LOIS ENTREE-SORTIE DES TRAINS D'ENGRENAGES EPICYLOÏDAUX

CORRIGE

Exercice 1 : DIFFÉRENTES CONFIGURATIONS D'UN TRAIN ÉPICYCLOÏDAL

Question 1 : *Compléter les tableaux suivants représentant les différentes configurations possibles de ce train.*

Satellite	Porte satellite	Planétaire A	Planétaire B	Relation de Willis	Raison de base du train
2	4	1	3	$\omega_{1/0} - \lambda.\omega_{3/0} + (\lambda - 1).\omega_{4/0} = 0$	$\lambda = \left.\frac{\omega_{1/0}}{\omega_{3/0}}\right\|_{\omega_{4/0}=0} = (-1)^1.\frac{Z_{2_a}}{Z_1}.\frac{Z_3}{Z_{2_b}}$

- Pour déterminer le rapport de transmission d'un train épicycloïdal, il faut :
1) écrire la relation de Willis et calculer la raison de base sans tenir compte du fait que certaines entrées sont bloquées ou ont une vitesse imposée ;
2) puis simplifier la relation obtenue en tenant compte de ces particularités.

Pièce d'entrée	Pièce de sortie	Pièce fixe/bâti 0	Relation de Willis simplifiée avec e et s, et en tenant compte de la pièce qui est fixe	Rapports de transmission : $i = \frac{\omega_{e/0}}{\omega_{s/0}}$
1	3	4	$\omega_{e/0} - \lambda.\omega_{s/0} = 0$	$i = \frac{\omega_{e/0}}{\omega_{s/0}} = \lambda$
1	4	3	$\omega_{e/0} + (\lambda - 1).\omega_{s/0} = 0$	$i = \frac{\omega_{e/0}}{\omega_{s/0}} = 1 - \lambda$
3	1	4	$\omega_{s/0} - \lambda.\omega_{e/0} = 0$	$i = \frac{\omega_{e/0}}{\omega_{s/0}} = \frac{1}{\lambda}$
3	4	1	$-\lambda.\omega_{e/0} + (\lambda - 1).\omega_{s/0} = 0$	$i = \frac{\omega_{e/0}}{\omega_{s/0}} = \frac{\lambda - 1}{\lambda}$
4	1	3	$\omega_{s/0} + (\lambda - 1).\omega_{e/0} = 0$	$i = \frac{\omega_{e/0}}{\omega_{s/0}} = \frac{1}{1 - \lambda}$
4	3	1	$-\lambda.\omega_{s/0} + (\lambda - 1).\omega_{e/0} = 0$	$i = \frac{\omega_{e/0}}{\omega_{s/0}} = \frac{\lambda}{\lambda - 1}$
4, 3	1		$\omega_{s/0} - \lambda.\omega_{e1/0} + (\lambda - 1).\omega_{e2/0} = 0$	

Exercice 2 : SÉCATEUR PELLENC

Question 1 : *Donner la relation de Willis de ce train épicycloïdal.*

$$\omega_{1/0} - \lambda \cdot \omega_{3/0} + (\lambda - 1) \cdot \omega_{4/0} = 0 \quad \text{avec} \quad \lambda = \left.\frac{\omega_{1/0}}{\omega_{3/0}}\right|_{\omega_{4/0}=0} = (-1)^1 \frac{Z_3 \cdot Z_2}{Z_1 \cdot Z_2} = -\frac{Z_3}{Z_1}$$

- Pour déterminer le rapport de transmission d'un train épicycloïdal, il faut :
1) écrire la relation de Willis et calculer la raison de base sans tenir compte du fait que certaines entrées sont bloquées ou ont une vitesse imposée ;
2) puis simplifier la relation obtenue en tenant compte de ces particularités.

Question 2 : *Simplifier la relation de Willis en utilisant le fait que le planétaire 3 est fixe. En déduire $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction de Z_1 et Z_3.*

On a $\omega_{1/0} + (\lambda - 1)\cdot\omega_{4/0} = 0$ (car $\omega_{3/0} = 0$), donc $\Rightarrow \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{1}{1-\lambda} = \frac{1}{1+\frac{Z_3}{Z_1}} = \boxed{\frac{Z_1}{Z_1+Z_3}}$

Question 3 : *Faire l'application numérique et déterminer une relation entre Z_1 et Z_3. Sachant que Z_1=19, en déduire Z_3.*

On a $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{N_{4/0}}{N_{1/0}} = \frac{350}{1400} = 0,25 \Rightarrow \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \boxed{\frac{Z_1}{Z_1+Z_3} = 0,25}$

