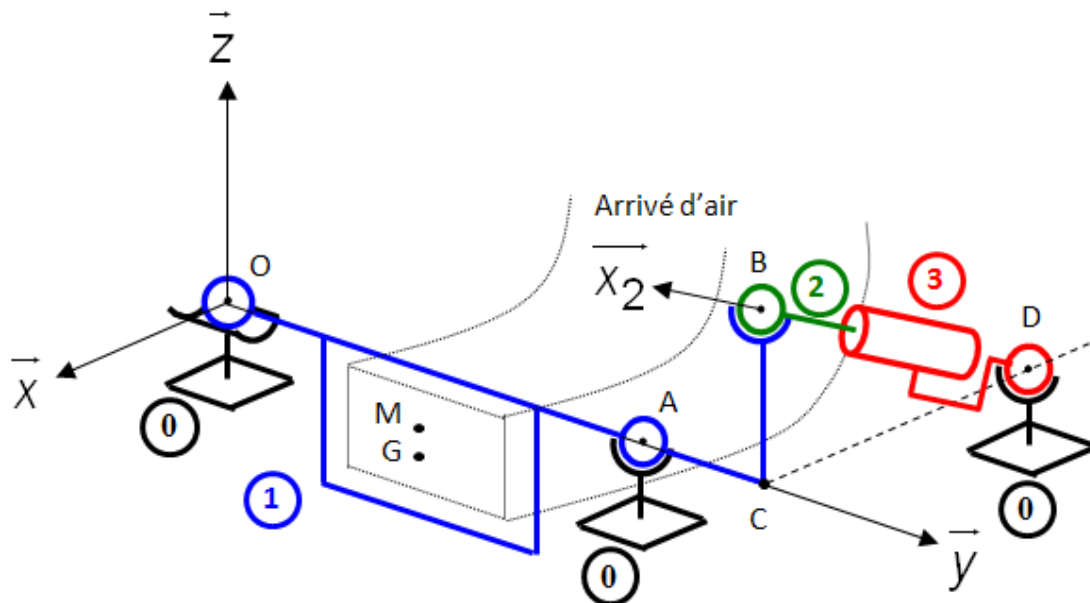


**PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE**
**Exercice 1 : BOUCHE DE CLIMATISATION**

On s'intéresse à une bouche de climatisation de bureau.

L'air climatisé arrive par le réseau d'air climatisé du bâtiment et est distribué par plusieurs bouches. Le débit d'air entrant sur chaque bouche est initialement réglé par l'intermédiaire d'un clapet dont l'ouverture est maîtrisée par un vérin.

Le schéma cinématique du système de réglage du débit d'air dans la position « clapet fermé » ( $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ) est donné ci-dessous :



Constituants et paramétrage :

- Le repère  $R_0 = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  est lié au conduit 0 considéré comme fixe.
- Le repère  $R_2 = (D, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  est lié à la tige du vérin 2, avec  $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_2)$  et  $\vec{AB} = c \cdot \vec{y} + d \cdot \vec{z}$

Hypothèses :

- Les liaisons sont considérées comme parfaites.
- L'action de la pesanteur sur les différents solides sera négligée sauf pour le clapet 1 de masse  $M$  et de centre de gravité  $G$  tel que  $\vec{OG} = a \cdot \vec{y} - h \cdot \vec{z}$ .

Données :

- $\vec{OA} = 2 \cdot a \cdot \vec{y}$        $\vec{OM} = a \cdot \vec{y} - f \cdot \vec{z}$   
 $a = 50 \text{ cm}, h = 50 \text{ cm}, c = 15 \text{ cm}, d = 30 \text{ cm}, f = 40 \text{ cm}$
- Action de la tige du vérin 2 sur le clapet 1 :  $\left\{ \mathbf{T}_{2 \rightarrow 1} \right\}_B = \begin{Bmatrix} X_{2 \rightarrow 1} \cdot \vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$
- Action de l'air sur le clapet 1 :  $\left\{ \mathbf{T}_{a \rightarrow 1} \right\}_M = \begin{Bmatrix} F_a \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$  avec  $F_a = 150 \text{ N}$

**Objectif :** Déterminer, dans la position du système « clapet fermé », la valeur de l'action mécanique de l'actionneur sur le clapet.

