

Concours national commun 2019 :
ÉPREUVE DE PHYSIQUE 2
FILIÈRE PSI

CORRIGÉ

(proposé par ELHOUCINE AGHAZZAF : lghazzaf@yahoo.fr)

Partie 1 : principe du moteur à courant continu

1

Le sens de la force de LAPLACE $d\vec{F}_{La} = i\vec{dl} \wedge \vec{B}$ indiqué sur la figure 1 impose le sens de rotation de la roue, dans le sens indiqué sur la figure ($\vec{\omega}$ suivant \vec{e}_z).

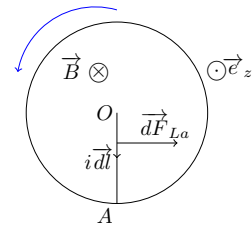


FIGURE 1 –

2

On peut utiliser la relation du champ de vitesses dans un solide :

$$\vec{v}(M/R) = \vec{v}(O/R) + \vec{\omega} \wedge \vec{OM} = w\vec{e}_z \wedge r\vec{e}_r = rw\vec{e}_\theta$$

Le champ électromoteur de LORENTZ est :

$$\vec{E}_m(M) = \vec{v} \wedge \vec{B} = rw\vec{e}_\theta \wedge B\vec{e}_z = rw\vec{e}_\theta \wedge -B\vec{e}_z = -r\omega B\vec{e}_r$$

3

La force électromotrice de LORENTZ est :

$$e_{OI} = \int_0^a \vec{E}_m(M) \cdot d\vec{OM} = \int_0^a -r\omega B\vec{e}_r \cdot \vec{e}_r dr = -B\omega \frac{a^2}{2} = -k_e \omega$$

Avec :

$$k_e = B \frac{a^2}{2}$$

4

La force élémentaire de LAPLACE est donnée par :

$$\vec{dF}_{La}(M) = i\vec{dr}(M) \wedge \vec{B} = idr\vec{e}_r \wedge -B\vec{e}_z = iBdr\vec{e}_\theta$$

Le moment élémentaire de la force de LAPLACE est :

$$\vec{dM}_{O,L}(M) = \vec{r} \wedge iBdr\vec{e}_\theta = iBrdr\vec{e}_z$$

Par intégration, il vient :

$$\vec{M}_{O,L} = \int_0^a iBrdr\vec{e}_z = iB\frac{a^2}{2}\vec{e}_z = k_e i\vec{e}_z$$

5

5.1

M_f représente la projection du moment des forces de frottements sur \vec{e}_z . On peut se placer en régime permanent ($w = cte$) : $\Sigma \vec{M}_O = \vec{0} \implies k_e i - M_0 - \gamma w = 0$ (1).

On peut chercher l'équation électrique à l'aide du schéma équivalent (figure 2) :

Loi des mailles : $U = k_e w + Ri \implies i = \frac{1}{R}(U - k_e w)$, l'équation (1) permet d'écrire :

$$w \underbrace{\left(\gamma + \frac{k_e^2}{R} \right)}_{>0} = \frac{k_e}{R} U - M_0 > 0 \implies U > \frac{RM_0}{k_e}$$

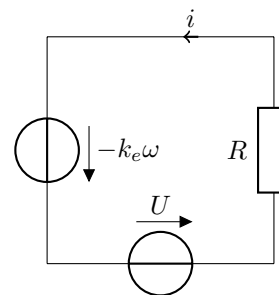


FIGURE 2 -

5.2

Le TMC projeté sur \vec{e}_z donne :

$$J \frac{dw}{dt} = k_e i - M_0 - \gamma w \quad (M)$$

6

La loi des mailles donne : $U = Ri - e_{OI} = Ri + k_e w$ (E)

