

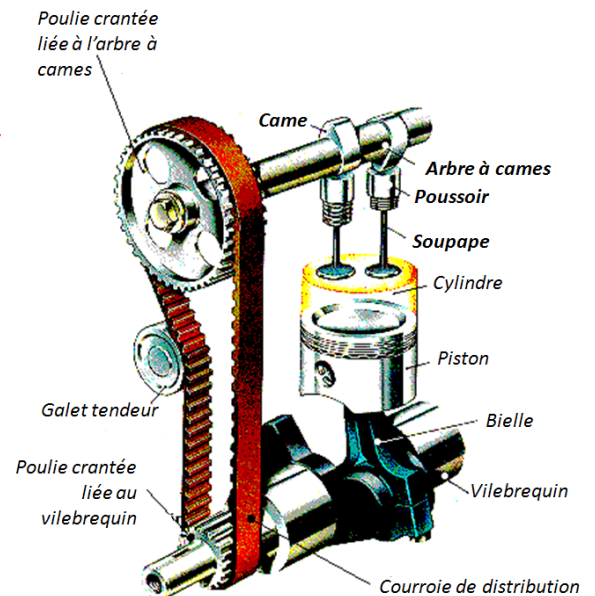
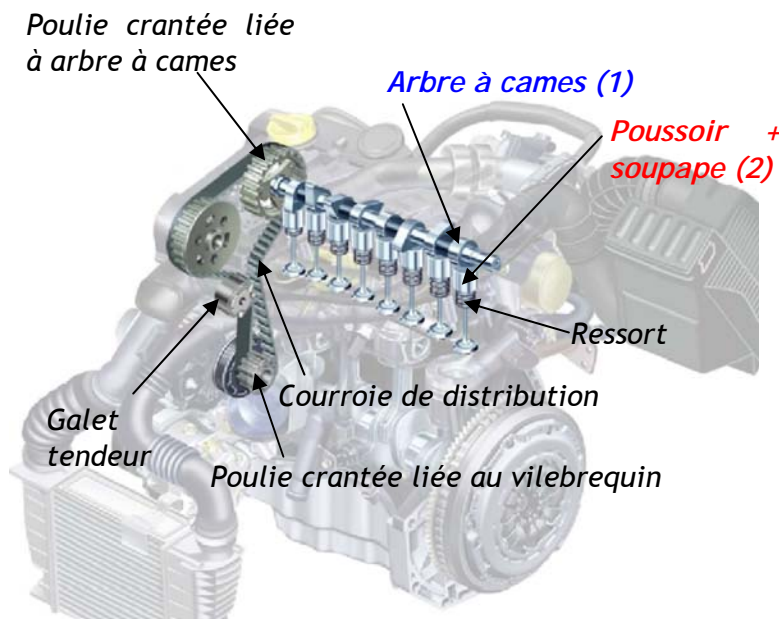
## CINEMATIQUE DU CONTACT PONCTUEL

### Exercice 1 : SYSTÈME DE DISTRIBUTION D'UN MOTEUR 4 TEMPS

Le système de distribution automobile permet l'admission du mélange (air + carburant) et le refoulement des gaz d'échappement lors du cycle 4 temps d'un moteur thermique.

Le vilebrequin entraîne en rotation l'arbre à came par l'intermédiaire d'une transmission poulie/courroie crantée (courroie de distribution).

Le mouvement de rotation continue de l'arbre à cames 1 est ensuite transformée en un mouvement de translation alternative de l'ensemble poussoir+soupape 2.



On s'intéresse dans la suite au comportement cinématique de ce dispositif de transformation de mouvement par came. Pour simplifier l'étude, on l'assimilera un dispositif de transformation de mouvement par came ronde. Dans la réalité, la came utilisée est dite « radiale » c'est-à-dire qu'elle est en forme de goutte d'eau.