Donc $Z3 = \frac{19}{0,25} - 19 = \boxed{57}$

Question 4 : *Justifier que les roues dentées du train ont les mêmes modules. Déterminer une relation géométrique entre les diamètres des éléments dentés d_1, d_2 et d_3 puis en déduire une relation entre Z_2, Z_1 et Z_3 (condition d'entraxe). Calculer la valeur de Z_2.*

On a $\frac{d_3}{2} = \frac{d_1}{2} + d_2$

or $d_i = m\cdot Z_i$ (car 2 roues dentées doivent avoir le même module pour pouvoir engrener)

donc : $\frac{Z_3}{2} = \frac{Z_1}{2} + Z_2 \quad \Rightarrow Z_2 = \frac{Z_3}{2} - \frac{Z_1}{2} = \frac{57}{2} - \frac{19}{2} = \boxed{19}$

Exercice 3 : POULIE RÉDUCTEUR REDEX

Question 1 : *Déterminer l'expression du rapport de réduction $r = \frac{\omega_{s/18}}{\omega_{e/18}}$ en fonction des nombres de dents des roues dentées.*

Satellite	6, 10
Porte satellite	5

1er cas : on choisit

Planétaire A	31
Planétaire B	24

Relation de Willis : $\omega_{31/18} - \lambda_1.\omega_{24/18} + (\lambda_1 - 1).\omega_{5/18} = 0$

avec $\lambda_1 = \left.\frac{\omega_{31/18}}{\omega_{24/18}}\right|_{\omega_{5/18}=0} = (-1)^2.\frac{z_6}{z_{31}}.\frac{z_{24}}{z_{10}}$

Pour déterminer le rapport de transmission d'un train épicycloïdal, il faut :
1) écrire la relation de Willis et calculer la raison de base sans tenir compte du fait que certaines entrées sont bloquées ou ont une vitesse imposée ;
2) <u>puis</u> simplifier la relation obtenue en tenant compte de ces particularités.

avec : 24 fixe par rapport à 0, 5 est l'entrée *e* et 31 la sortie *s*

D'où : $\omega_{s/18} + (\lambda_1 - 1).\omega_{e/18} = 0$

$$\boxed{\frac{\omega_{s/18}}{\omega_{e/18}} = 1 - \frac{z_6}{z_{31}}\cdot\frac{z_{24}}{z_{10}}}$$

Question 2 : *Faire l'application numérique.*

$$\frac{\omega_{s/18}}{\omega_{e/18}} = 1 - \frac{34}{46} \cdot \frac{49}{31} = \boxed{-0{,}17}$$

Question 3 : *Retrouver ce résultat en inversant, par rapport au choix fait précédemment, l'ordre des planétaires dans la relation de Willis.*

2ème cas : on choisit

Planétaire A	24
Planétaire B	31

Relation de Willis : $\omega_{24/18} - \lambda_2.\omega_{31/18} + (\lambda_2 - 1).\omega_{5/18} = 0$

$$\text{avec } \lambda_2 = \left.\frac{\omega_{24/18}}{\omega_{31/18}}\right|_{\omega_{5/18}=0} = (-1)^2.\frac{z_{31}}{z_6}.\frac{z_{10}}{z_{24}}$$

Pour déterminer le rapport de transmission d'un train épicycloïdal, il faut :
1) écrire la relation de Willis et calculer la raison de base sans tenir compte du fait que certaines entrées sont bloquées ou ont une vitesse imposée ;
2) <u>puis</u> simplifier la relation obtenue en tenant compte de ces particularités.

avec : 24 fixe par rapport à 0, 5 est l'entrée *e* et 31 la sortie *s*

D'où : $-\lambda_2 \cdot \omega_{s/18} + (\lambda_2 - 1).\omega_{e/18} = 0$

$$\frac{\omega_{s/18}}{\omega_{e/18}} = 1 - \frac{1}{\lambda_2}$$

<u>Application numérique :</u>

$$\frac{\omega_{s/18}}{\omega_{e/18}} = 1 - \frac{34}{46} \cdot \frac{49}{31} = \boxed{-0{,}17}$$

On retrouve bien le même rapport de réduction dans les 2 cas.
Ainsi le choix du planétaire A ou B n'a pas d'importance dans la relation de Willis.

