

Correction de physique 1

Proposé par: Ali Chakour
Cpge Moulay Youssef Rabat
Révisé par Mr:Benitto Mohamed
Cpge Moulay Youssef Rabat

Q1. Coefficient de la pompe à chaleur e_p :

$$e_p = \frac{|Q_H|}{W}$$

- e_p est maximale lors d'un fonctionnement réversible.

- Expression de e_{pmax} :

Au cours d'un cycle: $\Delta U_{cycle} = 0 \implies W + Q_H + Q_B = 0$.

Soit: $Q_B = -W - Q_H$.

De plus: $\Delta S_{cycle} = 0 \implies \frac{Q_H}{T_H} + \frac{Q_B}{T_B} = 0$ (Pour un fonctionnement réversible).

Soit: $\frac{Q_H}{T_H} - \frac{W + Q_H}{T_B} = 0$. Par suite: $Q_H \left(\frac{1}{T_H} - \frac{1}{T_B} \right) = \frac{W}{T_B}$.

Donc:
$$e_{pmax} = \frac{T_H}{T_H - T_B}$$

Q2. Efficacité du moteur e_m :

$$e_m = \frac{|W|}{Q_H}$$

- e_m est maximale lors d'un fonctionnement réversible.

- Expression de e_{mmax} :

Au cours d'un cycle: $\Delta U_{cycle} = 0 \implies W + Q_H + Q_B = 0$.

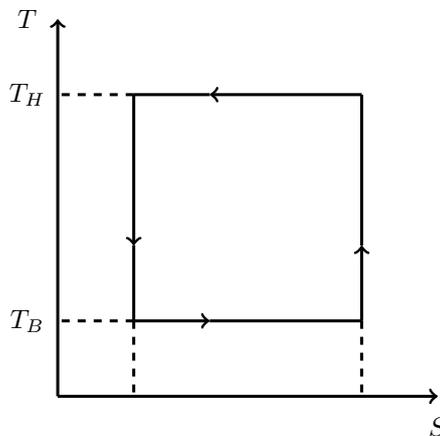
Soit: $-W = Q_B + Q_H$.

De plus: $\Delta S_{cycle} = 0 \implies \frac{Q_H}{T_H} + \frac{Q_B}{T_B} = 0$ (Pour un fonctionnement réversible). Soit: $\frac{Q_B}{Q_H} = -\frac{T_B}{T_H}$.

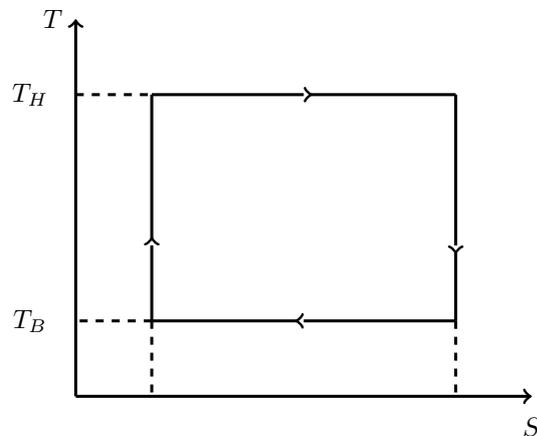
Donc:
$$e_{mmax} = \frac{T_H - T_B}{T_H}$$

Q3. Lors d'un fonctionnement réversible: toutes les transformations sont renversables. De plus: $e_{pmax} = \frac{1}{e_{mmax}}$.
Donc l'énergie stockée peut être intégralement récupérée.

Q4.

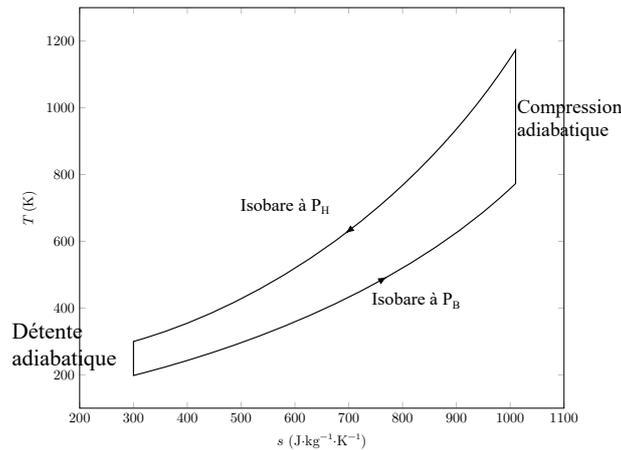


Cycle de Carnot lors de la phase de sotckage



Cycle de Carnot lors de la phase de désotckage

Q5.