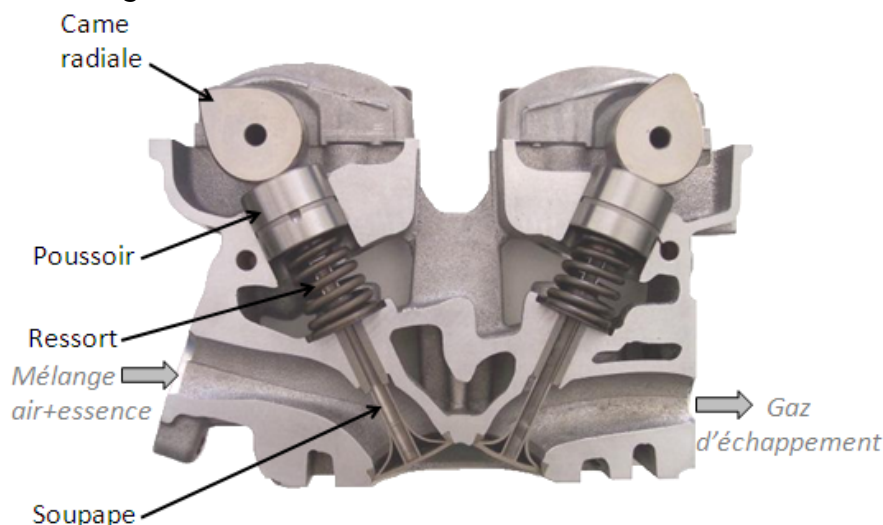


Photo du dispositif de transformation de mouvement par came radiale

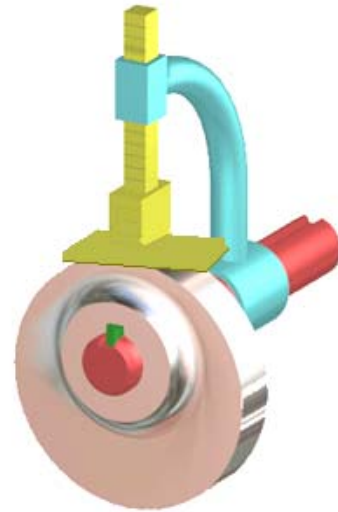
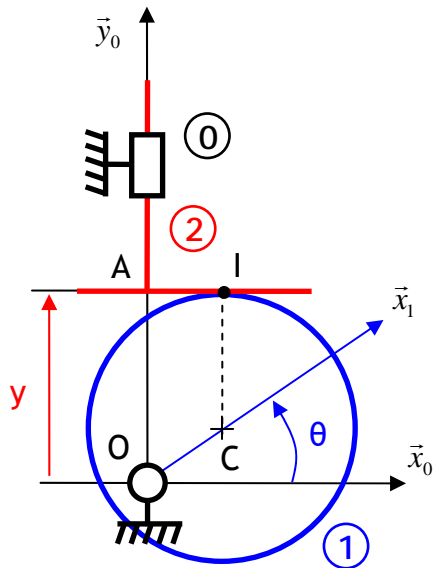


Schéma cinématique du dispositif de transformation de mouvement par came ronde

### Constituants et paramétrage :

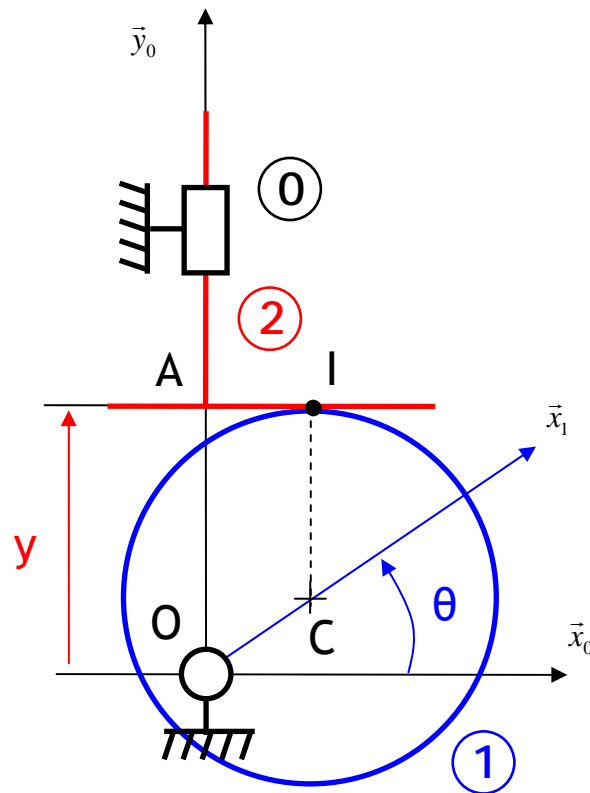
- Le carter 0, de repère associé  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ , est considéré comme fixe.
- L'arbre à came 1, de repère associé  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , est en mouvement de rotation d'axe  $(O, \vec{z}_0)$  par rapport au carter 0 tel que  $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$  et  $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \theta$ . La came, représentée par un disque de rayon  $R$  et de centre  $C$  tel que  $\vec{OC} = e \cdot \vec{x}_1$ , est en contact ponctuel au point  $I$  de normale  $(I, \vec{y}_0)$  avec l'ensemble poussoir+soupape 2.
- L'ensemble poussoir+soupape 2, de repère associé  $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ , est en mouvement de translation rectiligne de direction  $(\vec{y}_0)$  par rapport au carter 0 tel que  $\vec{OA} = y \cdot \vec{y}_0$ .

