

ROYAUME DU MAROC

Ministère de l'Éducation Nationale
et de la Jeunesse

Ministère de l'Enseignement
Supérieur, de la Formation des Cadres
et de la Recherche Scientifique

**Concours National Commun
d'Admission aux
Grandes Écoles d'Ingénieurs
Session 2003**

ÉPREUVE DE PHYSIQUE I

Durée 4 heures

Concours **PSI**

Cette épreuve comporte 10 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est *interdit*

**L'énoncé de cette épreuve comporte 10 pages.
L'usage de la calculatrice est interdit.**

On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.

Ondes acoustiques dans les fluides

Dans ce problème, on aborde quelques aspects de la propagation des ondes acoustiques dans un fluide *compressible*. Dans la première partie on étudie la propagation d'une onde acoustique dans un fluide au repos dans le cadre d'un modèle de base négligeant toute cause d'absorption. La deuxième partie propose d'étudier deux causes possibles de l'absorption d'une onde acoustique dans un fluide : la conduction thermique et la viscosité. La troisième partie, quant à elle, propose l'étude de quelques applications simples liées aux ondes acoustiques.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'étude sera menée relativement au référentiel du laboratoire R supposé galiléen.

Lorsque le fluide est au repos, en l'absence de l'onde acoustique, on note μ_0 , p_0 et T_0 respectivement les champs de masse volumique, de pression et de température supposés uniformes. On note χ_s le coefficient de compressibilité isentropique du fluide.

Lorsque le fluide est siège de la propagation d'une onde acoustique on note :

- $\rho(M, t) = \mu_0 + \mu(M, t)$ le champ de masse volumique du fluide ;
- $p(M, t) = p_0 + \pi(M, t)$ le champ de pression au sein du fluide ; $\pi(M, t)$ étant la *surpression* acoustique ;
- $T(M, t) = T_0 + \theta(M, t)$ le champ de température au sein du fluide ;
- $\vec{v}(M, t)$ le champ des vitesses acoustiques ;

Données utiles et notations

- constante des gaz parfaits : $R = 8,3 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$;
- conductivité thermique de l'air : $\lambda = 2,5 \times 10^{-2} \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$;
- coefficient de viscosité de l'air : $\eta = 1,81 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$;
- rapport des capacités thermiques massiques de l'air : $\gamma = 1,4$;
- masse molaire de l'air : $M = 29 \times 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$;
- surpression acoustique au seuil d'audition pour l'oreille humaine : $|\pi_a| = 3 \times 10^{-5} \text{ Pa}$;
- surpression acoustique au seuil de douleur pour l'oreille humaine : $|\pi_d| = 2 \times 10^{-2} \text{ Pa}$.

Conformément à la pratique courante, les grandeurs complexes seront *soulignées* et on désignera par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\pi/2$.

1^{ère} partie

Propagation libre d'ondes acoustiques

Dans toute cette partie on se limite au cas d'un fluide parfait.

1.1. Approximation acoustique

1.1.1. Écrire la relation locale de conservation de la matière.

1.1.2. Donner l'équation d'EULER liant la vitesse $\vec{v}(M, t)$ et la pression $p(M, t)$ en négligeant, comme on le fera dans toute la suite, les efforts volumiques.

1.1.3. Exprimer le coefficient de compressibilité isentropique χ_s du fluide en fonction de sa masse volumique ρ .

1.1.4. Un examen des ordres de grandeur des surpressions acoustiques montre que l'on peut considérer que l'amplitude de la surpression acoustique est toujours négligeable devant la pression au repos dans le fluide. Montrer qualitativement que l'écart de masse volumique $\mu = \rho - \mu_0$ est lui aussi négligeable devant la masse volumique au repos μ_0 . On utilisera par la suite l'hypothèse *a priori* $\|\vec{v}\| \ll c$, où c est la célérité des ondes acoustiques dans le milieu considéré.

1.1.5. Compte tenu de ce qui précède, linéariser l'équation de conservation de la matière ainsi que l'équation d'EULER.

1.1.6. En déduire que l'écoulement associé à l'onde acoustique peut être considéré comme potentiel ou irrotationnel. Par la suite on notera le potentiel des vitesses ϕ tel que $\vec{v}(M, t) = -\vec{\nabla}_M \phi(M, t)$.