- Q6. • $T_1 > T_{1is}$.
 • Une partie du travail échangé est transformé en chaleur (énergie thermique).

- Q7. • Rendement par rapport à l'isentropique du compresseur:

$$\eta_{cs} = \frac{w_{is}}{w_c}$$

On applique le bilan d'enthalpie au compresseur entre t et $t + dt$:

$h_{sc} - h_{ec} = w_c + q_c$, (On néglige la variation d'énergie cinétique et d'énergie potentielle devant la variation d'enthalpie).

Si la compression est isentropique: $q_c = 0$. Par suite: $h_{scis} - h_{ec} = w_{cis}$.

$$\text{Soit: } \eta_{cs} = \frac{h_{cis} - h_{ec}}{h_{sc} - h_{ec} - q_c}$$

La compression se fait rapidement, par suite: $q_c = 0$.

$$\text{On en déduit: } \boxed{\eta_{cs} = \frac{h_{cis} - h_{ec}}{h_{sc} - h_{ec}}}$$

- De même pour la détente:

Rendement par rapport à l'isentropique de la détente:

$$\eta_{ts} = \frac{w_t}{w_{tis}}$$

On applique le bilan d'enthalpie au détendeur entre t et $t + dt$:

$h_{st} - h_{et} = w_t + q_t$.

Si la détente est isentropique: $q_t = 0$. Par suite: $h_{stis} - h_{et} = w_{tis}$.

$$\text{Soit: } \eta_{cs} = \frac{h_{tis} - h_{et}}{h_{st} - h_{et} - q_t}$$

$$\text{On en déduit: } \boxed{\eta_{ts} = \frac{h_{st} - h_{et}}{h_{stis} - h_{et}}}$$

- Q8. La variation d'enthalpie d'un gaz parfait ne dépend que de T .

- Lors de la compression:

$$h_{cis} - h_{ec} = \eta_{cs}(h_{sc} - h_{ec}). \text{ Soit: } c_p(T_{1is} - T_{2n}) = \eta_{cs}c_p(T_1 - T_{2n})$$

Cherchons l'expression de T_{1is} :

Pour une transformation isentropique, on a: $PV^\gamma = cte$ et $V = \frac{nRT}{P}$. Par suite: $P^{1-\gamma}T^\gamma = cte$.

$$\text{Donc: } P_H^{1-\gamma}T_{1is}^\gamma = P_B^{1-\gamma}T_{2n}^\gamma$$

$$\text{Soit: } T_{1is} = T_{2n} \left(\frac{P_B}{P_H} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_{2n}\psi$$

$$\text{Par suite: } \boxed{T_1 - T_{2n} = \frac{T_{2n}(\psi - 1)}{\eta_{cs}}}$$

- Même démarche pour la détente:

$$h_{st} - h_{et} = \eta_{ts}(h_{stis} - h_{et}). \text{ Soit: } c_p(T_{0n} - T_3) = \eta_{cs}c_p(T_{0n} - T_{3is})$$

Cherchons l'expression de T_{3is} :

Pour une transformation isentropique, on a: $P^{1-\gamma}T^\gamma = cte$. Donc: $P_B^{1-\gamma}T_{3is}^\gamma = P_H^{1-\gamma}T_{0n}^\gamma$.

$$\text{Soit: } T_{3is} = T_{0n} \left(\frac{P_H}{P_B} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_{2n} \frac{1}{\psi}.$$

$$\text{Par suite: } \boxed{T_{0n} - T_3 = \eta_{ts} T_{0n} \left(1 - \frac{1}{\psi} \right)}.$$