### Etude géométrique

Question 1 : Tracer, sur la figure suivante, les trajectoires  $T_{I \in 1/0}$  et  $T_{I \in 2/0}$ .

Question 2 : Exprimer, dans la base du repère  $R_0$ , le vecteur position  $\vec{OI}$  du point géométrique de contact.

Question 3 : En déduire la nature de la trajectoire  $T_{I/0}$ . Tracer cette trajectoire.



### Etude cinématique analytique

Question 4 : Exprimer le vecteur vitesse de glissement du point I en fonction de  $\overrightarrow{V_{I \in 2/0}}$  et  $\overrightarrow{V_{I \in 1/0}}$ .

Question 5 : En déduire l'expression de ce vecteur en fonction de  $\dot{y}$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $\theta$  et des dimensions du système.

Question 6 : Donner la relation entre  $y$ ,  $\theta$ ,  $e$  et  $R$  qui assure le contact au point I.

Question 7 : En déduire l'expression du vecteur vitesse de glissement en fonction de  $\dot{\theta}$ ,  $\theta$  et des dimensions du système.

### Etude cinématique graphique

On souhaite déterminer la vecteur vitesse de glissement du point I dans la position du système décrite sur le schéma cinématique ci-dessous.

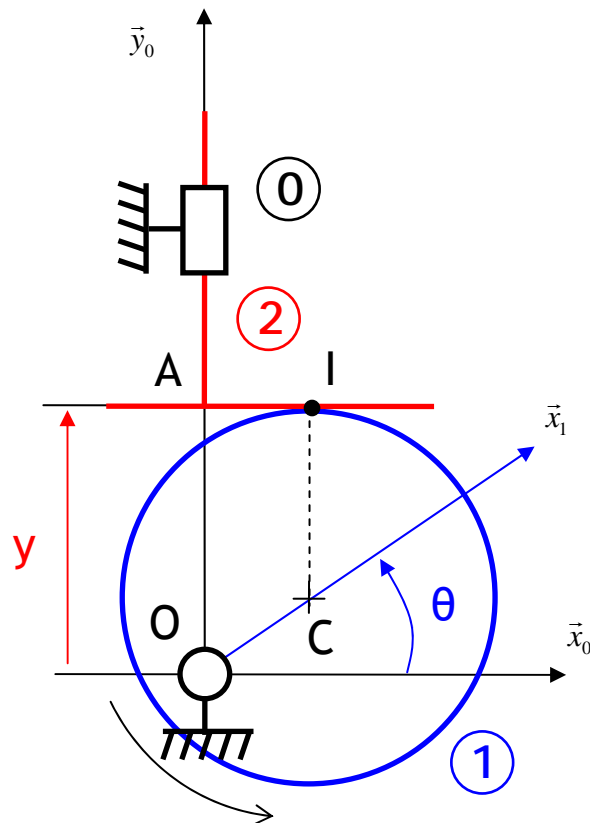
On donne  $\|\overrightarrow{\Omega_{1/0}}\| = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ ,  $e = 17 \text{ mm}$  et  $R = 25 \text{ mm}$

Echelle des vitesses  $1 \text{ cm} \Rightarrow 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Question 8 : Ecrire la relation de composition des vecteurs vitesses au point de contact I.