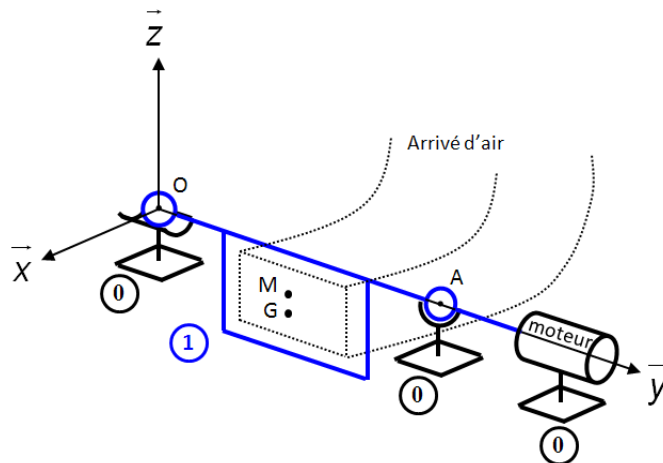
Question 1 : Justifier, à l'aide du Principe Fondamental de la Statique appliqué sur l'ensemble  $E=\{2+3\}$ , la forme du torseur  $\{T_{2 \rightarrow 1}\}$ .

Question 2 : Déterminer, en appliquant le PFS sur le ou les isolements de votre choix, l'expression de  $X_{2 \rightarrow 1}$  en fonction de  $F_a$  et des dimensions du système lorsque le système est dans la position « clapet fermé ».

Question 3 : Faire l'application numérique.

Le concepteur du système de réglage du débit d'air souhaite remplacer le vérin par un moteur électrique pour commander l'ouverture du clapet.

Le schéma cinématique du système est alors le suivant :

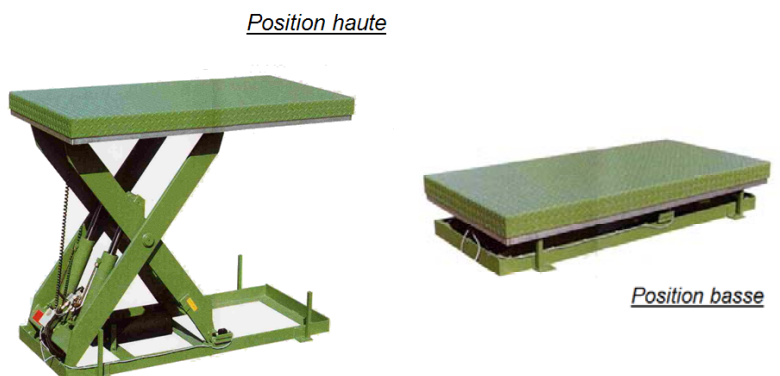


Question 4 : Déterminer, en appliquant le PFS sur le ou les isolements de votre choix, l'expression du couple moteur  $C_m$  en fonction de  $F_a$  et des dimensions du système lorsque le système est dans la position « clapet fermé ».

