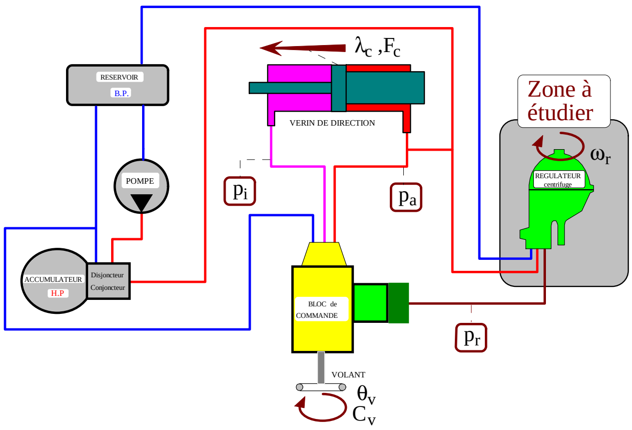
TD 1 : Régulateur centrifuge DIRAVI

Mise en situation et description

Le mécanisme de direction assistée DIRAVI étudié est décrit ci-dessous. Le schéma ci-dessous représente les différents constituants, ainsi que les connexions hydrauliques associées. En plus du classique système mécanique de direction (volant, colonne de direction, pignon, crémaillère...), l'ensemble d'assistance est constitué:

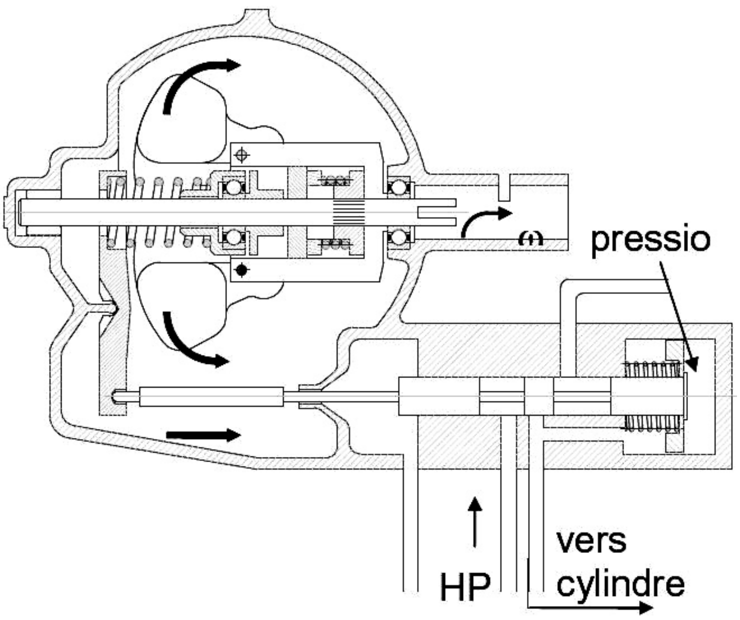
- ☞ D'une pompe hydraulique, associée à un réservoir d'huile, un accumulateur de pression et un bloc de régulation de débit / pression.
- ☞ D'un ensemble de commande qui détecte les actions exercées par le conducteur au niveau du volant et provoque le couple de rappel, celui-ci variant en fonction de la position du volant;
- ☞ D'un régulateur centrifuge, qui permet de faire varier le couple de rappel du volant en fonction de la vitesse du véhicule.

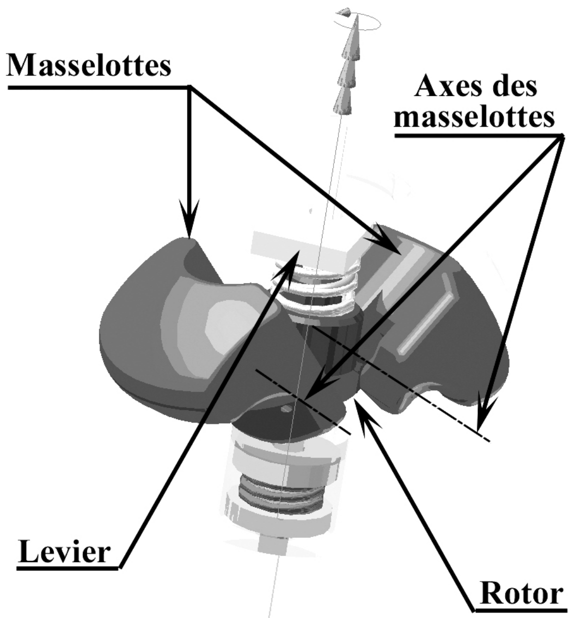


- ☞ D'un vérin hydraulique d'assistance ou vérin de direction,

Nous allons étudier le régulateur ci-contre qui est constitué :