Q9. On justifie l'expression à l'aide de l'analyse dimensionnelle:

$$[c_p(T_1 - T_2)] = J.Kg^{-1}K^{-1}K = JKg^{-1} = [e_c].$$

$$\text{Q10. } e_s = c_p[(T_1 - T_{2n}) + (T_3 - T_{0n})] = c_p \left[\frac{T_{2n}(\psi - 1)}{\eta_{cs}} + \eta_{ts} T_{0n} \left(\frac{1}{\psi} - 1 \right) \right].$$

$$\text{Or: } c_p - c_v = \frac{R}{M}. \text{ Soit: } c_p = \frac{R\gamma}{M(\gamma - 1)}.$$

$$\text{Par suite: } \boxed{e_s = \frac{R\gamma}{M(\gamma - 1)} \left[\frac{T_{2n}(\psi - 1)}{\eta_{cs}} + \eta_{ts} T_{0n} \left(\frac{1}{\psi} - 1 \right) \right]}.$$

$$\text{Q11. A.N: } e_s = 177,73.10^3 J.Kg^{-1}.$$

Q12. Le procédé Sept est au même titre que l'hydraulique gravitaire et Caes concernant la puissance et la capacité de stockage. Cependant ce procédé a un titre plus important que celui d'hydrogène ou des batteries.

Q13. Le débit massique dans l'installation Sept:

$$P_m = 10^8 W = D_m c_p (T_{2n} - T_3) = \frac{D_m R \gamma}{M(\gamma - 1)} (T_{2n} - T_3).$$

$$D_m = 338,6 Kg.s^{-1}.$$

$$\text{Q14. } \varepsilon = \frac{V_{ocfluide}}{V_e} \Rightarrow V_{ocfluide} = \varepsilon V_e.$$

On néglige le volume de l'argon se trouvant dans les canalisations.

$$\rho_{Ar} = \frac{m}{V_{ocfluide}} = \frac{m}{\varepsilon V_e}.$$

$$\text{Par suite: } \boxed{m = \rho_{Ar} \varepsilon V_e}.$$

$$\text{A.N: } m = 1,44.10^4 Kg.$$

Q15. • La puissance électrique stockée dans la batterie:

$$P = UI = 12 \frac{Q}{\Delta t}.$$

L'énergie électrique stockée dans la batterie pendant l'unité du temps est: $e = 12 \frac{Q}{\Delta t} \Delta t = 12.50 = 600 J.$

• Énergie massique stockée par une installation Step pendant l'unité du temps est: $e'_m = \frac{10^8 J}{m} = 6944,44 J/Kg$

• $e'_m \gg e.$

Q16. • On a: $\eta_{cd} = \frac{h_{scis} - h_{ec}}{h_{sc} - h_{ec}} \Rightarrow h_{scis} - h_{ec} = \eta_{cd}(h_{sc} - h_{ec}).$

$$\text{Par suite: } (T_{sdis} - T_3) = \eta_{cs}(T_{0d} - T_3).$$

$$\text{Or: } T_{sdis}^\gamma P_H^{1-\gamma} = T_3^\gamma P_B^{1-\gamma} \Rightarrow T_{sdis} = T_3 \left(\frac{P_B}{P_H} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_3 \psi.$$

$$\text{Par suite: } T_{0d} = T_3 \left[1 + \frac{\psi - 1}{\eta_{cd}} \right].$$

$$\text{Or: } T_3 - T_{0n} = \eta_{ts} T_{0n} \left(\frac{1}{\psi} - 1 \right) \text{ (d'après Q.8).}$$

$$\text{Soit: } T_3 = T_{0n} \left[1 + \eta_{ts} \left(\frac{1}{\psi} - 1 \right) \right].$$

$$\text{Donc: } \boxed{T_{0d} = T_{0n} \left[1 + \frac{\psi - 1}{\eta_{cd}} \right] \left[1 + \eta_{ts} \frac{(1 - \psi)}{\psi} \right]}.$$