Exercice 4 : BOITIER DE COMMANDE DE RABOTEUSE

Question 1 : *Déterminer, en fonction des nombres de dents des roues dentées, la relation entre $\omega_{M_1/0}$, $\omega_{M_2/0}$ et $\omega_{s/0}$.*

Relation de Willis :

$$\omega_{10/0} - \lambda \cdot \omega_{11/0} + (\lambda - 1) \cdot \omega_{13/0} = 0 \quad \text{avec} \quad \lambda = \left.\frac{\omega_{10/0}}{\omega_{11/0}}\right|_{\omega_{13/0}=0} = (-1)^2 \frac{Z_{11} \cdot Z_{9B}}{Z_{10} \cdot Z_{9C}}$$

On a aussi : $\dfrac{\omega_{13/0}}{\omega_{8/0}} = (-1)^1 \cdot \dfrac{Z_8}{Z_{13}}$ (train simple)

Donc : $\boxed{\omega_{M_1/0} - \dfrac{Z_{11} \cdot Z_{9B}}{Z_{10} \cdot Z_{9C}} \cdot \omega_{s/0} - \left(\dfrac{Z_{11} \cdot Z_{9B}}{Z_{10} \cdot Z_{9C}} - 1\right) \cdot \left(\dfrac{Z_8}{Z_{13}}\right) \cdot \omega_{M_2/0} = 0}$

Question 2 : *Déterminer, après avoir formulé l'hypothèse qui convient, la relation entre les Z_i liée aux conditions géométriques de montage des roues dentées.*

Dans le cas ou toutes les roues dentées ont le même module m : $\Rightarrow D_i = m \cdot Z_i$

On a : $R_{10} + R_{9B} = R_{11} + R_{9C}$ $\boxed{\Rightarrow Z_{10} + Z_{9B} = Z_{11} + Z_{9C}}$

Exercice 5 : TREUIL-PALAN DE PONT ROULANT

Question 1 : *Compléter le repère des pièces dans le tableau décrivant les 2 trains épicycloïdaux (droite et gauche).*

	Train épicycloïdal 1	Train épicycloïdal 2
Satellite	2	5
Porte satellite	4	7
Planétaire A	1	4
Planétaire B	10d (droite)	10g (gauche)

Question 2 : *Déterminer la condition géométrique de montage qui relie les z_i .*

Pour le train épicycloïdal 1 (droite) :

$D_{10d} = D_1 + 2.D_2 \quad \Rightarrow \boxed{Z_{10d} = Z_1 + 2 \cdot Z_2}$ (pour pouvoir engrener ensemble, il faut $m_{10d} = m_1 = m_2$)

Pour le train épicycloïdal 2 (gauche) :

$D_{10g} = D_4 + 2.D_5 \quad \Rightarrow \boxed{Z_{10g} = Z_4 + 2 \cdot Z_5}$ (pour pouvoir engrener ensemble, il faut $m_{10g} = m_4 = m_5$)

Question 3 : *Indiquer les repères des pièces matérialisant l'entrée et la sortie du système.*

Pièce d'entrée : arbre 1

Pièce de sortie : arbre 7

Question 4 : *Déterminer, en fonction des nombres de dents, le rapport de transmission $k = \dfrac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}}$.*

Pour le train épicycloïdal 1 (droite) :

Relation de Willis :

$$\omega_{1/0} - \lambda_1 \cdot \omega_{10d/0} + (\lambda_1 - 1) \cdot \omega_{4/0} = 0 \quad \text{avec} \quad \lambda_1 = \left.\frac{\omega_{1/0}}{\omega_{10d/0}}\right|_{\omega_{4/0}=0} = -(1)^1 \frac{Z_{10d}}{Z_1}$$

Pour le train épicycloïdal 2 (gauche) :

Relation de Willis :

$$\omega_{4/0} - \lambda_2 \cdot \omega_{10g/0} + (\lambda_2 - 1) \cdot \omega_{7/0} = 0 \quad \text{avec} \quad \lambda_2 = \left.\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{10g/0}}\right|_{\omega_{7/0}=0} = -(1)^1 \frac{Z_{10g}}{Z_4}$$

Pour déterminer le rapport de transmission d'un train épicycloïdal, il faut :
1) écrire la relation de Willis et calculer la raison de base sans tenir compte du fait que certaines entrées sont bloquées ou ont une vitesse imposée ;
2) puis simplifier la relation obtenue en tenant compte de ces particularités.

De plus : $\omega_{10d/0} = \omega_{10g/0} = 0$, $\omega_{1/0} = \omega_{e/0}$ et $\omega_{7/0} = \omega_{s/0}$.