- ☞ D'un rotor 1 qui est en liaison pivot sur le bâti 0 et qui tourne à une vitesse $\dot{\alpha}$ proportionnelle à la vitesse du véhicule
- ☞ De deux masselottes 2 articulées sur le rotor 1 sur des axes orthogonaux à l'axe de rotation du rotor
- ☞ D'un levier 3, qui actionné indirectement (via un ressort) par les masselottes, commandera à son tour un distributeur régulant la pression p_r de pilotage du boîtier de commande.

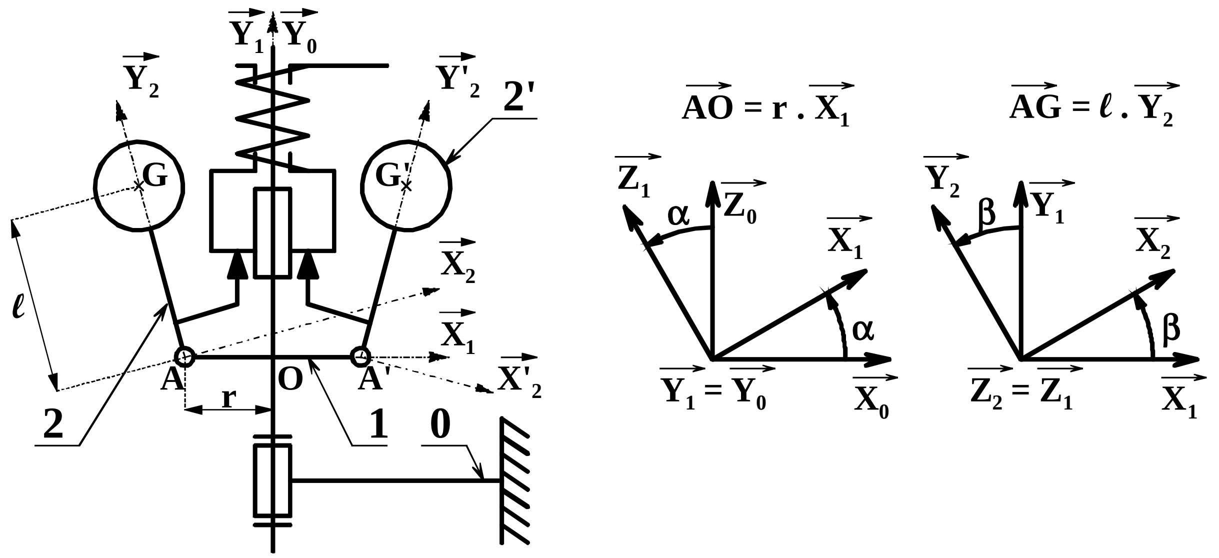




Objectif du problème

Le but du problème est de déterminer le torseur dynamique des masselottes 2 et 2' ainsi que l'énergie cinétique de l'ensemble {rotor + masselottes} afin de préparer une étude dynamique du système.