Question 9 : Déterminer, dans la position du système décrite sur la schéma cinématique, le vecteur vitesse de glissement  $\overrightarrow{V_{I \in 2/1}}$ .

Question 10 : Comparer le résultat avec celui obtenu par une méthode analytique à la question 7.



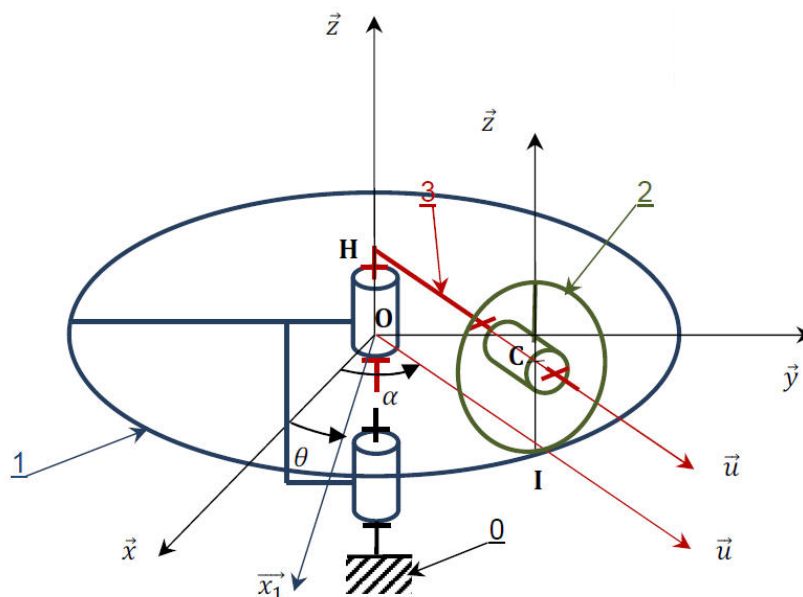
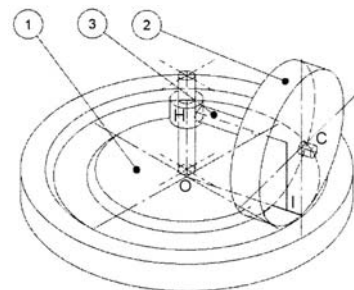
## Exercice 2 : BANC DE TESTS DE PNEUMATIQUES

Un banc de tests d'usure de pneumatiques est représenté ci-contre.

Un ensemble pneu + jante 2, entraîné en rotation par rapport au bras 3 à l'aide d'un moto-réducteur, roule sur un plateau tournant 1.

Le bras 3 est le plateau tournant 1 sont entraîné en rotation par rapport aux bâti 0 à l'aide de deux autres moto-réducteurs.

Le système est représenté sous la forme du schéma cinématique ci-dessous :



Constituants et paramétrage :

- Le bâti 0, de repère associé  $R_0(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , est considéré comme fixe.
- Le plateau tournant 1, de repère associé  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , est en mouvement de rotation d'axe  $(O, \vec{z})$  par rapport au bâti 0 tel que  $\vec{z} = \vec{z}_1$  et  $\theta = (\vec{x}, \vec{x}_1)$ .
- Le bras 3, de repère associé  $R_3(H, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ , est en mouvement de rotation d'axe  $(O, \vec{z})$  par rapport au bâti 0 tel que  $\vec{z} = \vec{w}$  et  $\alpha = (\vec{x}, \vec{u})$ .
- L'ensemble pneu + jante 2, de repère associé  $R_2(C, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ , est en mouvement de rotation d'axe  $(H, \vec{u})$  par rapport au bras 3 tel que  $\vec{u} = \vec{x}_2$  et  $\beta = (\vec{z}, \vec{z}_2)$ . On pose  $\overline{HC} = d \cdot \vec{u}$  ( $d = \text{constante}$ ). Le pneu, de rayon  $r$ , est en contact au point  $I$  avec le plateau 1.