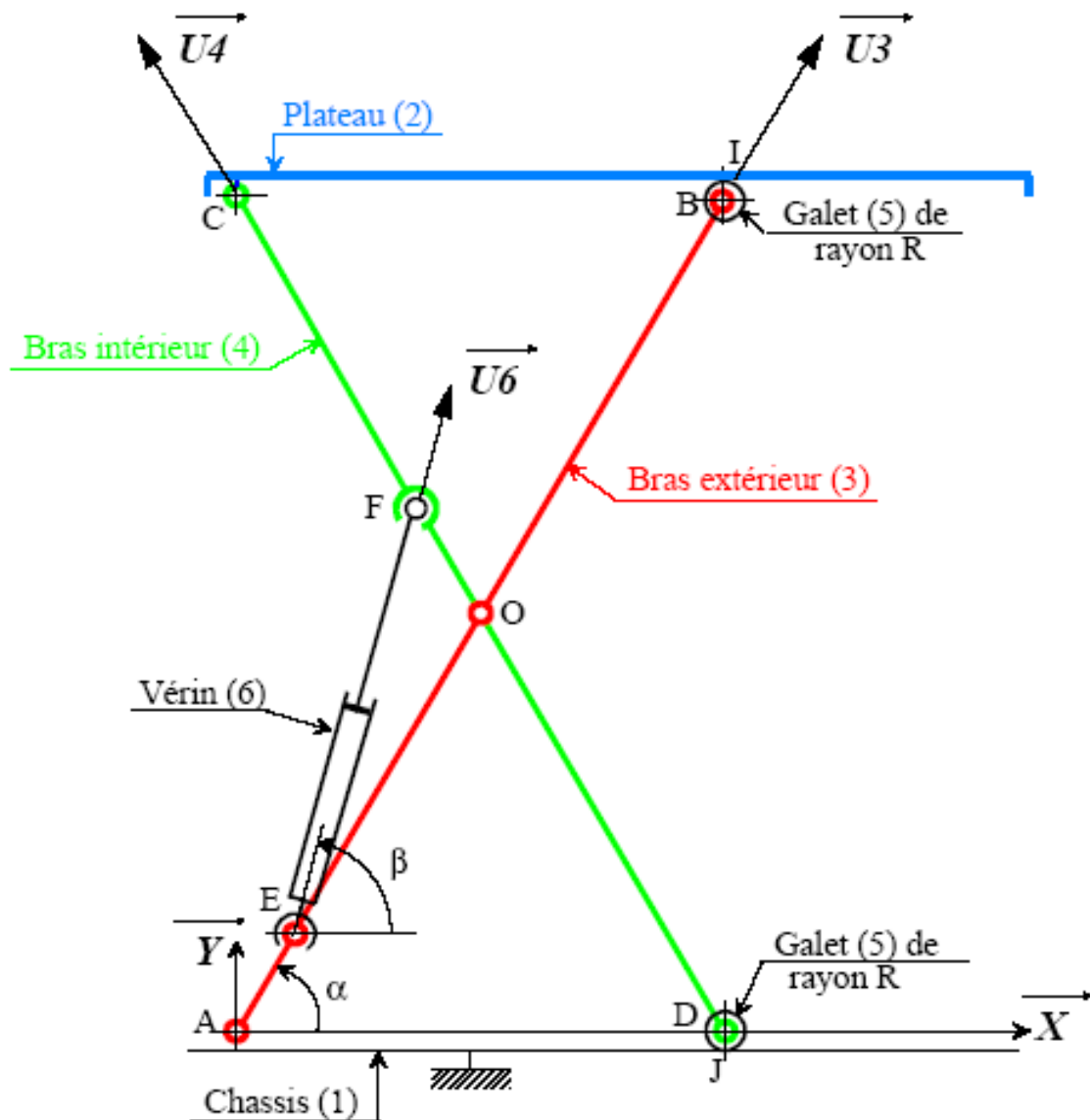
Question 5 : Faire l'application numérique.

**Exercice 2 : TABLE ÉLÉVATRICE**

On s'intéresse à une table élévatrice permettant de faciliter la manutention de charges lourdes.



Le schéma cinématique de la table est donné ci-dessous :



#### Constituants :

- Le bras extérieur 3 est en liaison pivot d'axe  $(A, \vec{Z})$  avec le châssis 1 et en liaison pivot d'axe  $(B, \vec{Z})$  avec un galet 5 de rayon R. Le galet 5 roule sans glisser sur le plateau 2 au point I.
- Le bras intérieur 4 est en liaison pivot d'axe  $(C, \vec{Z})$  avec le plateau 2 et en liaison pivot d'axe  $(D, \vec{Z})$  avec un galet 5' de rayon R. Le galet 5' roule sans glisser sur le châssis 1 au point J.
- Le bras 3 est en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{Z})$  avec le bras 4.
- Le plateau peut translater verticalement grâce à un vérin hydraulique 6c+6t. Ce vérin est en liaison rotule en E avec le bras 3 et en F avec le bras 4.