1.1.7. Montrer aussi que la transformation thermodynamique associée à la propagation de l'onde acoustique peut être considérée comme isentropique et que le coefficient de compressibilité isentropique χ_s peut être considéré comme constant.

1.1.8. En linéarisant l'expression de χ_s , trouver une relation simple donnant $\mu(M, t)$ en fonction de μ_0 , χ_s et $\pi(M, t)$.

1.2. Équations de propagation et solutions

1.2.1. Montrer que π , μ et ϕ obéissent à la même équation différentielle aux dérivées partielles :

$$\vec{\nabla}_M^2 \phi(M, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi(M, t)}{\partial t^2} = 0$$

et donner l'expression de c en fonction de μ_0 et χ_s .

1.2.2. Quelle est l'équation différentielle que doit vérifier la vitesse acoustique $\vec{v}(M, t)$?

1.2.3. On s'intéresse à la structure du champ de température créé par le passage de l'onde acoustique.

1.2.3.1. Montrer que, au premier ordre, l'écart de température $\theta(M, t) = T(M, t) - T_0$ peut être relié à la surpression $\pi(M, t)$ par la relation :

$$\theta = \pi \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_s$$

1.2.3.2. En déduire que, au premier ordre, l'écart de température θ peut être relié à la surpression π par la relation :

$$\theta = \pi \frac{\alpha T_0}{\mu_0 c_p}$$

où α est le coefficient de dilatation isobare supposé constant, et défini en fonction du volume massique V_m par :

$$\alpha = \frac{1}{V_m} \left(\frac{\partial V_m}{\partial T} \right)_p$$

1.2.3.3. Exprimer alors $\theta(M, t)$, dans le cas d'un gaz parfait, en fonction de γ , T_0 , p_0 et $\pi(M, t)$.

1.2.3.4. En déduire un ordre de grandeur de $\frac{\theta}{T_0}$ et commenter.

1.2.4. On s'intéresse par la suite au cas des ondes planes se propageant dans la direction Ox .

1.2.4.1. Qu'appelle-t-on onde plane ?

1.2.4.2. Écrire l'équation de propagation du potentiel des vitesses acoustiques ϕ pour une telle onde et vérifier qu'elle admet comme solution :

$$\phi(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + g\left(t + \frac{x}{c}\right)$$

On admettra que cette expression est la forme générale de la solution. Que représente chacun des termes f et g de cette solution ?

1.2.4.3. En déduire les expressions de la vitesse acoustique $\vec{v}(M, t)$, de la surpression acoustique $\pi(M, t)$, de l'écart de masse volumique $\mu(M, t)$ et de l'écart de température $\theta(M, t)$ en fonction de $f\left(t - \frac{x}{c}\right)$ et $g\left(t + \frac{x}{c}\right)$, pour une onde acoustique plane se propageant selon l'axe Ox .

1.2.4.4. Montrer que dans le cas d'une onde acoustique plane progressive, l'approximation *a priori* utilisée en 1.1.4. est bien justifiée.

1.2.5. On cherche des solutions de l'équation de propagation sous forme d'onde plane progressive harmonique se propageant dans la direction Ox .

1.2.5.1. Montrer que $\phi(x, t) = \phi_0 \exp i(kx - \omega t)$ est solution de l'équation de propagation à condition que k et ω vérifient une relation de dispersion que l'on établira.

1.2.5.2. Quelle est approximativement la gamme des fréquences audibles par l'oreille humaine ou ondes sonores ?

1.2.6. Célérité acoustique

On s'intéresse dans cette question à la propagation des ondes acoustiques dans un gaz supposé obéir au modèle du gaz parfait.

1.2.6.1. Établir dans ce cas l'expression du coefficient de compressibilité isentropique χ_s en fonction de la pression p_0 et du rapport γ des capacités thermiques massiques à pression constante c_p et à volume constant c_v , $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$.

1.2.6.2. En déduire l'expression de la célérité c des ondes acoustiques dans un gaz supposé parfait.

1.2.6.3. **Application numérique** : calculer la célérité des ondes acoustiques dans l'air supposé être un gaz parfait à 298 K.