**Objectif :** déterminer la relation entre les vitesses de rotation des 3 actionneurs permettant de reproduire des conditions de roulement sans glissement d'un pneumatique sur une route.

Question 1 : Dessiner les figures de changement de base correspondant aux différents mouvements entre les solides, en indiquant sous chacune d'entre elles le vecteur rotation correspondant.

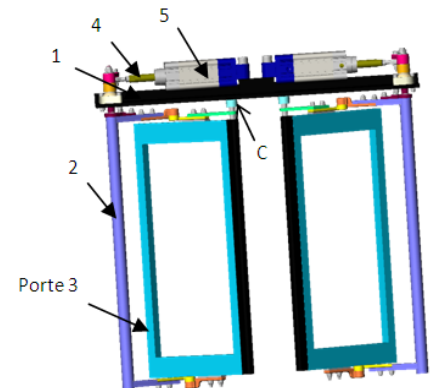
Question 2 : Déterminer le vecteur vitesse de glissement au point de contact  $I$ .

Question 3 : En déduire la relation entre  $\dot{\theta}$ ,  $\dot{\alpha}$ ,  $\dot{\beta}$  et les dimensions du système.

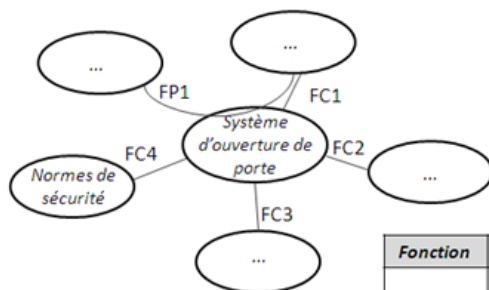
### Exercice 3 : SYSTÈME D'OUVERTURE DE PORTE D'AUTOBUS



Les figures ci-dessous représentent un système d'ouverture d'une porte d'autobus. Au dessus de la porte, un vérin pneumatique à double effet (4, 5) entraîne un bras 2 (en vé), entraînant lui-même la porte 3 qui est guidée par un maneton glissant au point C dans une rainure liée au bâti 1. L'amplitude de rotation du bras 2 (de 90° environ), permet d'obtenir les positions extrêmes (ouverte / fermée) de la porte 3.



Lors de l'ouverture de la porte, la vitesse de sortie de tige du vérin, est de 40 mm/s.



FP1 : ...  
 FC1 : ...  
 FC2 : ...  
 FC3 : ...  
 FC4 : Ne présenter aucun danger pour les passagers

**Diagramme des interactions**

Fonction	Critère	Niveau
FC4	...	...
	Vitesse de l'extrémité de la porte en phase d'ouverture	< 300 mm.s <sup>-1</sup>
	...	...