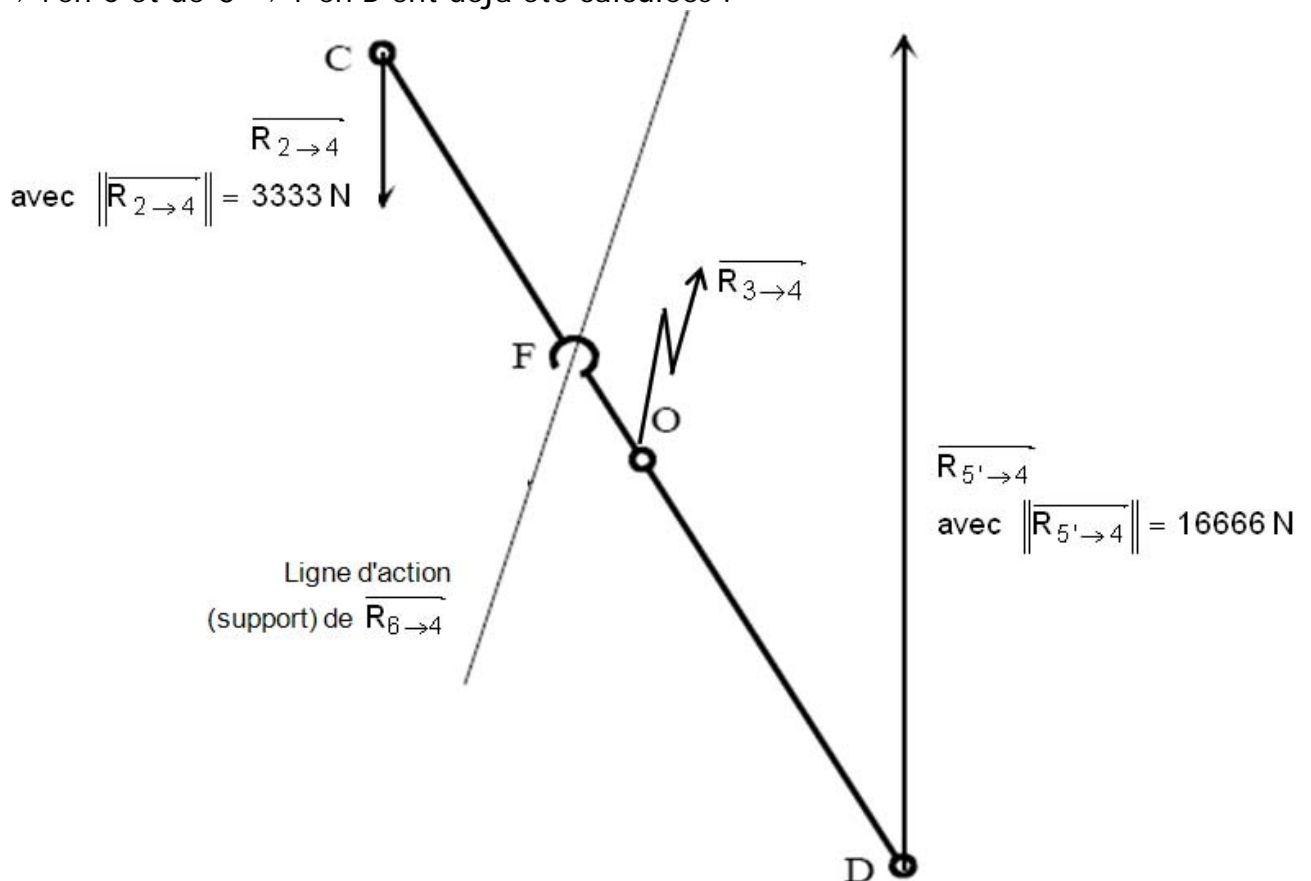
Hypothèses et données :

- Le plateau est arrêté à une position  $\alpha = \alpha_a$ .
- Les différentes liaisons sont supposées parfaites.
- Seul le poids du plateau 2 (de masse  $m$ ) sera pris en compte. On donne  $\overline{CG} = L\overline{X} + H\overline{Y}$  avec  $G$ , centre de gravité du plateau.
- Le problème est considéré comme plan  $(\overline{X}, \overline{Y})$ .
- $\|\overline{AO}\| = \|\overline{OB}\| = \|\overline{DO}\| = \|\overline{OC}\| = a$

**Objectif :** Déterminer la pression de l'huile dans la chambre arrière du vérin pour maintenir le système en équilibre dans une position donnée.

Question 1 : Déterminer, en appliquant le Principe Fondamental de la Statique à 2,  $\overline{R_{5 \rightarrow 2}}$  et  $\overline{R_{4 \rightarrow 2}}$  en fonction de  $m, g, \alpha, a$  et  $L$ .