1.2.6.4. Définir la longueur d'onde acoustique λ_a et calculer ses valeurs correspondant aux limites de l'intervalle des ondes sonores.

1.2.6.5. Décrire un montage expérimental permettant de mesurer la célérité des ondes acoustiques dans l'air. À quelle grandeur physique une telle mesure permet-elle d'accéder. Expliquer.

2^{ème} partie

Absorption des ondes acoustiques

Le modèle précédent est un modèle de base qui permet de comprendre certains aspects essentiels de la propagation des ondes acoustiques mais qui néglige un certain nombre de phénomènes à l'origine de l'absorption des ondes acoustiques au cours de leur propagation. On se propose dans cette partie de tenir compte successivement du phénomène de conduction thermique et de viscosité pour expliquer l'atténuation au cours de la propagation d'un signal acoustique dans l'air.

Les grandeurs acoustiques $\pi = p - p_0$, $\mu = \rho - \rho_0$, \vec{v} et $\theta = T - T_0$ seront encore considérées comme des infiniment petits de même ordre et on procédera en conséquence à la linéarisation des équations faisant intervenir ces grandeurs.

2.1. Absorption par conduction thermique

L'air est considéré comme un gaz parfait *sans viscosité* mais ayant une conductivité thermique constante λ .

2.1.1. La transformation thermodynamique associée à la propagation de l'onde acoustique est supposée réversible.

2.1.1.1. Quel est le transfert thermique massique δq_m algébriquement reçu pendant l'intervalle de temps dt par le fluide siège de la propagation de l'onde acoustique ? On exprimera δq_m de deux manières différentes, l'une à l'aide des variables θ et μ faisant intervenir la capacité thermique massique à volume constant c_{v_m} et l'autre à l'aide des variables θ et π faisant intervenir la capacité thermique massique à pression constante c_{p_m} .

2.1.1.2. Montrer que le transfert thermique massique δq_m reçu algébriquement par le fluide pendant l'intervalle de temps dt obéit, en vertu de la loi de FOURIER, à l'équation :

$$\frac{\delta q_m}{dt} = \frac{\lambda}{\mu_0} \vec{\nabla}^2 \theta$$

λ étant la conductivité thermique du fluide supposée être une constante.

2.1.2. On s'intéresse à présent à la propagation le long de l'axe Ox d'une onde plane harmonique de pulsation ω . On note $\underline{\pi}$, $\underline{\mu}$ et $\underline{\theta}$ les représentations complexes de la surpression acoustique, de l'écart de masse volumique et de l'écart de température. On écrit :

$$\begin{cases} \underline{\pi}(x, t) = \underline{\pi}^\circ \exp i(\underline{k}x - \omega t) \\ \underline{\mu}(x, t) = \underline{\mu}^\circ \exp i(\underline{k}x - \omega t) \\ \underline{\theta}(x, t) = \underline{\theta}^\circ \exp i(\underline{k}x - \omega t) \end{cases}$$

et on cherche la nouvelle relation de dispersion liant ω et \underline{k} , $\underline{\pi}^\circ$, $\underline{\mu}^\circ$ et $\underline{\theta}^\circ$ étant trois constantes complexes.

2.1.2.1. Comment peut-on justifier l'utilisation de la représentation complexe dans cette étude ?

2.1.2.2. Établir la relation simple entre $\underline{\pi}$ et $\underline{\mu}$ imposée par l'équation de conservation de la masse et l'équation d'EULER linéarisées.

2.1.2.3. En utilisant les résultats des questions 2.1.1.1. et 2.1.1.2., montrer que le rapport $\frac{\underline{\pi}}{\underline{\mu}}$ est donné par :

$$\frac{\underline{\pi}}{\underline{\mu}} = \frac{p_0}{\mu_0} \frac{c_{p_m} + i \frac{\lambda k^2}{\mu_0 \omega}}{c_{v_m} + i \frac{\lambda k^2}{\mu_0 \omega}}$$

2.1.2.4. En déduire la nouvelle relation de dispersion sous une forme implicite. On introduira la célérité isentropique $c = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\mu_0}}$ et on discutera les cas limites $\lambda \rightarrow 0$ et $\lambda \rightarrow \infty$ en précisant ce que traduit physiquement chacun de ces deux cas.