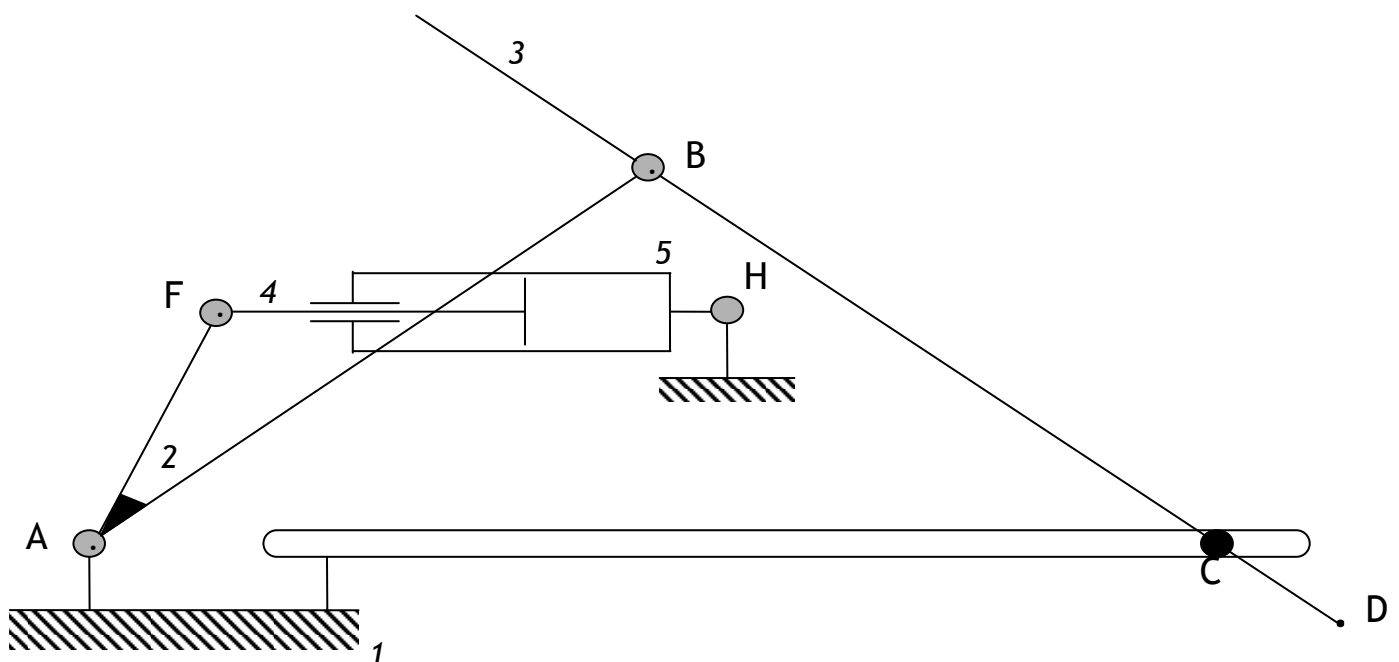
**Objectif :** valider le critère de la fonction FC4.

Question 1 : Déterminer et tracer la direction du vecteur vitesse de glissement au point C.

Question 2 : Proposer et mettre en œuvre une démarche permettant de déterminer  $\overrightarrow{V_{D \in 3/1}}$ .

Question 3 : Conclure quant au respect du critère de la fonction FC4.

Echelle des vitesses conseillée : 1 cm  $\leftrightarrow$  20 mm/s.



## Exercice 4 : COMPORTEMENT D'UN VÉHICULE EN VIRAGE

Le différentiel est présent sur toutes les voitures. Il permet, dans certaines phases d'utilisation du véhicule, que les roues motrices (entraînées par le moteur) puissent tourner à des vitesses différentes pour faciliter la prise de la courbe et limiter l'usure des pneus.



*Concept car : Logan MCV Steppe*

Dans la suite, on étudie le comportement cinématique des roues arrière d'un véhicule de type propulsion lors d'un virage de rayon  $R$ .