Donc : $\Rightarrow \begin{cases} \omega_{e/0} + (\lambda_1 - 1) \cdot \omega_{4/0} = 0 \\ \omega_{4/0} + (\lambda_2 - 1) \cdot \omega_{s/0} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{e/0}} = \dfrac{1}{1 - \lambda_1} \\ \dfrac{\omega_{s/0}}{\omega_{4/0}} = \dfrac{1}{1 - \lambda_2} \end{cases}$

Ce qui nous donne :

$$k = \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{e/0}} \cdot \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{4/0}} = \frac{1}{1-\lambda_1} \cdot \frac{1}{1-\lambda_2} \quad \Rightarrow k = \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = \boxed{\frac{Z_1}{Z_1 + Z_{10d}} \cdot \frac{Z_4}{Z_4 + Z_{10g}}}$$

Question 5 : *Compléter le tableau ci-contre en indiquant le nombre de dents, le module et les diamètres primitifs des différents pignons ou couronnes.*

	Nombre de dents	Module	Diamètre primitif
Pignon arbré **1**	21	2	42
Roue dentée **2**	51	2	102
Couronne **10d**	123	2	246
Pignon arbré **4**	23	3	69
Roue dentée **5**	34	3	102
Couronne **10g**	91	3	273

On a $D_i = m_i \cdot Z_i$ et $\begin{cases} m_{10d} = m_1 = m_2 \\ m_{10g} = m_4 = m_5 \end{cases}$

Question 6 : *En déduire la valeur numérique du rapport de réduction du système.*

$$k = \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = \frac{21}{21+123} \cdot \frac{23}{24+91} = \boxed{0{,}029}$$

Question 7 : *Identifier les solides en mouvement quelconques. En déduire les positions des CIR qui seront utiles lors de l'utilisation d'une méthode graphique.*

Solides en mouvement quelconque : Les satellites 2 et 5

On aura certainement besoin d'utiliser : $I_{2/0} \to D$ et $I_{5/0} \to G$ (tout point de RSG est un CIR)

Question 8 : *Imaginer et mettre en œuvre une démarche pour déterminer graphiquement (dans la position du système décrite sur la figure) le vecteur vitesse du centre F de la roue 5 par rapport au bâti 0 : $\overrightarrow{V_{F\in 5/0}}$. (Justifier les différentes étapes de la construction).*

Données de l'énoncé : $\overrightarrow{V_{B\in 1/0}}$

$\overrightarrow{V_{B\in 1/0}} = \overrightarrow{V_{B\in 2/0}}$ (*car RSG de 2/1 au point B* $\Rightarrow \overrightarrow{V_{B\in 2/1}} = \vec{0}$)

RSG de 2/0 au point D → $I_{2/0} = D$ *(CIR de 2/0)*

Mvt 2/0 : rotation de centre $I_{2/0}$ — *Triangle de répartition linéaire des vecteurs vitesse*

$\overrightarrow{V_{C\in 2/0}} = \overrightarrow{V_{C\in 4/0}}$ (*Mvt 4/2 : rotation de centre C*)

Mvt 4/0 : rotation de centre A — *Triangle de répartition linéaire des vecteurs vitesse*

$\overrightarrow{V_{E\in 4/0}} = \overrightarrow{V_{E\in 5/0}}$ (*car RSG de 5/4 au point E* $\Rightarrow \overrightarrow{V_{E\in 5/4}} = \vec{0}$)

RSG de 5/0 au point G → $I_{5/0} = G$ *(CIR de 5/0)*

Mvt 5/0 : rotation de centre $I_{5/0}$ — *Triangle de répartition linéaire des vecteurs vitesse*