On s'intéresse dans la suite, au cas de faible conduction.

2.1.2.5. Dans quel domaine de fréquence peut-on négliger la conduction thermique du milieu de propagation ? On donnera une valeur de la fréquence limite.

2.1.2.6. Montrer que dans ce cas la relation de dispersion donne :

$$\underline{k} = k_0 + i\beta$$

et donner les expressions de k_0 et β en fonction de ω , c , γ , λ , T_0 et p_0 .

2.1.2.7. Donner l'expression de $\underline{\pi}(x, t)$ faisant apparaître k_0 et β . Que représente β ?

2.1.2.8. **Application numérique :** calculer β pour l'air à 293 K pour les fréquences $\nu_1 = 1$ kHz et $\nu_2 = 40$ kHz et en déduire dans chaque cas la distance d sur laquelle l'onde est amortie d'un facteur e (base du logarithme népérien). Commenter. On prendra $p_0 = 10^5$ Pa.

2.2. Absorption par frottement visqueux

On tient compte à présent de la viscosité de l'air mais on assimile la propagation de l'onde acoustique à une transformation isentropique. On admet que la résultante des forces de viscosité sur un élément de volume $d\tau$ de l'air est donnée par :

$$\overrightarrow{dF}_v = \eta \overrightarrow{\nabla}_M^2 \overrightarrow{v}(M, t) d\tau$$

où η est le coefficient de viscosité de l'air. On néglige toute autre force volumique et on prendra $p_0 = 10^5$ Pa.

2.2.1. En s'inspirant de la démarche entreprise en 1.1., montrer que la vitesse acoustique \overrightarrow{v} est solution de l'équation de propagation :

$$\overrightarrow{\nabla}_M^2 \overrightarrow{v}(M, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \overrightarrow{v}(M, t)}{\partial t^2} + \Lambda \overrightarrow{\nabla}_M^2 \frac{\partial \overrightarrow{v}(M, t)}{\partial t} = \overrightarrow{0}$$

et déterminer l'expression de Λ en fonction de η et χ_s . On admettra, sans justification, que dans le cadre de cette étude l'onde acoustique est encore décrite par un écoulement *irrotationnel*.

2.2.2. On s'intéresse à la propagation le long de l'axe Ox d'une onde acoustique plane harmonique décrite, en représentation complexe, par :

$$\underline{\overrightarrow{v}}(M, t) = \underline{\overrightarrow{v}}_0 \exp i(\underline{k}x - \omega t)$$

2.2.2.1. Établir la relation de dispersion entre \underline{k} et ω .

2.2.2.2. Dans quel domaine de fréquence peut-on négliger la viscosité du milieu de propagation ? On donnera une valeur de la fréquence limite.

2.2.2.3. Montrer que dans de tels cas la relation de dispersion donne :

$$\underline{k} = k_0 + i\beta'$$

et donner les expressions de k_0 et β' en fonction de ω , c , η et χ_s .

2.2.2.4. **Application numérique :** calculer β' pour l'air à 293 K pour les fréquences $\nu_1 = 1$ kHz et $\nu_2 = 40$ kHz et en déduire dans chaque cas la distance d' sur laquelle l'onde est amortie d'un facteur e (base du logarithme népérien). Commenter.

3^{ème} partie

Quelques applications

Les trois sections qui constituent cette partie sont *totalem*ent indépendantes entre elles. On y aborde successivement l'étude d'un microphone acoustique puis d'un haut parleur électrodynamique et finalement l'étude de la mesure d'une vitesse de déplacement à l'aide de l'effet DOPPLER acoustique.

3.1. Étude d'un microphone électrostatique

Un microphone électrostatique est composé essentiellement d'un condensateur plan dont l'une des armatures A_1 est fixe tandis que l'autre armature A_2 est mobile sous l'effet d'une surpression acoustique. On suppose que l'armature A_2 se déplace parallèlement à elle même le long de l'axe Ox . Les armatures du condensateur ont une surface S et le diélectrique qui remplit entièrement l'espace entre les deux armatures a une permittivité diélectrique ϵ . Si d_0 est la distance au repos entre les deux armatures, on admet qu'une surpression sinusoïdale de pulsation ω sur A_2 conduit à une épaisseur $d = d_0 - a \sin \omega t$. On négligera tous les effets de bord.