• De même: $\eta_{td} = \frac{h_{et} - h_{st}}{h_{et} - h_{stis}} \Rightarrow (T_1 - T_{2d}) = \eta_{td}(T_1 - T_{2dis}).$

$$\text{Or: } T_{2dis}^\gamma P_B^{1-\gamma} = T_1^\gamma P_H^{1-\gamma}. \text{ Soit: } T_{2dis} = \frac{T_1}{\psi}.$$

$$\text{Donc: } (T_{2d} - T_1) = \eta_{td} T_1 \left(\frac{1}{\psi} - 1 \right) \Rightarrow T_{2d} = T_1 \left[1 + \eta_{td} \left(\frac{1}{\psi} - 1 \right) \right].$$

Or, d'après Q.8, on a: $T_1 = T_{2n} \left[1 + \frac{\psi - 1}{\eta_{cs}} \right]$.

$$\text{D'où: } T_{2d} = T_{2n} \left[1 + \eta_{td} \frac{(1 - \psi)}{\psi} \right] \left[1 + \frac{\psi - 1}{\eta_{cs}} \right]$$

Q17. • On a: $\eta_{cd} < 1 \Rightarrow \frac{1}{\eta_{cd}} > 1 \Rightarrow \frac{\psi - 1}{\eta_{cd}} > \psi - 1 \Rightarrow 1 + \frac{\psi - 1}{\eta_{cd}} > \psi$.

Or: $P_H > P_B \Rightarrow \psi > 1$.

Soit: $1 + \frac{\psi - 1}{\eta_{cd}} > 1$.

De plus: $1 + \frac{\eta_{ts}(1 - \psi)}{\psi} = \frac{\psi(1 - \eta_{ts}) + \eta_{ts}}{\psi}$.

Puisque: $\eta_{ts} < 1 \Rightarrow (1 - \eta_{ts}) > 0 \Rightarrow 1 + \frac{\eta_{ts}(1 - \psi)}{\psi} > 0$.

Donc: $\left[1 + \frac{\eta_{ts}(1 - \psi)}{\psi} \right] \left[1 + \frac{\psi - 1}{\eta_{cd}} \right] > \left[1 + \frac{\eta_{ts}(1 - \psi)}{\psi} \right] \psi > \psi > 1$.

Par suite: $T_{0d} \geq T_{0n}$.

• De même: $\left[1 + \frac{(\psi - 1)}{\eta_{cs}} \right] > \psi > 1$ et $\left[1 + \eta_{td} \frac{1 - \psi}{\psi} \right] > 0$.

Par suite: $T_{2d} \geq T_{2n}$.

Q18. • $T_{0d} = T_{0n}$ et $T_{2d} = T_{2n}$ si: $\eta_{cs} = 1$ et $\eta_{td} = 1$, c'est à dire la compression et la détente sont réversibles.

• Ces transformations ne sont pas réalistes puisqu'elles nécessitent une durée infinie.

Q19. Pour évacuer l'excédent d'énergie, on peut utiliser un échangeur à contre-courant où circule de l'eau.

Q20. $T_{2d} = T_{2n} \Rightarrow \left[1 + \eta_{td} \frac{(1 - \psi)}{\psi} \right] \left[1 + \frac{\psi - 1}{\eta_{cs}} \right] = 1$.

$$\Rightarrow 1 + \eta_{td} \frac{(1 - \psi)}{\psi} + \frac{\psi - 1}{\eta_{cs}} + \frac{\eta_{td}(\psi - 1)(1 - \psi)}{\eta_{cs}\psi} = 1$$

$$\Rightarrow (\psi - 1) \left[-\frac{\eta_{td}}{\psi} + \frac{1}{\eta_{cs}} + \frac{\eta_{td}(1 - \psi)}{\psi\eta_{cs}} \right] = 0$$

$$\text{Or: } \psi \neq 1 \Rightarrow \frac{\eta_{td}(1 - \psi)}{\psi\eta_{cs}} = \frac{\eta_{td}}{\psi} - \frac{1}{\eta_{cs}}$$

$$\text{soit: } \eta_{td}(1 - \psi) = \eta_{td}\eta_{cs} - \psi \Rightarrow \psi(1 - \eta_{td}) + \eta_{td}(1 - \eta_{cs}) = 0$$

$$\Rightarrow \eta_{td} = 1 \text{ et } \eta_{cs} = 1 \text{ ou } \eta_{td} = \frac{\psi(1 - \eta_{td}) + \eta_{td}}{\eta_{cs}}$$