7

On remplace i dans l'équation (M), il vient :

$$J \frac{dw}{dt} = \frac{k_e}{R} (U - k_e w) - M_0 - \gamma w$$

ou bien :

$$\frac{dw}{dt} + \frac{1}{J} \left(\frac{k_e^2}{R} + \gamma \right) w = \frac{1}{J} \left(-M_0 + \frac{k_e U}{R} \right)$$

qu'on peut écrire aussi :

$$\frac{dw}{dt} + \frac{w}{\tau} = \frac{\omega_\ell}{\tau}$$

avec :

$$\tau = \frac{J}{\frac{k_e^2}{R} + \gamma} = \frac{J}{\gamma + \frac{B^2 a^4}{4R}} \quad \text{et} \quad \omega_\ell = \frac{\left(\frac{k_e U}{R} - M_0 \right)}{\gamma + \frac{k_e^2}{R}}$$

8

La solution de cette équation différentielle s'écrit :

$$\omega(t) = \omega_\ell \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$\omega(t)$ augmente avec le temps et atteint une valeur limite ω_ℓ .

9

La puissance de la source est : $P_{source} = U \times i_\ell$, avec $i_\ell = \frac{M_0 + \gamma w_\ell}{k_e}$, en remplaçant w_ℓ par sa valeur, on obtient :

$$P_{source} = \frac{\gamma U^2 + k_e M_0 U}{k_e^2 + \gamma R}$$

En multipliant l'équation mécanique (M) par ω et l'équation électrique (E) par i , on obtient :

$$\begin{cases} Jw \frac{dw}{dt} = \frac{d(\frac{1}{2}Jw^2)}{dt} = k_e i w - M_0 w - \gamma w^2 \\ U i = k_e i w + R i^2 \end{cases}$$

Donc :

$$U i = \frac{dE_c}{dt} + R i^2 - M_0 w - \gamma w^2$$

On voit bien que la puissance électrique reçue par le moteur est convertie en :

- Puissance thermique par effet joule : Ri^2 ;
- Puissance de frottements mécaniques : $-M_0 w - \gamma w^2$;
- Puissance cinétique de rotation du disque : $\frac{d(\frac{1}{2}Jw^2)}{dt}$.

En régime permanent le terme $\frac{d(\frac{1}{2}Jw^2)}{dt}$ devient nul.

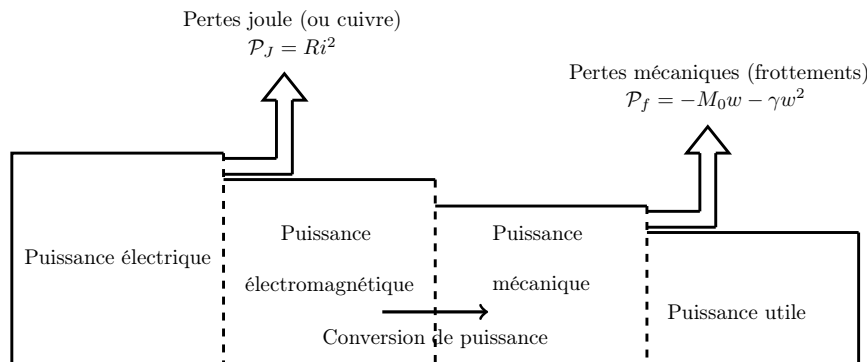


FIGURE 3 –

10

La vitesse de rotation du moteur est $w = 2\pi n$ (rad/s), la puissance du moteur est donc : $P = M_{O,L} \times w = k_e i \times 2\pi n$, ou encore :

$$P = 2\pi k_e n \times \frac{U - 2\pi n k_e}{R}$$

Partie 2 : Étude d'un gyropode

1 Détermination de la constante de f.é.m. du moteur

1.1

Le stator est l'inducteur, il comporte les aimants permanents qui engendrent un champ magnétique dont le flux traverse le rotor.

1.2

k'_e	P_a	η_m	P_p
$k'_e = \frac{-E}{n}$	$P_a = P_{induit} + P_{inducteur}$ $= U_N I_N + U_{exN} I_{exN}$ $\simeq 2,3kW$	$\eta_m = \frac{P_{UN}}{P_a}$ $\eta_m \simeq 74,5$	$P_{UN} = P_a - P_p$ $P_p = P_a - P_{UN}$ $P_p = 592W$
$\simeq 1,3.10^{-2}V/tr.mn^{-1}$			