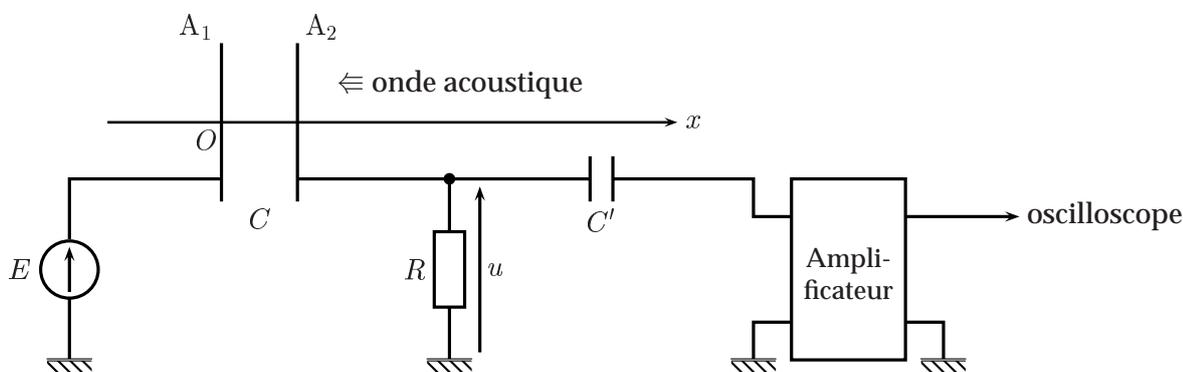


Figure 1: Montage d'un microphone électrostatique.

3.1.1. Sachant que $a \ll d_0$, montrer que la capacité peut s'écrire, au premier ordre en a/d_0 :

$$C(t) = C_0 + C_1 \sin \omega t$$

et exprimer C_0 et C_1 en fonction de ϵ , S , d_0 et a . Que représente C_0 ? Exprimer le rapport $\frac{C_1}{C_0}$ et commenter.

Le microphone est inséré dans le montage électrique représenté figure 1. Le générateur de tension de polarisation présente une force électromotrice E constante.

3.1.2. Donner l'équation différentielle vérifiée par la tension $u(t)$ aux bornes de la résistance R . On négligera le courant d'entrée dans l'amplificateur.

3.1.3. Montrer qu'à l'ordre le plus bas en $\frac{C_1}{C_0}$, l'équation différentielle précédente devient :

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau_0} u = \omega U_0 \cos \omega t$$

et donner les expressions de τ_0 et U_0 en fonction de R , C_0 , C_1 et E . Quelle condition doit-on pour cela imposer à la résistance R ?

3.1.4. On cherche une solution du régime établi sous la forme $u(t) = U \cos(\omega t - \varphi)$. Donner les expressions de U et φ en fonction de R , C_0 , C_1 E et ω .

3.1.5. Comment doit-on choisir la résistance R pour que l'amplitude U dépende le moins possible de la fréquence ? Interpréter cette condition et donner alors la nouvelle expression de $u(t)$. Quels autres avantages apporte cette condition ?

3.1.6. Quel est le rôle du condensateur de capacité C' ? Proposer un montage réaliste pouvant servir d'amplificateur dans le domaine audio-fréquence.

3.2. Étude d'un haut parleur électrodynamique

Un haut-parleur électrodynamique (figure 2) est composé :

- d'un aimant permanent fixe dont l'entrefer, en forme de cavité annulaire, est le siège d'un champ magnétique $\vec{B} = B_0 \vec{u}_r$ radial et de norme B_0 constante ($B_0 > 0$) ;
- d'une bobine de longueur totale de fil l , de résistance R , d'inductance L , située entièrement dans l'entrefer de l'aimant et soumise à une tension $u(t)$ entre ses bornes A et B ;
- d'une membrane M solidaire de la bobine. L'ensemble mobile possède une masse m et peut osciller en translation autour d'une position moyenne ($x = 0$) suivant l'axe Ox grâce à un dispositif de rappel schématisé par un ressort de raideur k exerçant une force de rappel $\vec{f}_r = -k x \vec{u}_x$. La transmission acoustique de la membrane à l'air environnant se traduit par une force de frottement fluide $-r \vec{v}$ opposée à la vitesse \vec{v} de la membrane et dont la puissance correspond à la puissance sonore émise.