Dans la position d'équilibre du système étudié, les résultantes de l'action mécanique de  $2 \rightarrow 4$  en C et de  $5' \rightarrow 4$  en D ont déjà été calculées :

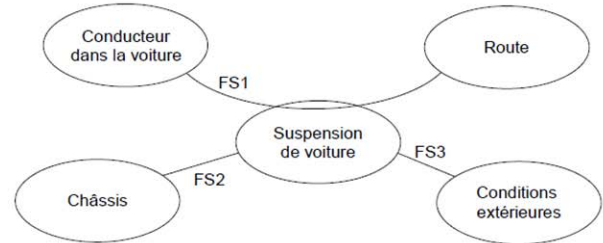


Question 2 : Déterminer, en appliquant le Principe Fondamental de la Statique à 4, la norme et le sens de  $\overline{R_{6 \rightarrow 4}}$ . Les moments d'actions mécaniques seront calculés par la méthode du bras de levier en mesurant directement les distances utiles sur le schéma.

Question 3 : Déterminer, en appliquant le Principe Fondamental de la Statique à la tige 6t, la pression  $p$  de l'huile dans la chambre arrière du vérin en fonction du diamètre  $D$  du piston.

**Exercice 3 : SUSPENSION AUTOMOBILE**

On s'intéresse à une suspension automobile dont on donne ci-dessous un extrait du cahier des charges fonctionnel.



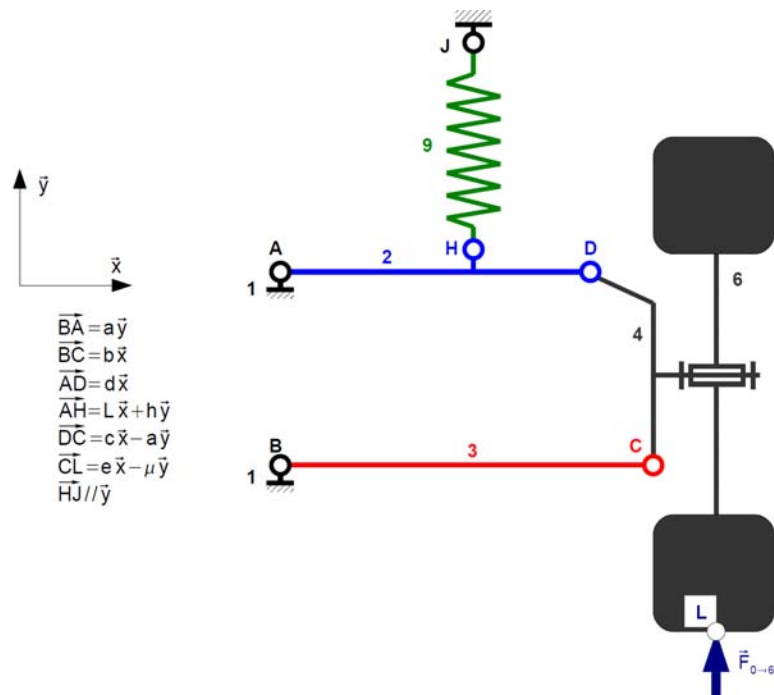
FS1 : ne pas faire ressentir au conducteur les perturbations de la route  
 FS2 : s'adapter au châssis  
 FS3 : résister aux conditions extérieures

Fonction	Critère	Niveau
FS1	...	...
	Affaissement statique maximal	12 cm
	...	...

L'affaissement statique correspond à la variation de longueur des ressorts d'amortisseurs lors de leur écrasement sous le propre poids de la voiture.

La figure ci-contre représente le schéma cinématique de la suspension, en vue de face de la voiture :

- 1 est le châssis de la voiture ;
- 9 est le ressort ;
- 0 est la route.



Hypothèses et données :

$$\begin{aligned} \vec{BA} &= a\vec{y} \\ \vec{BC} &= b\vec{x} \\ \vec{AD} &= d\vec{x} \\ \vec{AH} &= L\vec{x} + h\vec{y} \\ \vec{DC} &= c\vec{x} - a\vec{y} \\ \vec{CL} &= e\vec{x} - \mu\vec{y} \\ HJ & // \vec{y} \end{aligned}$$

- le problème est plan ;
- l'action de la pesanteur est négligée sauf sur le châssis de la voiture;
- toutes les liaisons sont parfaites ;
- l'action du sol sur la roue est modélisée au point L par un torseur glisseur dont la résultante est :  $\vec{R}_{0 \rightarrow 6} = F_{0 \rightarrow 6} \cdot \vec{y}$ .