1.3

La capacité de deux batteries associées en dérivation (en parallèle) est :

$$Q_{2batteries} = I_0 t = 2I_{1batterie} t = 2Q_{1batterie}$$

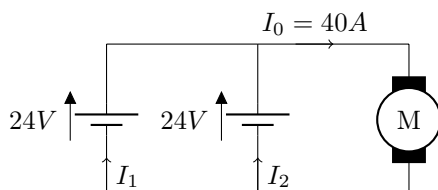


FIGURE 4 -

$$Q_{2batteries} = I_0 t = 60Ah$$

$2Q_{1batterie} = 2 \times 33,3Ah = 66,6Ah$, cette valeur est supérieure à $60Ah$, elle peut donc convenir au fonctionnement du moteur.

2 Étude du hacheur de tension alimentant le moteur

2.1

L'interrupteur commandé est réalisé à l'aide d'un transistor bipolaire.

2.2

La bobine de lissage permet de diminuer l'ondulation en courant pour i_m .

La diode est appelée diode de roue libre : lorsque K est ouvert, D conduit et la charge se trouve déconnectée de l'entrée et n'est pas alimentée, elle fonctionne de manière autonome, en roue libre.

2.3

L'allure de u_D est représentée sur le graphe de la figure 5 (on suppose $U_0 > 0$).

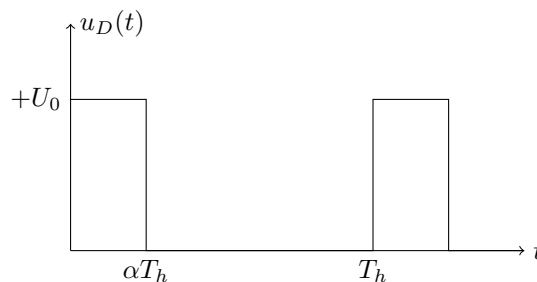


FIGURE 5 -

2.4

2.4.1

Pour $t \in [0, \alpha T_h]$: K est fermé (=fil), D est bloquée (= interrupteur ouvert), le schéma équivalent du montage est représenté sur la figure 6.

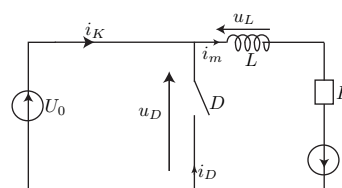


FIGURE 6 -

$i_D = 0$ puisque la diode est bloquée et $i_K(t) = i_m(t)$, d'après la courbe de $i_m(t)$ on peut écrire :

$$i_K(t) = i_m(t) = i_m^{\min} + \left(\frac{i_m^{\max} - i_m^{\min}}{\alpha T_h} \right) t$$

2.4.2

Pour $t \in [\alpha T_h, T_h]$: K est ouvert (= interrupteur ouvert), D est passante (=fil), le schéma équivalent du montage est représenté sur la figure 7 .

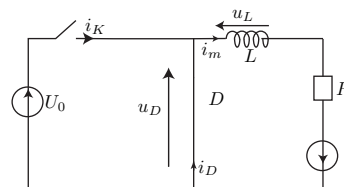


FIGURE 7 -

$i_K = 0$ puisque K est ouvert et $i_D(t) = i_m(t)$, d'après la courbe de $i_m(t)$ on peut écrire :

$$i_D(t) = i_m(t) = i_m^{\max} - \left(\frac{i_m^{\max} - i_m^{\min}}{(\alpha - 1)T_h} \right) (t - \alpha T_h)$$

2.4.3

Le schéma suivant représente les allures de $U_{com}(t)$, $i_K(t)$, $i_D(t)$ et $i_m(t)$:

