PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE

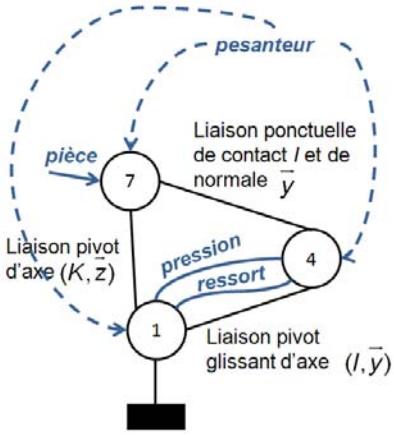
Exercice 1 : ECHELLE E.P.A.S

Exercice 2 : CONSOLE PORTANTE DE BATEAU

Exercice 3 : BRIDE HYDRAULIQUE

Question 1 : *Déterminer, en appliquant le PFS sur le ou les isolements de votre choix, l'expression de p en fonction de l'effort presseur F, k et des dimensions du système.*

Nous sommes dans le cas d'un problème plan. L'isolement de l'ensemble E=4+7 ne nous permettra pas de déterminer les 4 composantes d'actions mécaniques inconnues (2 inconnues pour la liaison pivot et 2 inconnues pour la liaison pivot glissant) car les PFS nous donne 2 équations scalaires.



Nous devons donc faire 2 isolements successifs :

- Isolement de 7 $\rightarrow$ pour déterminer l'$AM_{4\rightarrow 7}$ en fonction de l'effort presseur F.
- Isolement de 4 $\rightarrow$ pour déterminer p en fonction de l'$AM_{7\rightarrow 4}$.

Isolement de 7

BAME sur 7 :

$AM_{1\rightarrow 7}$

$AM_{pièce\rightarrow 7}$

$AM_{pesanteur\rightarrow 7}$ (négligée)

$AM_{4\rightarrow 7}$

Ces AM sont modélisables par :

$$\{\mathrm{T}_{1\rightarrow 7}\} = {}_K\begin{Bmatrix} X_{1\rightarrow 7}\cdot\vec{x} + Y_{1\rightarrow 7}\cdot\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$ Problème plan $(\vec{x},\vec{y})$

$$\{\mathrm{T}_{pièce\rightarrow 7}\} = {}_J\begin{Bmatrix} F\cdot\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \qquad \{\mathrm{T}_{4\rightarrow 7}\} = {}_I\begin{Bmatrix} Y_{4\rightarrow 7}\cdot\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

L'application du théorème du moment statique en K et en projection sur $\vec{y}$ nous permet d'obtenir directement une relation entre F et $Y_{4\rightarrow 7}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\overrightarrow{M_{K,\bar{7}\rightarrow 7}}\cdot\vec{z} = 0}$

Avec :

$$\overrightarrow{M_{K,\bar{7}\rightarrow 7}}\cdot\vec{z} = \overrightarrow{M_{K,1\rightarrow 7}}\cdot\vec{z} + \overrightarrow{M_{K,pièce\rightarrow 7}}\cdot\vec{z} + \overrightarrow{M_{K,4\rightarrow 7}}\cdot\vec{z}$$

Or :

$$\overrightarrow{M_{K,1\rightarrow 7}}\cdot\vec{z} = 0$$

$$\overrightarrow{M_{K,pièce\rightarrow 7}}\cdot\vec{z} = (\underbrace{\overrightarrow{M_{J,pièce\rightarrow 7}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{KJ}\wedge\overrightarrow{R_{pièce\rightarrow 7}})\cdot\vec{z} = \left((a\cdot\vec{x} + ?\cdot\vec{y})\wedge F\cdot\vec{y}\right)\cdot\vec{z} = \underline{a\cdot F}$$

$$\overrightarrow{M_{K,4\to 7}}\cdot\vec{z}=(\underbrace{\overrightarrow{M_{I,4\to 7}}}_{\vec{0}}+\overrightarrow{KI}\wedge\overrightarrow{R_{4\to 7}})\cdot\vec{z}=\left((b\cdot\vec{x}+?\cdot\vec{y})\wedge Y_{4\to 7}\cdot\vec{y}\right)\cdot\vec{z}=b\cdot Y_{4\to 7}$$

Donc :

$$b\cdot Y_{4\to 7}+a\cdot F=0 \;\Rightarrow\; \boxed{Y_{4\to 7}=-\frac{a\cdot F}{b}}$$

Isolement de 4

BAME sur 4 :

$AM_{7\to 4}$

$AM_{pesanteur\to 4}$ (négligée)

$AM_{1\to 4}$

$AM_{ressort\to 4}$

$AM_{pression\to 4}$

Ces AM sont modélisables par :

$$\{\mathrm{T}_{7\to 4}\}=-\{\mathrm{T}_{4\to 7}\}={}_I\begin{Bmatrix}\dfrac{a\cdot F}{b}\cdot\vec{y}\\ \vec{0}\end{Bmatrix}$$ théorème des actions réciproques

$$\{\mathrm{T}_{1\to 4}\}={}_{\forall P\in(I,\vec{y})}\begin{Bmatrix}X_{1\to 4}\cdot\vec{x}\\ N_{P,1\to 4}\cdot\vec{z}\end{Bmatrix}$$ Problème plan $(\vec{x},\vec{y})$

$$\{\mathrm{T}_{ressort\to 4}\}={}_{\forall P\in(I,\vec{y})}\begin{Bmatrix}-\left|k\cdot(L_0-L)\right|\cdot\vec{y}\\ \vec{0}\end{Bmatrix} \qquad \{\mathrm{T}_{pression\to 4}\}={}_{\forall P\in(I,\vec{y})}\begin{Bmatrix}p\cdot S\cdot\vec{y}\\ \vec{0}\end{Bmatrix}$$

L'application du théorème de la résultante statique en projection sur $\vec{y}$ nous permet d'obtenir directement une relation entre F, k, p et les dimensions du système.

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{R_{\bar{4}\to 4}}\cdot\vec{y}=0}$$

Avec :

$$\overrightarrow{R_{\bar{4}\to 4}}\cdot\vec{y}=\overrightarrow{R_{7\to 4}}\cdot\vec{y}+\overrightarrow{R_{1\to 4}}\cdot\vec{y}+\overrightarrow{R_{ressort\to 4}}\cdot\vec{y}+\overrightarrow{R_{pression\to 4}}\cdot\vec{y}$$

Ce qui nous conduit à :

$$\frac{a\cdot F}{b}-\left|k\cdot(L_0-L)\right|+p\cdot S=0 \;\Rightarrow\; \boxed{p=\frac{\left|k\cdot(L_0-L)\right|-\dfrac{a\cdot F}{b}}{S}}$$

Question 2 : *En déduire la valeur minimale de la pression p permettant le respect du critère de la fonction FP1.*

Pour respecter le critère du cahier des charges, il faut une pression :

$$p\geq\frac{\left|k\cdot(L_0-L)\right|-\dfrac{a\cdot F}{b}}{S} \;\Rightarrow\; p\geq\frac{\left|10\cdot(20\cdot 10^{-3}-16\cdot 10^{-3})\right|-\dfrac{-32\cdot 10^{-3}\cdot 4000}{33\cdot 10^{-3}}}{\pi\cdot(30\cdot 10^{-3})^2} \;\Rightarrow\; \boxed{p\geq 14\ bar}$$