Pour un fonctionnement irréversible: $\eta_{cs} \neq 1$ et $\eta_{td} \neq 1$.

$$\text{par suite: } \eta_{td} = \frac{\psi(1 - \eta_{td}) + \eta_{td}}{\eta_{cs}}$$

$$\text{Or: } \psi > 1 \Rightarrow \psi(1 - \eta_{td}) > (1 - \eta_{td}) \Rightarrow \eta_{td} + \psi(1 - \eta_{td}) > 1$$

$$\text{Or: } \eta_{cs} < 1 \Rightarrow \frac{1}{\eta_{cs}} > 1 \Rightarrow \eta_{td} > 1 \text{ (Ce qui est absurde).}$$

D'où la nécessité d'avoir un rapport de pression isentropique en stockage différent de celui en déstockage pour un fonctionnement irréversible.

Q21. On a: $T_{2d} = T_1 \left[1 + \eta_{td} \left(\frac{1}{\psi_d} - 1 \right) \right]$ lors du déstockage et $T_1 = T_{2n} \left[1 + \frac{\psi - 1}{\eta_{cs}} \right]$ lors du stockage.

$$\text{Donc: } T_{2d} = T_{2n} \left[1 + \frac{\psi - 1}{\eta_{cs}} \right] \left[1 + \eta_{td} \left(\frac{1}{\psi_d} - 1 \right) \right]$$

$$\text{Or: } T_{2d} \simeq T_{2n} \Rightarrow \left[1 + \frac{\psi - 1}{\eta_{cs}} \right] \left[1 + \eta_{td} \left(\frac{1}{\psi_d} - 1 \right) \right] = 1$$

$$\text{Soit: } (\eta_{cs} + \psi - 1) \left(1 + \eta_{td} \left(\frac{1}{\psi_d} - 1 \right) \right) = \eta_{cs} \Rightarrow \eta_{td} \left(\frac{1}{\psi_d} - 1 \right) = \frac{1 - \psi}{\eta_{cs} + \psi - 1}$$

$$\text{Donc: } \psi_d = \frac{\eta_{td}(\eta_{cs} + \psi - 1)}{(1 - \psi) + \eta_{td}(\eta_{cs} + \psi - 1)}$$

Q22. On calcule $\psi_d - \psi$:

$$\psi_d - \psi = \frac{\eta_{td}(\eta_{cs} + \psi - 1)}{(1 - \psi) + \eta_{td}(\eta_{cs} + \psi - 1)} - \psi = \frac{(\psi - 1)[\psi(1 - \eta_{td}) + \eta_{td}(1 - \eta_{cs})]}{(1 - \psi) + \eta_{td}(\eta_{cs} + \psi - 1)}$$

Pour η_{cs} et η_{td} qui sont de l'ordre de grandeur des valeurs utilisées dans la figure 7, $(1 - \psi) + \eta_{td}(\eta_{cs} + \psi - 1) > 0$.

Comme $(1 - \eta_{cs}) > 0$, $(1 - \eta_{td}) > 0$ et $(\psi - 1) > 0$, alors $\psi_d - \psi > 0$. Soit: $\psi_d > \psi$.

Q23. Énergie mise en jeu lors du déstockage massique: $e_d = c_p[(T_{2d} - T_1) + (T_{0d} - T_3)]$.