$\overrightarrow{V_{F\in 5/0}}$ *Recherché*

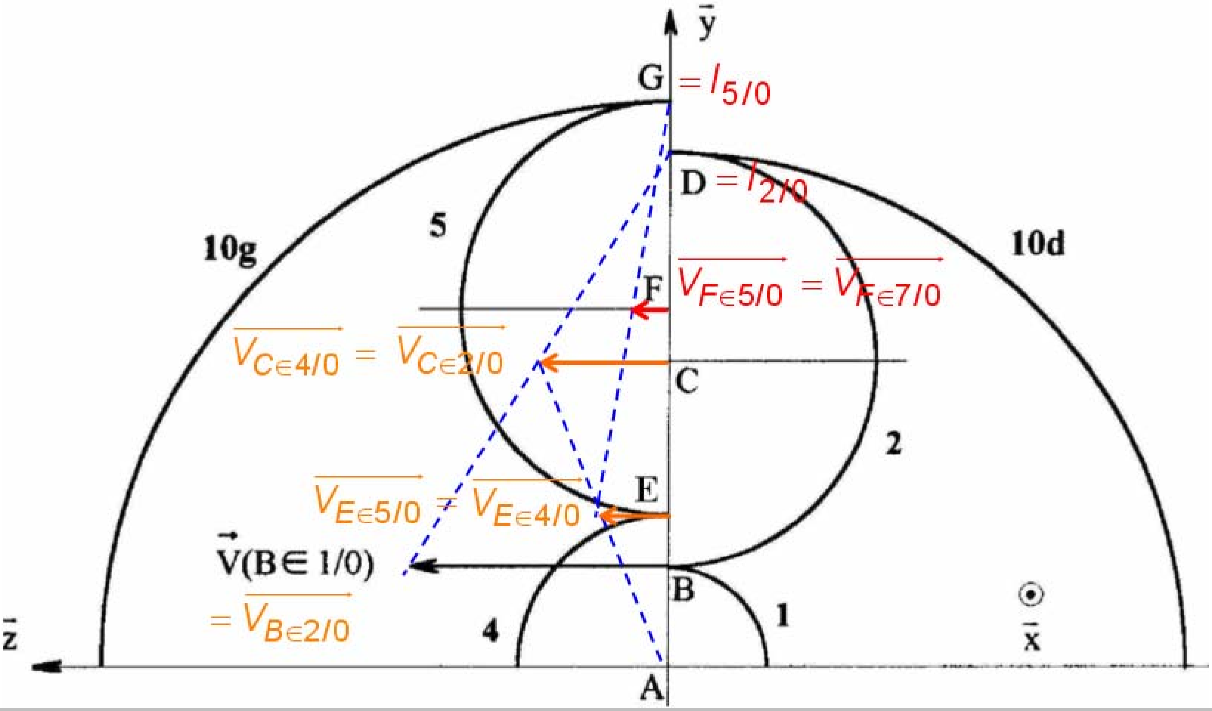
$\overrightarrow{V_{B\in 1/0}} = \overrightarrow{V_{B\in 2/0}}$ *(car RSG de 2/1 au point B* $\Rightarrow \overrightarrow{V_{B\in 2/1}} = \vec{0}$)

Connaissant $I_{2/0}$ et $\overrightarrow{V_{B\in 2/0}}$, on détermine $\overrightarrow{V_{C\in 2/0}}$ par la répartition linéaire des vitesses.
En utilisant la composition des vecteurs vitesses au point C, on obtient $\overrightarrow{V_{C\in 4/0}} = \overrightarrow{V_{C\in 4/2}} + \overrightarrow{V_{C\in 2/0}} = \overrightarrow{V_{C\in 2/0}}$ (car comme C centre de la rotation de 4/2, on a $\overrightarrow{V_{C\in 4/2}} = \vec{0}$).

Connaissant A et $\overrightarrow{V_{C\in 4/0}}$, on détermine $\overrightarrow{V_{E\in 4/0}}$ par la répartition linéaire des vitesses.

$\overrightarrow{V_{E\in 4/0}} = \overrightarrow{V_{E\in 5/0}}$ *(car RSG de 5/4 au point E* $\Rightarrow \overrightarrow{V_{E\in 5/4}} = \vec{0}$)

Connaissant $I_{5/0}$ et $\overrightarrow{V_{E\in 5/0}}$, on détermine $\overrightarrow{V_{F\in 5/0}}$ par la répartition linéaire des vitesses.



Question 9 : *Justifier que* $\overrightarrow{V_{F\in 5/0}} = \overrightarrow{V_{F\in 7/0}}$. *En déduire, en utilisant les propriétés du théorème de Thalès (proportionnalité des côtés dans les triangles de répartition linéaire des vecteurs vitesse), la relation entre* $\left\|\overrightarrow{V_{F\in 7/0}}\right\|$, $\left\|\overrightarrow{V_{B\in 1/0}}\right\|$, R_1, R_2 *et* R_4.

$\overrightarrow{V_{F\in 5/0}} = \underbrace{\overrightarrow{V_{F\in 5/7}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{V_{F\in 7/0}}$ (F est le centre de la rotation du Mvt 5/7)

D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{\left\|\overrightarrow{V_{F\in 7/0}}\right\|}{\left\|\overrightarrow{V_{E\in 5/0}}\right\|} = \frac{R_5}{2.R_5} = \frac{1}{2} \qquad \frac{\left\|\overrightarrow{V_{E\in 5/0}}\right\|}{\left\|\overrightarrow{V_{C\in 4/0}}\right\|} = \frac{R_4}{R_1+R_2} \qquad \frac{\left\|\overrightarrow{V_{C\in 4/0}}\right\|}{\left\|\overrightarrow{V_{B\in 1/0}}\right\|} = \frac{R_2}{2.R_2} = \frac{1}{2}$$