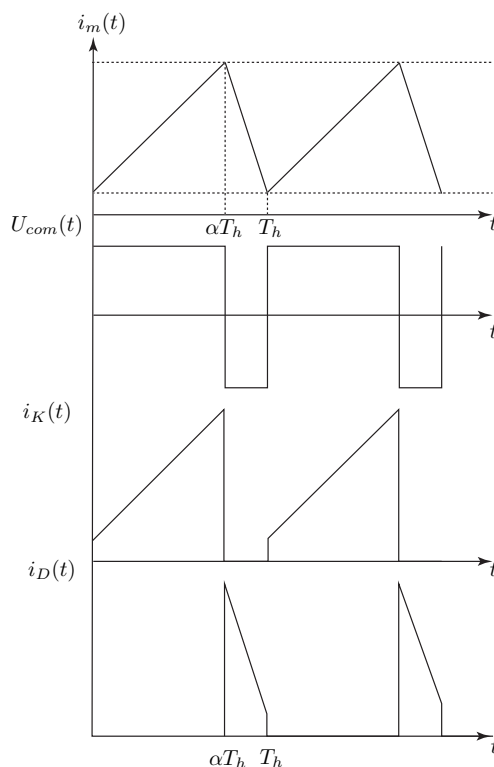


FIGURE 8 -

2.4.4

$$\langle U_D(t) \rangle = \frac{1}{T_h} \int_0^{T_h} U_D(t) dt = \frac{\text{aire}}{T_h}$$

Donc :

$$\langle U_D(t) \rangle = \frac{U_0 \alpha T_h}{T_h} = \alpha U_0 = 18V$$

2.4.5

Pour mesurer la valeur moyenne de $U_D(t)$, on peut utiliser un multimètre ou un oscilloscope en mode DC, on choisit le calibre le plus proche de 18V.

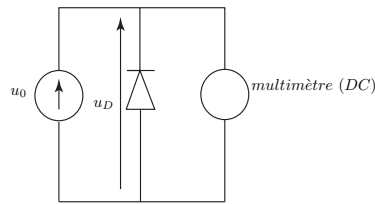


FIGURE 9 –

2.4.6

On peut s’inspirer du montage hacheur série vu dans le TP pour proposer le montage suivant :

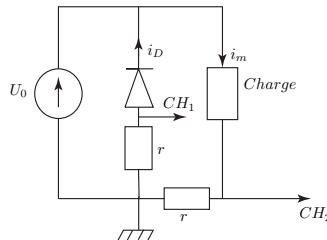


FIGURE 10 –

Il faut choisir r très faible par rapport à $R = 45m\Omega$, pour ne pas perturber le fonctionnement du montage, on peut proposer $r = 1m\Omega$

2.4.7

Le hacheur série permet de faire varier $\langle U_D(t) \rangle$, il permet donc contrôler la vitesse du moteur à courant continu.

3 Mise en marche et arrêt du véhicule

3.1 Mise en forme du signal issu du capteur

3.1.1

La rétroaction se fait sur les deux bornes inverseuses des amplificateurs opérationnels, les montages M_1 et M_2 peuvent fonctionner en régime linéaire.

3.1.2

- $v_1 = v^- = v^+ = v$ (AO_1 fonctionne en régime linéaire et est idéal) ;
- M_1 est un montage suiveur ;
- Le théorème de MILLMAN permet d’écrire :

$$v^- = v^+ = 0 = \frac{v_1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} + \frac{v_2}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \Rightarrow v_2 = -\frac{R_2}{R_1}v_1$$

- M_2 est un montage amplificateur inverseur ;
- M_1 joue le rôle d’adaptateur d’impédance (aucun courant n’entre du capteur) ;
- M_2 permet d’amplifier la tension $v = v_1$.

3.1.3

En utilisant la relation précédente et la relation donnée dans l'énoncé, il vient :

$$v_2 = -\frac{R_2}{R_1} v_1 = -\frac{R_2}{R_1} v = \frac{R_2}{R_1} k\theta$$

3.1.4

AN :

$$R_2 = \frac{v_2 R_1}{k\theta} = 50k\Omega$$

3.1.5

La pente de la droite est $0,5V/^\circ$

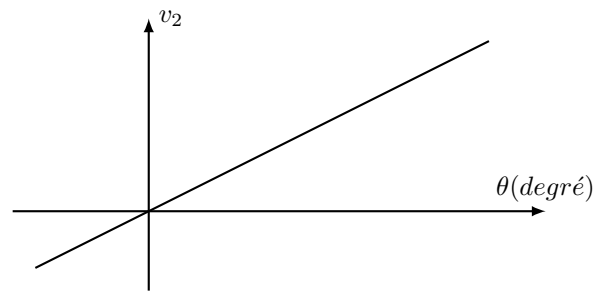


FIGURE 11 –

3.1.6

Le montage fonctionne en régime linéaire lorsque :

$$|v_2| \leq 15V \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} |v_1| \leq 15V \Rightarrow |v_1| \leq 15 \frac{R_1}{R_2} = 0,9V$$