- $T_1 \rightarrow T_{2d}$: elle se produit la compression lors du tockage. D'où: $T_{2d} = T_1(1 + \frac{\psi - 1}{\eta_{cs}})$.

$$\text{Soit: } \boxed{(T_{2d} - T_1) = T_1 \frac{(\psi - 1)}{\eta_{cs}}}$$

- $T_3 \rightarrow T_{0d}$: elle se produit la compression lors du déstockage. D'où: $T_{0d} = T_3(1 + \frac{\psi_d - 1}{\eta_{cd}})$

- $T_{0n} \rightarrow T_3$: elle se produit la détente lors du stockage. D'où: $T_3 = T_{0n}[1 + \eta_{ts}(\frac{1}{\psi} - 1)]$.

$$\text{Par suite: } (T_{0d} - T_3) = T_3 \frac{(\psi_d - 1)}{\eta_{cd}} = T_{0n}[1 + \eta_{ts}(\frac{1}{\psi} - 1)] \frac{(\psi_d - 1)}{\eta_{cd}}$$

$$\text{Soit: } \boxed{(T_{0d} - T_3) = T_{0n}[1 + \eta_{ts}(\frac{1}{\psi} - 1)] \frac{\psi - 1}{\eta_{cd}[(1 - \psi) + \eta_{td}(\eta_{cs} + \psi - 1)]}}$$

$$\text{D'où: } \boxed{e_d = c_p \{ T_{0n}[1 + \eta_{ts}(\frac{1}{\psi} - 1)] \frac{\psi - 1}{\eta_{cd}[(1 - \psi) + \eta_{td}(\eta_{cs} + \psi - 1)]} + T_1 \frac{(\psi - 1)}{\eta_{cs}} \}}$$

Q24. D'après la Figure 7, on peut obtenir un rendement théorique de 90% en supposant que la turbomachine chaude ne peut pas dépasser $1000^\circ C$ en réduisant les irréversibilités au maximum.

Q25. D'après la Figure 7, le rendement théorique élevé pour des transformations irréversibles est obtenu si $T > 1000^\circ C$ en augmentant le rendement isentropique. D'où la nécessité de faire un compromis entre le rendement isentropique et la fusion des matériaux de l'enceinte.

Q26. Les facteurs susceptibles d'expliquer la différence entre le rendement réel et le rendement théorique sont:

- défauts d'isolation thermique des enceintes.
- élargissement des fronts thermiques.

$$\text{Q27. } 1 - \varepsilon = \frac{V_{oc}}{V_{total}}$$

- $1 - \varepsilon_{c.s} = \frac{n_{c.s} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3}{a^3}$. $n_{c.s} = 8 \cdot \frac{1}{8} = 1$ et $a = 2R$.

$$\text{Pa suite: } 1 - \varepsilon_{c.s} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{8R^3} = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{D'où: } \boxed{\varepsilon_{c.s} = 1 - \frac{\pi}{6} = 0,48}$$

- $1 - \varepsilon_{C.F.C} = \frac{n_{C.F.C} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3}{a^3}$.

$$n_{c.s} = 8 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2} = 4 \text{ et } a\sqrt{2} = 4R.$$

$$\text{Pa suite: } 1 - \varepsilon_{C.F.C} = \frac{4 \cdot \frac{4}{3}\pi R^3}{8 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}R^3} = \frac{\pi}{3\sqrt{2}}$$

$$\text{D'où: } \boxed{\varepsilon_{C.F.C} = 1 - \frac{\pi}{3\sqrt{2}} = 0,26}$$

- L'empilement cubique à faces centrés est un empilement compact car $\varepsilon_{C.F.C} < \varepsilon_{c.s}$

Q28. Le mode d'empilement qui serait le mieux adapté au remplissage du régénérateur est cubique simple. De plus l'efficacité du stockage augmente avec la porosité.

Q29.

- D'après la courbe 11, la différence de température entre le solide et le fluide diminue lorsque h augmente.
- Lorsque h devient de plus en plus élevé, le gradient de température devient de plus en plus élevé. Donc la largeur du front thermique est de plus en plus réduite.

Q30. Pour une altitude donnée, la température d'équilibre devient de plus en plus faible lorsque h est élevé, c'est à dire que le fluide cède la majorité de son énergie thermique au solide se trouvant à l'intérieur de l'enceinte. Par suite, lorsque h est élevé, le générateur stocke d'avantage d'énergie.

Q31.

- L'échange thermique entre un fluide de température T_f et un solide de température T_s est réversible si $(T_s - T_f) \rightarrow 0$. De plus la durée de la transformation doit être infinie.