D'où : $$\frac{\left\|\overrightarrow{V_{F\in 7/0}}\right\|}{\left\|\overrightarrow{V_{E\in 5/0}}\right\|} \cdot \frac{\left\|\overrightarrow{V_{E\in 5/0}}\right\|}{\left\|\overrightarrow{V_{C\in 4/0}}\right\|} \cdot \frac{\left\|\overrightarrow{V_{C\in 4/0}}\right\|}{\left\|\overrightarrow{V_{B\in 1/0}}\right\|} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_4}{R_1+R_2} \cdot \frac{1}{2}$$

Ce qui nous conduit à : $$\boxed{\frac{\left\|\overrightarrow{V_{F\in 7/0}}\right\|}{\left\|\overrightarrow{V_{B\in 1/0}}\right\|} = \frac{1}{4} \cdot \frac{R_4}{R_1+R_2}}$$

Question 10 : *En déduire, en fonction de R_1, R_2, R_4 et R_5, le rapport de transmission $k = \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}}$.*

Les mouvements de 1/0 et 7/0 sont des mouvements de rotation de centre A, donc :

$\left\|\overrightarrow{V_{B\in 1/0}}\right\| = |\omega_{1/0}|.AB = |\omega_{1/0}|.R_1$ et $\left\|\overrightarrow{V_{F\in 7/0}}\right\| = |\omega_{7/0}|.AF = |\omega_{7/0}|.(R_4+R_5)$

En remarquant que les deux vecteurs vitesses $\overrightarrow{V_{B\in 1/0}}$ et $\overrightarrow{V_{F\in 7/0}}$ ont même sens, on peut écrire :

$$\frac{\omega_{7/0}.(R_4+R_5)}{\omega_{1/0}.R_1} = \frac{1}{4}\cdot\frac{R_4}{R_1+R_2}$$

Donc :

$$\boxed{\frac{\omega_{7/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = \frac{1}{4}\cdot\frac{R_4}{R_1+R_2}\cdot\frac{R_1}{R_4+R_5}}$$

Question 11 : *Retrouver, à l'aide du résultat de la question 2, le rapport de transmission $k = \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}}$ en fonction du nombre de dents.*

On a :

$$Q2 \rightarrow R_{10d} = R_1 + 2.R_2 \Rightarrow R_2 = \frac{R_{10d}-R_1}{2}$$

$$\text{et } R_{10g} = R_4 + 2.R_5 \Rightarrow R_5 = \frac{R_{10g}-R_4}{2}$$

$$Q10 \rightarrow \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = \frac{1}{4}\cdot\frac{R_4}{R_1+R_2}\cdot\frac{R_1}{R_4+R_5}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = \frac{1}{4}\cdot\frac{R_4}{R_1+\frac{R_{10d}-R_1}{2}}\cdot\frac{R_1}{R_4+\frac{R_{10g}-R_4}{2}}$$

$$\frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = \frac{1}{4}\cdot\frac{2\cdot R_4}{2\cdot R_1+R_{10d}-R_1}\cdot\frac{2\cdot R_1}{2\cdot R_4+R_{10g}-R_4}$$

$$\frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = \frac{R_4}{R_1+R_{10d}}\cdot\frac{R_1}{R_4+R_{10g}} = \frac{m_4\cdot Z_4}{m_1\cdot Z_1+m_{10d}\cdot Z_{10d}}\cdot\frac{m_1\cdot R_1}{m_4\cdot Z_4+m_{10g}\cdot Z_{10g}}$$

$$\text{Or } \begin{cases} m_{10d} = m_1 = m_2 \\ m_{10g} = m_4 = m_5 \end{cases}$$

$$\text{Donc : } \boxed{\frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = \frac{Z_1}{Z_1+Z_{10d}}\cdot\frac{Z_4}{Z_4+Z_{10g}}}$$

On retrouve bien le même rapport de transmission qu'avec la relation de Willis

Exercice 6 : RÉDUCTEUR À DEUX VITESSES

Question 1 : *Déterminer la vitesse de rotation de l'arbre de sortie 1 en fonctionnement « Petite Vitesse », puis en fonctionnement « Grande Vitesse ».*

	Train épicycloïdal 1	Train épicycloïdal 2
Satellite	37	36
Porte satellite	17	28
Planétaire A	19	17
Planétaire B	25	8

Train épicycloïdal 1 (de raison de base λ_1) :

$\omega_{19/0} - \lambda_1.\omega_{25/0} + (\lambda_1 - 1).\omega_{17/0} = 0$ avec $\lambda_1 = \left.\dfrac{\omega_{19/0}}{\omega_{25/0}}\right|_{\omega_{17/0}=0} = (-1)^1.\dfrac{Z_{25}}{Z_{37}}.\dfrac{Z_{37}}{Z_{19}} = \dfrac{-83}{19} = -4,37$