Paramétrage et schématisation du régulateur centrifuge



On pose :
- ☞ α : la position angulaire du rotor 1 par rapport au bâti 0.
- ☞ β : la position angulaire de la masselotte 2 par rapport au rotor 1.
- ☞ r : la distance entre l'axe du rotor et celui de la masselotte ($r = C^{te}$).
- ☞ ℓ : la distance entre l'axe de la masselotte et son centre d'inertie G ($\ell = C^{te}$).
- ☞ $R_0(\vec{X_0}, \vec{Y_0}, \vec{Z_0})$; $R_1(\vec{X_1}, \vec{Y_1}, \vec{Z_1})$; $R_2(\vec{X_2}, \vec{Y_2}, \vec{Z_2})$ et $R_{2'}(\vec{X_{2'}}, \vec{Y_{2'}}, \vec{Z_{2'}})$ les repères respectivement liés aux solides 0, 1, 2 et 2'.
- ☞ A_1 , B_1, C_1, $-D_1$, $-E_1$ et $-F_1$ les différents moments et produits d'inertie de la matrice d'inertie du solide 1 au point O dans le repère R_1.
- ☞ A_2 , B_2, C_2, $-D_2$, $-E_2$ et $-F_2$ les différents moments et produits d'inertie de la matrice d'inertie du solide 2 au point A dans le repère R_2.

Afin de simplifier les calculs, on suppose que :
- ☞ $\dot{\alpha}$: La vitesse angulaire du rotor 1 par rapport au bâti 0 est une constante
- ☞ $\dot{\beta}$: La vitesse angulaire de la masselotte 2 par rapport au rotor 1 est une constante

Travail demandé

1- Etant donné la forme des masselottes (voir page précédente) donner la forme de la matrice d'inertie $\overline{\overline{J_G(2)}}$ du solide 2 et en G dans le repère R_2.

2- Déterminer dans le repère R_2 les composantes en G du torseur cinétique de la masselotte 2 par rapport au repère R_0.

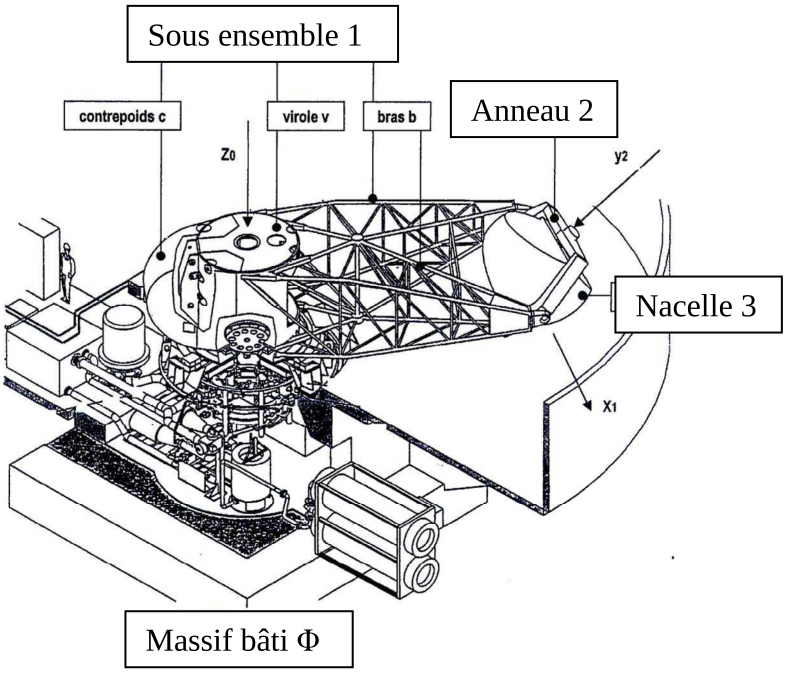
3- Déterminer l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble {rotor + masselottes} par rapport au repère R_0 . Sachant que l'on a toujours $\beta' = -\beta$ les énergies cinétiques des deux masselottes sont identiques.

4- Déterminer dans le repère R_2 les composantes en G du torseur dynamique de la masselotte 2 par rapport au repère R_0. En déduire en A les composantes dans R_2 de ce même torseur.

TD 2 : Centrifugeuse humaine

On s'intéresse à une centrifugeuse humaine dont on donne une description structurelle ainsi que la modélisation cinématique. Le système étudié est constitué de 4 éléments principaux :