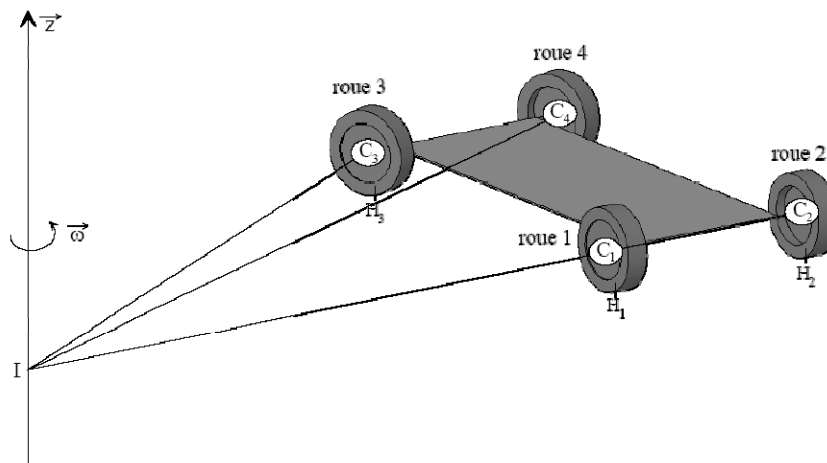
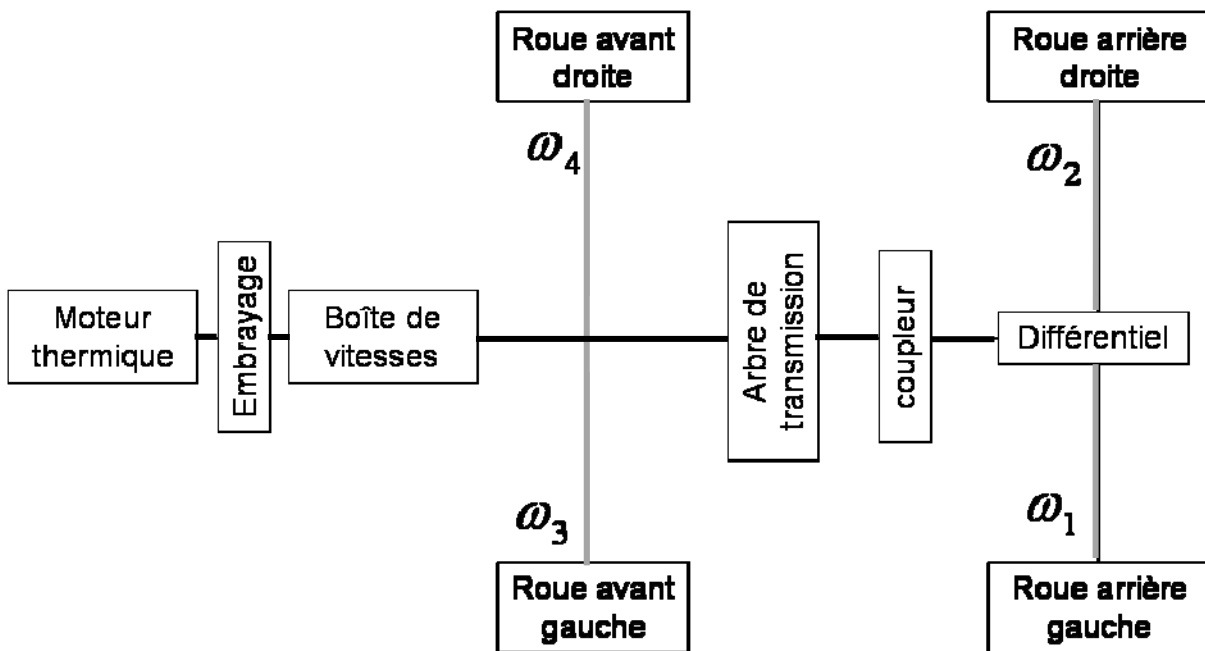


figure 1

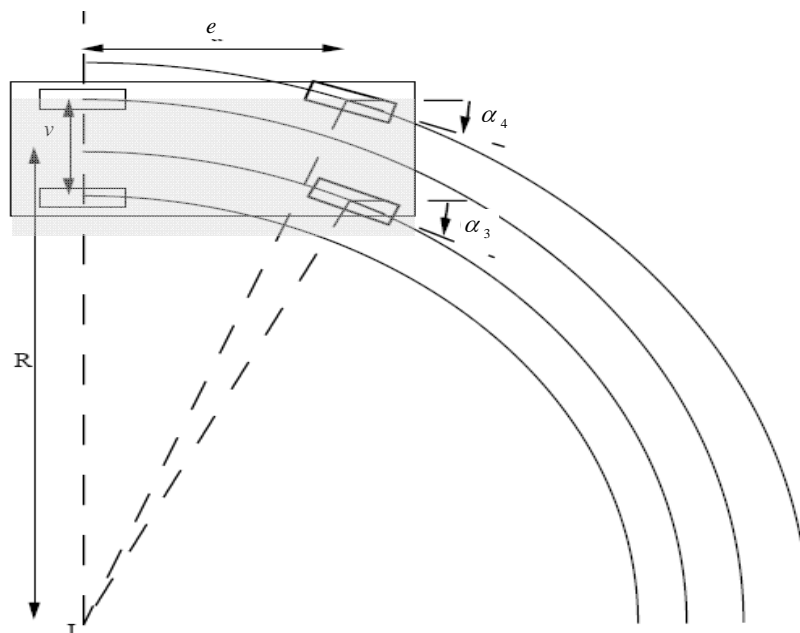
<u>Données et hypothèses</u>	
<p>notons <math>v = C_1C_2 = C_3C_4</math> la voie du véhicule et <math>e = C_1C_3 = C_2C_4</math> son empattement.</p> <p>soit <math>R = \frac{IC_1 + IC_2}{2} = \frac{R1 + R2}{2}</math> le rayon moyen du virage.</p> <p>notons <math>\omega \vec{z}</math> le vecteur vitesse de rotation du châssis par rapport à la chaussée. <math>\vec{z}</math> correspond à la verticale ascendante.</p> <p>le rayon des roues sera noté <math>r</math>.</p> <p><math>H_1, H_2, H_3</math> et <math>H_4</math> sont les projetés respectifs de <math>C_1, C_2, C_3</math> et <math>C_4</math> sur la chaussée.</p> <p><math>\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3</math> et <math>\vec{x}_4</math> sont des vecteurs liés au châssis du véhicule et définissant l'axe de rotation de chacune des roues par rapport au châssis.</p>	