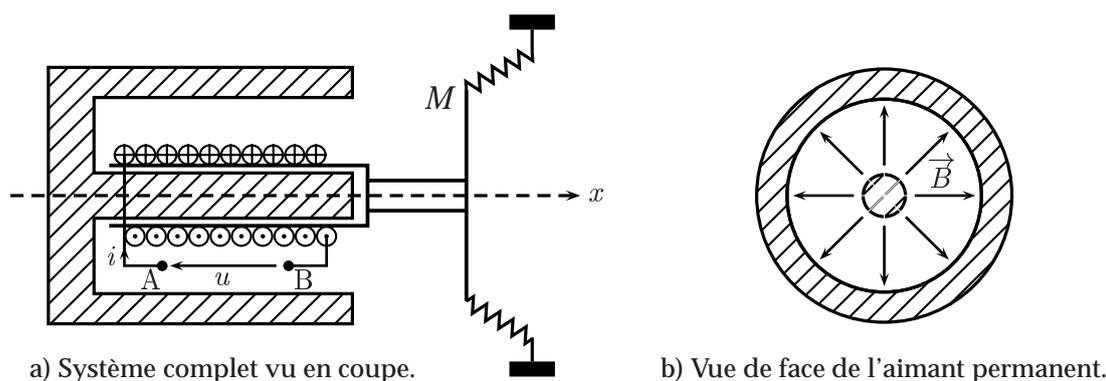


Figure 2: Haut-parleur électrodynamique.

Les grandeurs électriques sont définies algébriquement comme l'indique la figure 2. Tout vecteur devra être exprimé sur la base orthonormée directe $(\vec{u}_x, \vec{u}_\theta, \vec{u}_r)$; \vec{u}_x étant le vecteur directeur unitaire de l'axe Ox .

3.2.1. Expliquer brièvement et qualitativement le fonctionnement du haut-parleur. Dire en particulier par quels mécanismes une tension $u(t)$ peut engendrer une onde acoustique.

3.2.2. Équation mécanique

La bobine est parcourue par un courant $i(t)$.

3.2.2.1. Calculer la force de LAPLACE \vec{f}_L s'exerçant sur la bobine.

3.2.2.2. En déduire l'équation différentielle reliant le déplacement $x(t)$ de l'ensemble mobile et sa vitesse $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ au courant $i(t)$.

3.2.3. Équation électrique

La bobine est soumise à une tension $u(t)$.

3.2.3.1. Calculer le champ électromoteur de LORENTZ \vec{E}_m , indiquer son sens sur la figure et en déduire la force électromotrice $e(t)$ correspondante.

3.2.3.2. En déduire l'équation différentielle électrique reliant $u(t)$, $i(t)$ et $v(t)$.

3.2.4. Bilan énergétique

3.2.4.1. Pourquoi parle-t-on de couplage et de transducteur électrodynamiques ?

3.2.4.2. En éliminant les termes de couplage entre les deux équations mécanique et électrique, établir un bilan de puissance sous la forme :

$$u i = \frac{dE_r}{dt} + P_1(i) + P_2(v)$$

et donner les expressions de E_r , P_1 et P_2 en prenant le soin d'interpréter physiquement chacun des termes du bilan.

3.2.4.3. Que devient ce bilan de puissance en valeur moyenne temporelle pour un régime périodique ? Interpréter physiquement ce résultat et en déduire une définition du rendement ρ du haut-parleur. Comment peut-on améliorer ce rendement ?

3.2.5. Modèle électrique équivalent

On suppose à présent que la tension $u(t)$ appliquée aux bornes de la bobine est sinusoïdale de la forme $u(t) = u_0 \cos \omega t$. On s'intéresse au régime établi à la pulsation ω et on utilisera la représentation complexe.