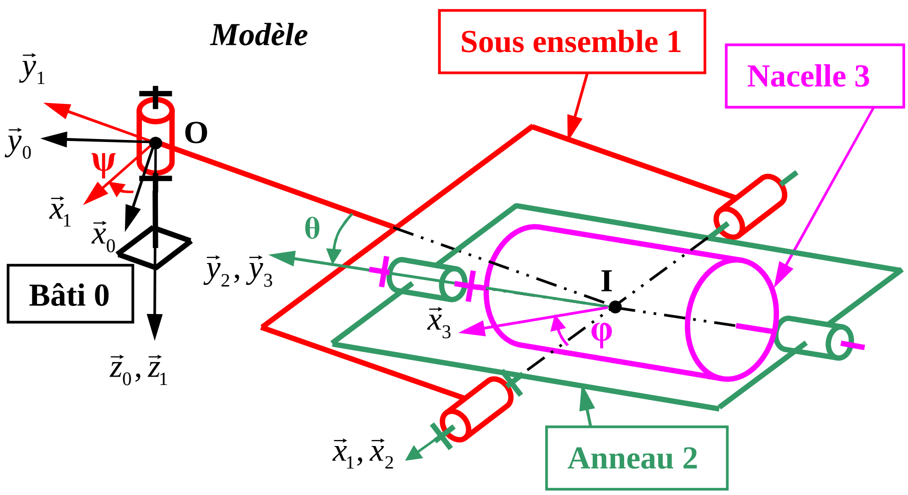
- un massif-bâti en béton Φ sur lequel est rigidement ancré un axe assurant le guidage en rotation du sous ensemble 1 autour d'un axe vertical,
- un sous ensemble 1 en rotation autour de l'axe vertical qui est composé d'un contrepoids c, d'une virole v et d'un bras en treillis tubulaire b,
- un anneau 2, interposé entre la nacelle et le bras, autorisant les rotations autour des 2 axes orthogonaux (roulis et tangage),
- une nacelle instrumentée 3 équipée du siège pour le pilote.



Aux 4 éléments précédents s'ajoutent des équipements complémentaires comme :

- un générateur de puissance hydraulique,
- un réducteur pouvant transmettre une puissance de l'ordre de 1MW pour le mouvement de rotation du sous ensemble 1 par rapport à 0,
- une motorisation embarquée pour les mouvements de rotation de roulis et de tangage,
- un système d'asservissement pour chaque actionneur.

Cette conception permet de lier de façon univoque, les profils de position (ou de vitesse relative) engendrés au niveau de chaque liaison à l'évolution temporelle des 3 composantes d'accélération que subit le pilote. Ainsi les consignes de position ou de vitesse à appliquer aux liaisons sont directement déduites de l'accélération à reproduire. La vitesse de rotation du bras détermine l'intensité de l'accélération imposée au pilote et l'orientation de la nacelle en roulis et tangage fixe la direction de l'accélération imposée au pilote.



Modélisation cinématique et paramétrage :

Sur le modèle on considère que :

- le repère $\mathcal{R}_o = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est lié au bâti Φ, ce repère sera considéré comme galiléen. Le champ de la pesanteur est définit par $\vec{g} = +g\ \vec{z}_0$,
- le repère $\mathcal{R}_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ est lié au sous ensemble 1 (composée du contrepoids c, de la virole v et du bras en treillis tubulaire b). La liaison 1/Φ est considérée comme une liaison pivot parfaite d'axe $(O, \vec{z}_0)$, sa position est paramétrée par l'angle $\psi(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$,
- le repère $\mathcal{R}_2 = (I, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est lié à l'anneau 2. La liaison 2/1 est considérée comme une liaison pivot parfaite d'axe $(I, \vec{x}_1)$, sa position est paramétrée par l'angle $\theta(t) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$, θ est appelé angle de roulis,
- le repère $\mathcal{R}_3 = (I, \vec{x}_3, \vec{y}_2, \vec{z}_3)$ est lié à la nacelle 3 dans laquelle prend place le pilote. La liaison 3/2 est considérée comme une liaison pivot parfaite d'axe $(I, \vec{y}_2)$ sa position est paramétrée par l'angle $\varphi(t) = (\vec{x}_2, \vec{x}_3)$

Données massiques :

- Sous ensemble (1) : Masse m_1, centre de gravité G_1 tel que $\overrightarrow{OG_1} = a\ \vec{y}_1$

  Matrice d'inertie $\bar{\bar{I}}_{G_1}(1) = \begin{bmatrix} A_1 & -F_1 & -E_1 \\ -F_1 & B_1 & -D_1 \\ -E_1 & -D_1 & C_1 \end{bmatrix}_{(G_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$