figure 2



Architecture structurelle de la transmission.

Sur les figures 1 et 2 est représentée la silhouette du châssis d'un véhicule en virage. Le châssis est animé, par rapport à la chaussée, d'un mouvement de rotation autour de l'axe  $(I, \vec{z})$  tel que  $\vec{\Omega}_{\text{châssis}/\text{chaussée}} = \omega \cdot \vec{z}$



**Remarque :** afin que le véhicule ait un comportement satisfaisant en virage, il est nécessaire que les angles de braquage des roues avant droite et avant gauche soient différents. Ces angles de braquage des roues 3 et 4 sont respectivement notés  $\alpha_3$  et  $\alpha_4$ .



**Objectif :** Justifier l'utilisation d'un différentiel sur le train arrière d'un véhicule de type propulsion.

Question 1 : Exprimer  $R_1$  et  $R_2$  en fonction de  $R$  et  $v$ .

Question 2 : Donner la relation entre  $\overrightarrow{\Omega_{roue1/ch\ssis}}$ ,  $\overrightarrow{\Omega_{ch\ssis/chauss\acute{e}e}}$  et  $\overrightarrow{\Omega_{roue1/chauss\acute{e}e}}$ .

Question 3 : En d\eduire l'expression de  $\overrightarrow{\Omega_{roue1/chauss\acute{e}e}}$ . On notera  $\omega_1$  la valeur alg\ebrique de la vitesse de rotation de la roue 1 par rapport au ch\ssis.

Question 4 : Donner la relation entre  $\overrightarrow{V_{C1\in roue1/ch\ssis}}$ ,  $\overrightarrow{V_{C1\in ch\ssis/chauss\acute{e}e}}$  et  $\overrightarrow{V_{C1\in roue1/chauss\acute{e}e}}$ .

Question 5 : Exprimer, dans la base  $B_1 = (\vec{x}_1; \vec{y}_1; \vec{z}_1)$  li\ee \`a la roue 1, le torseur cin\ematique de la roue 1 par rapport \`a la chauss\ee  $\{V_{roue1/chauss\acute{e}e}\}$  au point  $C_1$ .

On assimile le contact entre chacune des roues (de rayon  $r$ ) et le sol \`a un contact ponctuel au point  $H_i$  entre deux solides ind\edeformables qui roulent sans glisser.

Question 6 : En d\eduire, en traduisant cette condition de roulement sans glissement au point  $H_1$ , une expression de  $\omega_1$  en fonction de  $R$ ,  $r$ ,  $v$  et  $\omega$ .

Question 7 : Donner, en faisant une \acute{etude similaire du comportement cin\ematique de la roue 2, une expression de  $\omega_2$  en fonction de  $R$ ,  $r$ ,  $v$  et  $\omega$ .

Question 8 : Conclure quant \`a la n\ecessit\`e d'int\egrer un diff\erentiel sur le train arri\ere d'un v\ehicule de type propulsion.