Train épicycloïdal 2 (de raison de base λ_2) :

$\omega_{17/0} - \lambda_2.\omega_{8/0} + (\lambda_2 - 1).\omega_{28/0} = 0$ avec $\lambda_2 = \left.\dfrac{\omega_{17/0}}{\omega_{8/0}}\right|_{\omega_{28/0}=0} = (-1)^1.\dfrac{Z_8}{Z_{36}}.\dfrac{Z_{36}}{Z_{17}} = \dfrac{-79}{17} = -4,65$

Réducteur roue 13 et vis sans fin 34 :

$\dfrac{\omega_{34/0}}{\omega_{13/0}} = \dfrac{Z_{13}}{Z_{34}} = \dfrac{41}{1} = 41$ (vis avec un pas à droite)

Pour déterminer le rapport de transmission d'un train épicycloïdal, il faut :
1) écrire la relation de Willis et calculer la raison de base sans tenir compte du fait que certaines entrées sont bloquées ou ont une vitesse imposée ;
2) puis simplifier la relation obtenue en tenant compte de ces particularités.

Et :

On a $\omega_{19/0} = \omega_{18/0}$, $\omega_{28/0} = \omega_{1/0}$ et $\omega_{25/0} = \omega_{13/0}$ (pièces solidaires entre elles)

De plus $\omega_{8/0} = 0$ (8 solidaire du bâti).

Par conséquent :

Train épicycloïdal 1 donne : $\omega_{18/0} + \lambda_1.\dfrac{\omega_{34/0}}{41} + (\lambda_1 - 1).\omega_{17/0} = 0$

Train épicycloïdal 2 donne : $\omega_{17/0} + (\lambda_2 - 1).\omega_{1/0} = 0$

D'où $\omega_{18/0} + \lambda_1.\dfrac{\omega_{34/0}}{41} - (\lambda_1 - 1).(\lambda_2 - 1).\omega_{1/0} = 0$

$$\omega_{1/0} = \frac{1}{(\lambda_1 - 1).(\lambda_2 - 1)}\left[\omega_{18/0} + \lambda_1.\frac{\omega_{34/0}}{41}\right]$$

$$\omega_{1/0} = 0,033.(\omega_{18/0} + 0,107.\omega_{34/0})$$

Fonctionnement en petite vitesse ($\omega_{18/0} = 0$ et $\omega_{34/0} = 1500 tr/\min$)

$\boxed{\Rightarrow \omega_{1/0} = 5,3 tr/\min}$

Fonctionnement en grande vitesse ($\omega_{18/0} = \omega_{34/0} = 1500 tr/\min$) $\boxed{\Rightarrow \omega_{1/0} = 54,8 tr/\min}$

Exercice 7 : RÉDUCTEUR À TRAIN ÉPICYCLOÏDAL

Question 1 : *Donner la relation entre $r_{1'}, R_3$ et $r_{4''}$ puis entre r_2, R_3 et $r_{4'}$.*

$\boxed{R_3 + r_{4''} = r_{1'}}$ *et* $\boxed{R_3 = r_2 + r_{4'}}$

Question 2 : *En traduisant les conditions de roulement sans glissement au point I puis au point J, montrer que le rapport de transmission du réducteur est tel que $\omega_{3/1} = k_1 \times \omega_{2/1}$ avec $k_1 = \dfrac{1}{1 + \dfrac{Z_{4'}.Z_{1'}}{Z_2.Z_{4''}}}$.*

La condition de RSG au point I nous donne :

$\vec{V}_{I\in 4/2} = \vec{0} = \vec{V}_{I\in 4/1} - \vec{V}_{I\in 2/1}$

Avec :

$$\vec{V}_{I\in 4/1}=\vec{V}_{G_4\in 4/1}+\overrightarrow{IG_4}\wedge\vec{\Omega}_{4/1}=\vec{V}_{G_3\in 4/1}+\overrightarrow{IG_4}\wedge\vec{\Omega}_{4/1}\ \text{(car } \vec{V}_{G_4\in 4/1}=\cancel{\vec{V}_{G_4\in 4/3}}+\vec{V}_{G_4\in 3/1}\text{)}$$

$$\vec{V}_{I\in 4/1}=\cancel{\vec{V}_{O_3\in 3/1}}+\overrightarrow{G_4O_3}\wedge\vec{\Omega}_{3/1}+\overrightarrow{IG_4}\wedge\vec{\Omega}_{4/1}$$

$$\vec{V}_{I\in 4/1}=-R_3.\vec{z}_3\wedge\omega_{3/1}.\vec{x}_1+r_{4'}.\vec{z}_3\wedge(\omega_{4/3}+\omega_{3/1}).\vec{x}_1=\left(r_{4'}(\omega_{4/3}+\omega_{3/1})-R_3.\omega_{3/1}\right)\vec{y}_3$$

et $\vec{V}_{I\in 2/1}=\cancel{\vec{V}_{O_1\in 2/1}}+\overrightarrow{IO_1}\wedge\vec{\Omega}_{2/1}=-r_2.\omega_{2/1}.\vec{y}_3$