  Le plan $(O, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est un plan de symétrie pour le sous ensemble 1.
- Anneau (2) : Masse m_2, centre de gravité I tel que $\overrightarrow{OI} = -R\ \vec{y}_1$

  Matrice d'inertie $\bar{\bar{I}}_{I}(2) = \begin{bmatrix} A_2 & -F_2 & -E_2 \\ -F_2 & B_2 & -D_2 \\ -E_2 & -D_2 & C_2 \end{bmatrix}_{(I, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}$

  Les plans $(I, \vec{x}_2, \vec{y}_2)$ et $(I, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ sont des plans de symétrie pour le solide 2.
- Nacelle et pilote (3) : Masse m_3, le centre de gravité reste confondu avec le point I

  Matrice d'inertie $\bar{\bar{I}}_{I}(3) = \begin{bmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix}_{(I, \vec{x}_3, \vec{y}_2, \vec{z}_3)} = \begin{bmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix}_{(I, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}$

Q.1. En tenant compte des données du problème, définir la forme simplifiée de la matrice d'inertie du sous ensemble 1 en G_1 dans la base 1.

Q.2. Déterminer le torseur cinétique de 1/0 au point O du sous ensemble 1 dans son mouvement par rapport au repère 0.

Q.3. En tenant compte des données du problème, définir la forme simplifiée de la matrice d'inertie de l'anneau 2 en I dans la base 2.

Q.4. Déterminer le torseur cinétique de 2/0 au point I du solide 2 dans son mouvement par rapport au repère 0.

Q.5. Déterminer le torseur cinétique de 3/0 au point I du solide 3 dans son mouvement par rapport au repère 0.

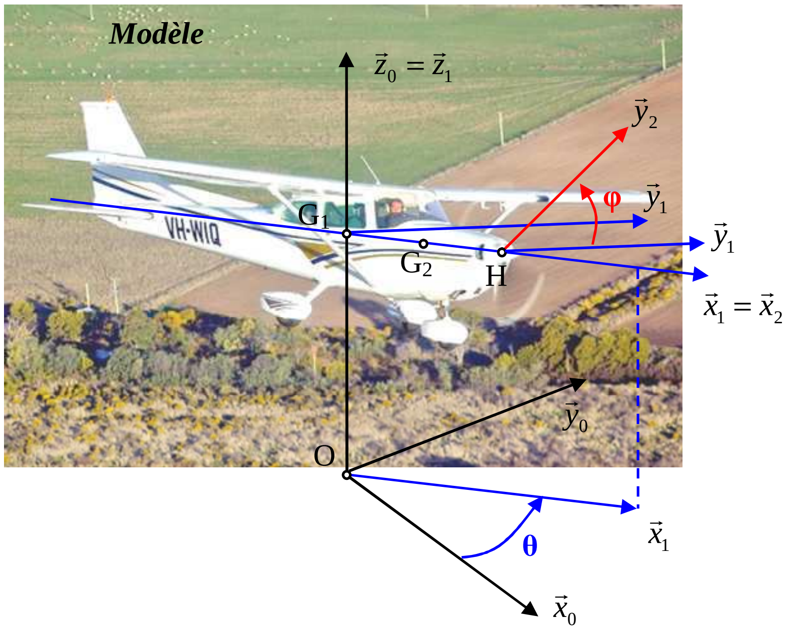
Q.6. En déduire le torseur cinétique de l'ensemble E_1=2+3 au point I dans son mouvement par rapport au repère 0.

Q.7. Déterminer le torseur dynamique de 1/0 au point O du sous ensemble 1 dans son mouvement par rapport au repère 0.

TD 3 : Avion léger a hélice

On s'intéresse à un avion léger à hélice dont on donne une description structurelle ainsi qu'une modèle cinématique en phase de vie de virage à plat.

Dans cette phase de vie, on suppose que l'avion est en régime moteur constant en vol horizontal d'abord rectiligne puis amorçant un virage à plat (action simplement sur le palonnier).