Donc :

$$v_1 \in [-0,9V, +0,9V]$$

3.2

3.2.1

La rétroaction se fait sur la borne non inverseuse de l'amplificateur opérationnel AO3, le montage M_3 fonctionne en régime non linéaire.

$$v''_3 = +V_{sat} = +15V \text{ et } v'_3 = -V_{sat} = -15V$$

3.2.2

Les lois d'OHM et des mailles donnent :

$$\begin{cases} v_3^+ = E - R_3 i \\ v_3^+ - v_3 = R_4 i \end{cases} \Rightarrow v_3^+ \left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right) = E + \frac{R_3}{R_4} v_3 \Rightarrow v_3^+ = \frac{R_4 E + R_3 v_3}{R_3 + R_4}$$

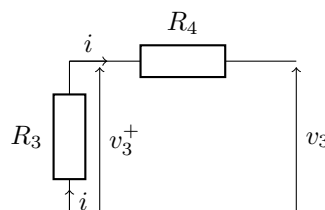


FIGURE 12 –

3.2.3

$v_3 = v_3' = -V_{sat}$ si $\varepsilon = v_3^+ - v_2 < 0$, donc :

$$v_2 > v_3^+(v_3 = +V_{sat}) = \underbrace{\frac{R_4 E + R_3 \times -V_{sat}}{R_3 + R_4}}_{v'_{2S}}$$

et :

$$v'_{2S} = \frac{R_4 E - R_3 V_{sat}}{R_3 + R_4}$$

AN :

$$v'_{2S} \simeq 1,23V$$

3.2.4

v_3 bascule de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$ et reste égale à $+V_{sat}$, lorsque : $v_2 < v_3^+(v_3 = +V_{sat}) = v''_{2S}$, avec :

$$v''_{2S} = \frac{R_3 V_{sat} + R_4 E}{R_3 + R_4}$$

$$v''_{2S} = 3V$$

3.2.5

Le basculement de v_3 de $+V_{sat}$ à $-V_{sat}$ a lieu lorsque :

$$v_2 > v''_{2S} = 3V$$

3.2.6

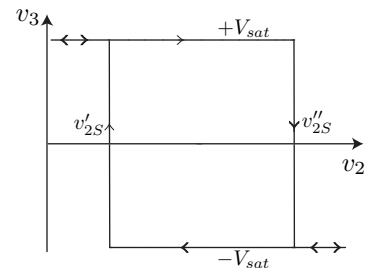


FIGURE 13 –

La caractéristique $v_3 = f(v_2)$ est donnée par la figure 13 .

Il s'agit d'un montage comparateur à hystérésis inverseur.

3.2.7

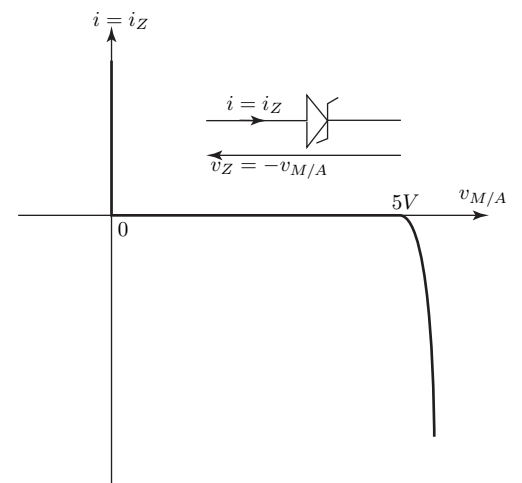


FIGURE 14 –

L'allure de la caractéristique dépend de la convention choisie. La figure 14 représente la caractéristique de la diode ZENER, $i = f(v_{M/A})$:

3.2.8

D'après le montage de l'énoncé :

$$v_3 = v_{M/A} - R_5 i_Z \Rightarrow v_{M/A} = v_3 + R_5 i_Z$$

Si $v_3 = v'_3 = -V_{sat}$, alors : $v_{M/A} = -V_{sat} + R_5 i_Z$. Si i_Z est négatif, $v_{M/A} < -15V$ ce qui impossible.

$$v_{M/A} = v_M = 0V.$$

Mais $v_{M/A}$ peut être nul. si i_Z est positif, c'est un état possible de la diode, dans ce cas on a une polarisation directe de la diode ZENER.