Ce qui nous donne :

$$\boxed{r_{4'}.\omega_{4/3}+\underbrace{(r_{4'}-R_3)}_{-r_2}.\omega_{3/1}=-r_2.\omega_{2/1}}\quad (1)$$

La condition de RSG au point J nous donne :

$\vec{V}_{J\in 4/1}=\vec{0}$

Avec :

$$\vec{V}_{J\in 4/1}=\vec{V}_{G_4\in 4/1}+\overrightarrow{JG_4}\wedge\vec{\Omega}_{4/1}=\vec{V}_{G_4\in 3/1}+\overrightarrow{JG_4}\wedge\vec{\Omega}_{4/1}\ \text{(car } \vec{V}_{G_4\in 4/1}=\cancel{\vec{V}_{G_4\in 4/3}}+\vec{V}_{G_4\in 3/1}\text{)}$$

$$\vec{V}_{J\in 4/1}=\vec{V}_{G_4\in 4/1}+\overrightarrow{JG_4}\wedge\vec{\Omega}_{4/1}=\cancel{\vec{V}_{O_3\in 3/1}}+\overrightarrow{G_4O_3}\wedge\vec{\Omega}_{3/1}+\overrightarrow{JG_4}\wedge\vec{\Omega}_{4/1}$$

$$\vec{V}_{J\in 4/1}=-R_3.\vec{z}_3\wedge\omega_{3/1}.\vec{x}_1-r_{4''}.\vec{z}_3\wedge(\omega_{4/3}+\omega_{3/1}).\vec{x}_1=\left(-r_{4''}(\omega_{4/3}+\omega_{3/1})-R_3.\omega_{3/1}\right)\vec{y}_3$$

Ce qui nous donne :

$$\boxed{r_{4''}.\omega_{4/3}+\underbrace{(r_{4''}+R_3)}_{r_{1'}}.\omega_{3/1}=0}\quad (2)$$

$$(2)\Rightarrow \omega_{4/3}=-\frac{r_{1'}}{r_{4''}}.\omega_{3/1}$$

Ce qui permet d'écrire : $(1)\Rightarrow\left(r_2+\dfrac{r_{4'}.r_{1'}}{r_{4''}}\right)\omega_{3/1}=r_2.\omega_{2/1}$

$$\Rightarrow \omega_{3/1}=\frac{1}{1+\dfrac{r_{4'}.r_{1'}}{r_2.r_{4''}}}\omega_{2/1}=\frac{1}{1+\dfrac{m_{4'}\cdot Z_{4'}\times m_{1'}\cdot Z_{1'}}{m_2\cdot Z_{2'}\times m_{4''}\cdot Z_{4''}}}\omega_{2/1}=\boxed{\frac{1}{1+\dfrac{Z_{4'}.Z_{1'}}{Z_2.Z_{4''}}}\omega_{2/1}}$$

(car $m_2=m_{4'}$ et $m_{1'}=m_{4''}$)

Question 3 : *Retrouver ce résultat à l'aide de la relation de Willis.*

Relation de Willis :

$$\omega_{2/1}-\lambda\cdot\omega_{1'/1}+(\lambda-1)\cdot\omega_{3/1}=0\quad\text{avec}\quad \lambda=\left.\frac{\omega_{2/1}}{\omega_{1'/1}}\right|_{\omega_{3/1}=0}=(-1)^1\frac{Z_{1'}\cdot Z_{4'}}{Z_2\cdot Z_{4''}}$$

Pour déterminer le rapport de transmission d'un train épicycloïdal, il faut :
1) écrire la relation de Willis et calculer la raison de base sans tenir compte du fait que certaines entrées sont bloquées ou ont une vitesse imposée ;
2) puis simplifier la relation obtenue en tenant compte de ces particularités.

De plus $\omega_{1'/1}=0$

Donc : $\omega_{3/1}=\dfrac{1}{1-\lambda}\omega_{2/1}=\boxed{\dfrac{1}{1+\dfrac{Z_{1'}\cdot Z_{4'}}{Z_2\cdot Z_{4''}}}\omega_{2/1}}$