3.2.5.1. Montrer que l'on peut écrire $\underline{u} = \underline{Z} \underline{i}$ avec $\underline{Z} = \underline{Z}_e + \underline{Z}_{am}$ où \underline{Z}_e représente l'impédance électrique de la bobine et \underline{Z}_{am} l'impédance acousto-mécanique ou motionnelle du haut-parleur. Donner les expressions de \underline{Z}_e et $\frac{1}{\underline{Z}_{am}}$.

3.2.5.2. Montrer que, dans l'hypothèse simplificatrice où r ne dépend pas de ω , l'impédance acousto-mécanique est constituée de trois composants électriques associés en parallèle dont on donnera la nature et dont on déterminera les expressions en fonction des données. Quelle fonction mécanique représente chacun de ces composants ?

3.2.5.3. **Application numérique** : calculer la valeur de ces composants pour $B = 0,2 \text{ T}$, $l = 20 \text{ m}$, $m = 120 \text{ g}$, $k = 4,3 \times 10^4 \text{ N.m}^{-1}$ et $r = 6 \text{ kg.s}^{-1}$. Proposer le schéma électrique équivalent à l'ensemble du haut-parleur.

3.2.5.4. Donner l'expression du rendement ρ défini à la question 3.2.4.3. en fonction des données. Pour quelle valeur ω_0 de ω le rendement est-il maximum ? Calculer numériquement la fréquence ν_0 correspondante ainsi que la valeur ρ_0 du rendement sachant qu'en plus des valeurs numériques précédentes, $R = 2 \Omega$.

Sachant qu'à cette fréquence ν_0 , la puissance électrique moyenne reçue par le haut-parleur est $P = 15 \text{ W}$ et que le courant efficace est $i_{\text{eff}} = 1,8 \text{ A}$, calculer la vitesse efficace v_{eff} et le déplacement efficace x_{eff} de la membrane.

3.2.5.5. Calculer également le rendement ρ pour une fréquence $\nu = 3 \times 10^2 \text{ Hz}$. Ce haut-parleur permet-il une restitution fidèle des ondes acoustiques audibles ? Comment procède-t-on dans la pratique pour corriger ce défaut ?

3.3. Mesure d'une vitesse de translation par effet Doppler

N.B. : aucune connaissance préalable de l'effet DOPPLER n'est nécessaire.

3.3.1. Une source d'ondes acoustiques émettant des signaux périodiques de période T_s , s'éloigne de l'observateur à la vitesse v négligeable devant la célérité c des ondes acoustiques. Déterminer la période apparente T_a des signaux reçus par l'observateur. Montrer qu'au premier ordre en v/c , la fréquence apparente ν_a est reliée à la fréquence ν_s de la source par :

$$\nu_a = \nu_s \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

3.3.2. On dispose un émetteur E et un récepteur R d'ultrasons comme représenté figure 3. L'émetteur est fixe par rapport au référentiel d'étude alors que le récepteur est animé d'un mouvement de translation rectiligne uniforme de vitesse constante $\vec{V} = V \vec{u}_x$.

Exprimer le décalage $\Delta\nu$ entre les fréquences de l'onde émise par E et celle de l'onde reçue par R ; on prendra $\Delta\nu > 0$.