Si $v_3 = v'_3 = +V_{sat}$, alors : $v_{M/A} = +V_{sat} + R_5 i_Z$. Si i_Z est positif, $v_{M/A} > 15V$ ce qui impossible.

Mais $v_{M/A}$ peut être égal à $5V$ si i_Z est négatif, c'est un état possible de la diode, dans ce cas on a une polarisation inverse de la diode ZENER.

$$v_{M/A} = v_A = 5V.$$

3.2.9

On peut avoir les deux cas suivants :

$$\begin{cases} v_3 = -V_{sat} \Rightarrow v_{M/A} = 0V \\ v_3 = +V_{sat} \Rightarrow v_{M/A} = 5V \end{cases}$$

La caractéristique $v_{M/A} = f(v_2)$ est la suivante :

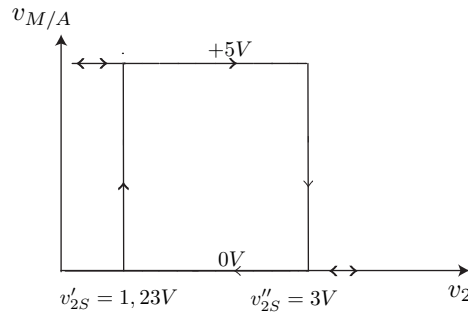


FIGURE 15 -

3.2.10

Le tableau suivant résume les différents cas :

θ°	10	2	0
$v_2(V)$	5	1	0
$v_{M/A}(V)$	0	5	5
état	marche	arrêt	arrêt

3.3 Filtrage su signal du capteur

3.3.1

$$|\underline{H}(jw)| = \frac{H_0}{\sqrt{1 + a^2 w^2}} \text{ et } G_{dB} = 20\text{Log}(H_0) - 10\text{Log}(1 + a^2 w^2)$$

— Basses fréquences $aw \ll 1$: $G_{dB} \rightarrow 20\text{Log}(H_0)$

— Hautes fréquences $aw \gg 1$: $G_{dB} \rightarrow 20\text{Log}(H_0) - 20\text{Log}(aw)$

3.3.2

La fréquence de coupure à $-3dB$ est obtenue pour :

$$|\underline{H}| (f = f_c) = \frac{H_0}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow G_{dB}(f = f_c) = 20\text{Log}(H_0) - 3dB$$

D'après le graphe $G_{dB_{max}} = 0$ et $G_{dB} = -3dB$ pour $f = f_c \simeq 10Hz$

$$G_{dB_{max}} = 0 \Leftrightarrow H_0 = 1$$

La pulsation de coupure w_c est donnée par :

$$w_c = \frac{1}{a} = 2\pi f_c \rightarrow a = \frac{1}{2\pi f_c} \simeq 16ms$$

Le "système" peut être assimilé à un filtre passe-bas du premier ordre en effet l'expression de H est du premier ordre, en plus $H \rightarrow 0$ lorsque $w \gg w_c = \frac{1}{a}$.

3.3.3

Le montage permet d'atténuer les vibrations produites par la route puisque leur fréquence f est très supérieure à f_c .

3.3.4

On peut proposer le montage suivant :

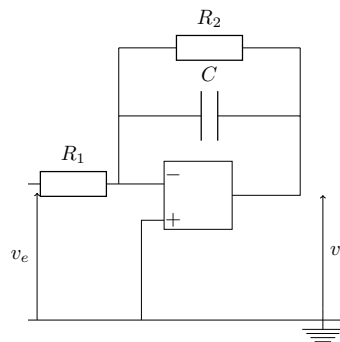


FIGURE 16 –

FIN