$F_{0 \rightarrow 6}$  représente le quart du poids de la voiture ( $m = 2200 \text{ kg}$ ), qui est considéré comme étant réparti également sur les quatre roues.

- l'action du ressort 9 sur 2 est modélisable par :

$$\left\{ \begin{matrix} \vec{T}_{9 \rightarrow 2} \\ H \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} -k \cdot (\Delta l) \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\} \text{ avec } k = 100\,000 \text{ N/m}$$

- $a = 16 \text{ cm}, b = 33 \text{ cm}, c = 8 \text{ cm}, d = 25 \text{ cm}, h = 3 \text{ cm}, L = 15 \text{ cm}, e = 9 \text{ cm}, \mu = 18 \text{ cm}$

**Objectif :** Vérifier le critère de la fonction FS1.

Question 1 : Justifier, à l'aide du Principe Fondamental de la Statique appliqué à 3, que  $Y_{4 \rightarrow 3} = 0$ .

Question 2 : Déterminer, en appliquant le Principe Fondamental de la Statique à l'ensemble  $E=4+6$  au point D, les trois équations scalaires liant les composantes d'actions mécaniques et les dimensions du système.

Question 3 : Déterminer, en appliquant le Principe Fondamental de la Statique à 2 au point A, les trois équations scalaires liant les composantes d'actions mécaniques et les dimensions du système.

Question 4 : En déduire une relation entre  $F_{0 \rightarrow 6}$ ,  $\Delta \ell$  et les dimensions du système. Faire l'application numérique.

Question 5 : Conclure quant au respect du critère de la fonction FS1.

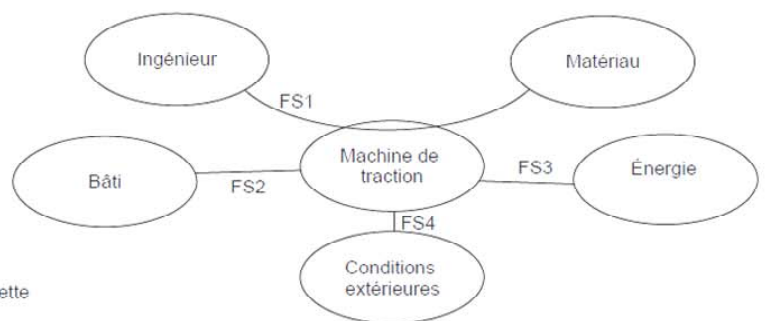
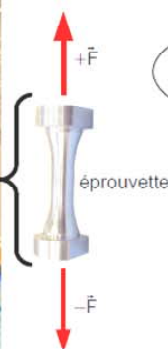
### Exercice 4 : MACHINE DE TRACTION

On s'intéresse à une machine de traction qui a pour objectif de déformer en traction une éprouvette afin de connaître le comportement du matériau qui la constitue.

L'éprouvette est serrée entre deux mandrins et le déplacement d'un des deux mandrins, lors de la phase d'essais, permet de tirer sur l'éprouvette.