Modélisation cinématique :

- L'avion 1 auquel est associé le repère $\mathcal{R}_1 = (G_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est en vol horizontal par rapport à un référentiel galiléen lié au sol (repère $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$).A l'instant initial de l'étude, le pilote amorce un virage à plat et l'avion tourne autour de l'axe $(G_1, \vec{z}_1)$ d'un angle $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$.
- La partie rotorique 2 de l'avion, de masse m, est constituée de l'hélice et de l'arbre porte hélice, en liaison pivot d'axe $(H, \vec{x}_1)$ par rapport à l'avion 1 de paramètre $\varphi = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$. L'ensemble 2 à pour centre de gravité G_2. On donne $I_{G_2}(2) = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}$.

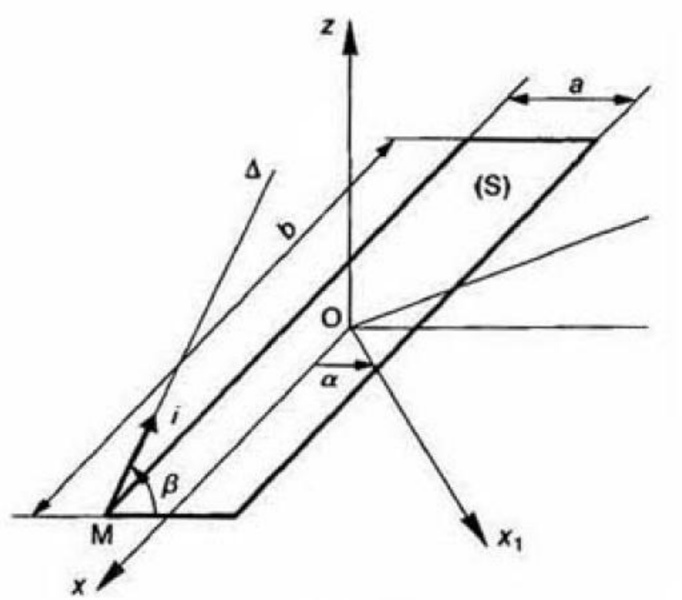
Q.1. Déterminer le moment cinétique de 2/0 au point G_2 du sous ensemble 2 dans son mouvement par rapport au repère $\mathcal{R}_0$.

Q.2. Déterminer le moment dynamique de 2/0 au point G_2 du sous ensemble 2 dans son mouvement par rapport au repère $\mathcal{R}_0$.

Q.3. On a $\varphi = \Omega.t$ avec Ω = cte >0 et $\theta = \omega.t$ avec ω = cte >0. Montrer que dans le cas où $B_2 = C_2$ (cas d'une hélice tripale), le moment dynamique se réduit à $\overrightarrow{\delta_{G_2,2/0}} = A_2.\omega\Omega.\vec{y}_1$.

TD 4 : Pale d'hélicoptère

Une pale d'hélicoptère est schématisée par une plaque rectangulaire (S) de largeur a, de longueur b et d'épaisseur négligeable. (S) est homogène, de masse m et de centre d'inertie O.



Soit $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ un repère lié à (S) tel que l'axe $(O,\vec{x})$ soit parallèle au plus grand côté du rectangle, et l'axe $(O,\vec{z})$ perpendiculaire au plan du rectangle.

Q1. Déterminer les moments d'inertie de (S) par rapport aux axes du repère $(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$.

Q2. Déterminer les moments et les produits d'inertie de (S) par rapport aux axes du repère $(M,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ tel que : $\overrightarrow{OM} = \frac{b}{2}\vec{x} - \frac{a}{2}\vec{y}$.

Q3. Déterminer la matrice d'inertie de (S) au point O, dans la base $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$.

Q4. Déterminer la matrice d'inertie de (S) au point O, dans la base $(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z})$,
telle que :$(\vec{x},\vec{x}_1) = \alpha$.

Q5. Déterminer la matrice d'inertie de (S) au point $M(\frac{b}{2},-\frac{a}{2},0)$, dans la base $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$.

Q6. Déterminer le moment d'inertie de (S) par rapport à l'axe de rotation de la pale $\Delta(M,\vec{\imath})$, tel que : $\vec{\imath} = \cos\beta\,\vec{y} + \sin\beta\,\vec{z}$.