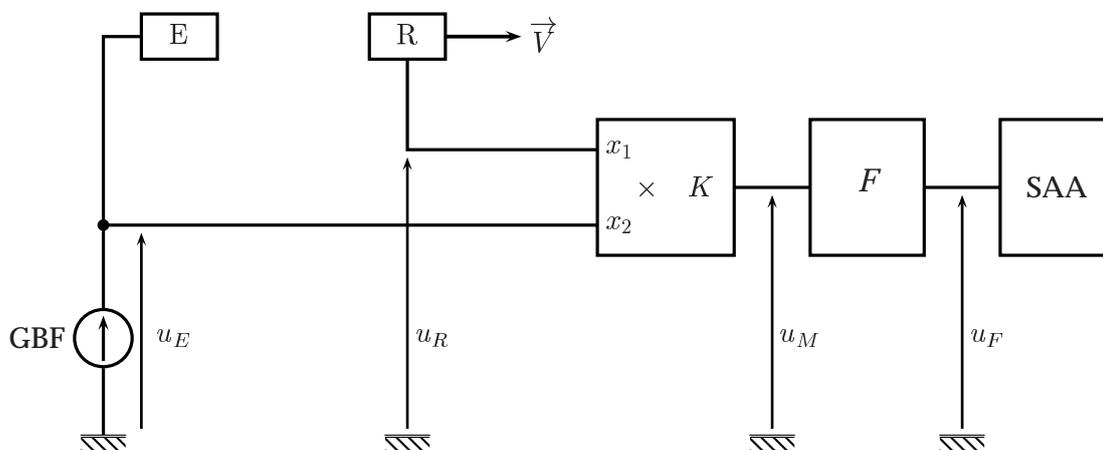


Figure 3: Dispositif de mesure d'une vitesse de translation par effet DOPPLER.

3.3.3. Afin de pouvoir mesurer le décalage de fréquence et d'en déduire la vitesse V , on utilise le montage électronique représenté figure 3. Le circuit multiplieur délivre une tension proportionnelle au produit de ses deux tensions d'entrée et se comporte vis-à-vis de la sortie comme un générateur de tension d'impédance nulle ; on note K le coefficient de proportionnalité.

Le générateur basse-fréquence délivre une tension sinusoïdale $u_E(t) = U_0 \cos 2\pi\nu t$ de fréquence $\nu = 40 \text{ kHz}$. On suppose que l'émetteur E émet une onde acoustique harmonique de même fréquence que la tension excitatrice et que le récepteur R délivre une tension u_R de même fréquence que l'onde acoustique reçue.

3.3.3.1. Quelle est la dimension du coefficient K ?

3.3.3.2. Exprimer la tension de sortie $u_M(t)$ du multiplieur en fonction du temps t ; on notera φ le déphasage de $u_R(t)$ par rapport à $u_E(t)$.

3.3.3.3. Établir et représenter graphiquement la décomposition spectrale de la tension $u_M(t)$.

3.3.3.4. Pour isoler le signal utile de fréquence $\Delta\nu$, on dispose un filtre linéaire F comme représenté figure 3. Quel type de filtre doit-on utiliser et quelles sont les conditions que doit vérifier sa fréquence de coupure ν_c ?

3.3.3.5. Donner alors l'expression de la tension de sortie $u_F(t)$ du filtre. On notera A l'amplification de ce dernier dans sa bande passante.

3.3.4. La figure 4 donne un enregistrement de la tension $u_F(t)$ en fonction du temps réalisé à l'aide d'un système automatique d'acquisition (SAA).

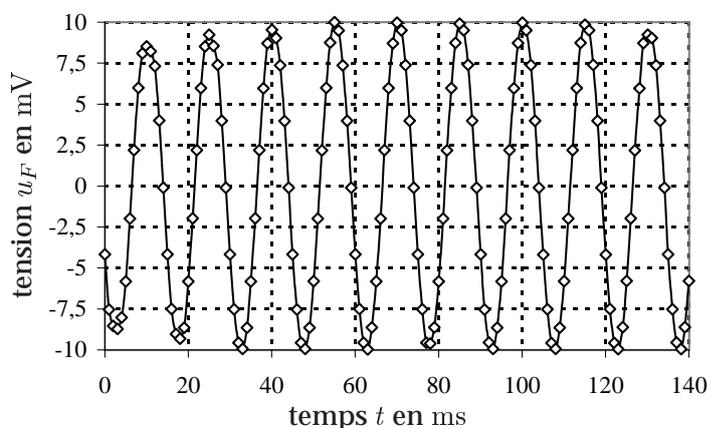


Figure 4: Exemple d'enregistrement de la tension DOPPLER.

3.3.4.1. Déterminer la valeur expérimentale du décalage de fréquence.

3.3.4.2. En déduire la valeur numérique de la vitesse V de déplacement de R. On prendra comme valeur de la célérité de l'onde dans les conditions de l'expérience $c = 340 \text{ m.s}^{-1}$.

3.3.5. Proposer une structure pour le filtre F en donnant les valeurs numériques « raisonnables » des composants utilisés. Quelle est sa fréquence de coupure ν_c ?

3.3.6. En quoi consiste le système automatique d'acquisition ?

FIN DE L'ÉPREUVE