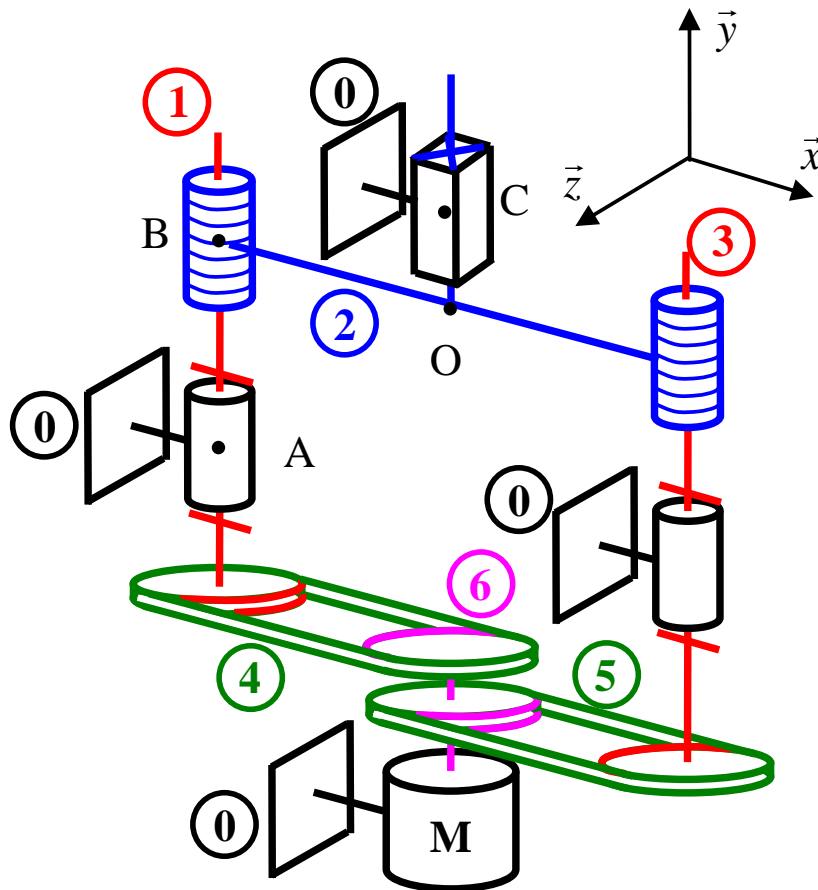
Mandrins



- FS1 : permettre à l'ingénieur de connaître le comportement du matériau
- FS2 : s'adapter au bâti
- FS3 : s'adapter à l'énergie
- FS4 : résister aux conditions extérieures

Fonction	Critère	Niveau
FS1	...	...
	Force de traction	$\ \vec{F}\  \geq 20\,000\text{ N}$
	...	...

Le schéma cinématique de la machine de traction est donné ci-dessous :



Constituants :

- un moteur (stator 0, rotor 6) délivrant un couple  $C = 20 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,
- deux courroies 4 et 5,
- deux vis 1 et 3 de pas à droite  $p = 3 \text{ mm}$ ,
- le mandrin supérieur 2.

Hypothèses :

- toutes les liaisons sont parfaites.
- l'action de la pesanteur est négligée.

Données :

- L'éprouvette exerce sur la pièce 2 une action mécanique modélisée par le glisseur :

$$\{T_{ep \rightarrow 2}\} = \underset{O}{\begin{Bmatrix} -F \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}}$$

- La courroie 4 exerce sur 1, grâce à l'action du moteur, une action mécanique modélisée par le torseur :

$$\{T_{4 \rightarrow 1}\} = \underset{A}{\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ M_{4 \rightarrow 1} \cdot \vec{y} \end{Bmatrix}}$$

- $\overline{AB} = L \cdot \vec{y}$  ;  $\overline{BO} = D \cdot \vec{x}$  ;  $\overline{OC} = h \cdot \vec{y}$

**Objectif :** Vérifier le critère de la fonction FS1.

Pour des raisons de symétrie, on ne s'intéresse dans la suite qu'à la moitié de gauche de la machine de traction, c'est-à-dire aux solides 0, 1 et 2.

Question 1 : Etablir le graphe de structure du système de la partie du système étudiée : solides 0, 1 et 2.

Question 2 : Déterminer, en appliquant le Principe Fondamental de la Statique à 2 au point B, les six équations scalaires liant les composantes d'actions mécaniques et les dimensions du système.

Question 3 : Déterminer, en appliquant le Principe Fondamental de la Statique à 1 au point B, les six équations scalaires liant les composantes d'actions mécaniques et les dimensions du système.

Question 4 : En déduire une relation entre  $F$ ,  $M_{4 \rightarrow 1}$  et les dimensions du système.

La courroie 4 s'enroule sans glisser autour de deux poulies de même rayon liées à 1 et 6. Le couple délivré par le moteur est tel que :  $|C| = |M_{4 \rightarrow 1}| + |M_{6 \rightarrow 3}| = 2 \cdot |M_{4 \rightarrow 1}|$

Question 5 : Conclure quant au respect du critère de la fonction FS1.