- $\Delta S = \Delta S_{solide} + \Delta S_{fluide} = S_{ech} + S_{cr}$.
 $S_{ech} = 0$ (on néglige les pertes d'énergie thermique entre le système (solide + fluide) et son milieu extérieur).
 Dans le générateur l'échange d'énergie thermique entre le fluide et le solide se fait à pression constante.
 D'après la deuxième identité thermodynamique, on a: $dH_s = T_s dS_{solide}$. Par suite: $\Delta S_{solide} = C_{ps} \ln\left(\frac{T_{eq}}{T_s}\right)$.
 De même: $\Delta S_{fluide} = C_{pf} \ln\left(\frac{T_{eq}}{T_f}\right)$.
 Donc: $S_{cr} = C_{pf} \ln\left(\frac{T_q}{T_f}\right) + C_{ps} \ln\left(\frac{T_{eq}}{T_s}\right)$.
 Le solide et le fluide échangent de l'énergie thermique entre eux: $C_{ps}(T_{eq} - T_s) + C_{pf}(T_{eq} - T_f) = 0$.
 Soit: $T_{eq} = \frac{(C_{ps}T_s + C_{pf}T_f)}{C_{ps} + C_{pf}}$ L'entropie créée est nulle si $T_s = T_f$, c'est à dire $h \rightarrow +\infty$ (voir figure 11)

Q32. L'augmentation de L_e à débit massique fixé, fait diminuer la vitesse d'écoulement du fluide et par suite la différence de température entre le solide et le fluide diminue, ce qui augmente le rendement.

Q33. Plus le débit massique est élevé, plus la vitesse d'écoulement est élevée, plus l'échange d'énergie thermique entre le fluide et le solide devient de plus en plus irréversible (rendement diminue).

- Q34. • $(1 - \varepsilon) = \frac{V_{oc}}{V}$, avec $V = L_e^2 H_e$.
 Par suite: $S_{oc} H_e = (1 - \varepsilon) L_e^2 H_e$.
 La puissance thermique diffusée axialement est: $P = j_Q S_{oc} = \lambda \frac{dT}{dz} S_{oc}$.
 Soit: $P = \lambda \frac{dT}{dz} (1 - \varepsilon) L_e^2$.
 L'énergie thermique diffusée axialement pendant Δt est:
 $E_d = \lambda \frac{dT}{dz} (1 - \varepsilon) L_e^2 \Delta t = 2,9 \cdot 10^7 J$.
- $\frac{E_d}{U} = 1,71 \cdot 10^{-5}$: L'énergie diffusée axialement pendant 24 h est négligeable devant l'énergie interne de l'enceinte.

Q35. • En mode parallèle: $\phi = \phi_1 + \phi_2$.

$$\phi = -\lambda_{\parallel} \frac{\partial T}{\partial z} H_e$$

$$\phi_1 = -\lambda_s \frac{\partial T}{\partial z} (1 - \varepsilon) H_e$$

$$\phi_2 = -\lambda_g \frac{\partial T}{\partial z} \varepsilon H_e$$

$$\text{Donc: } \boxed{\lambda_{\parallel} = \lambda_s (1 - \varepsilon) + \lambda_g \varepsilon}$$

- En mode série: $R_{theq} = R_{th1} + R_{th2}$, avec:

$$R_{theq} = \frac{1}{\lambda_{serie} L_e H_e}, R_{th1} = \frac{(1 - \varepsilon)}{\lambda_s L_e H_e} \text{ et } R_{th2} = \frac{\varepsilon}{\lambda_g L_e H_e}$$

$$\text{Donc: } \boxed{\frac{1}{\lambda_{serie}} = \frac{(1 - \varepsilon)}{\lambda_s} + \frac{\varepsilon}{\lambda_g}}$$

- Lorsque $\varepsilon \rightarrow 0$: il n'y a pas du gaz dans le milieu.
 vérification: $\varepsilon \rightarrow 0$, $\lambda_{\parallel} \rightarrow \lambda_s$ et $\lambda_{serie} \rightarrow \lambda_s$

- Q36. • $\frac{1}{\lambda_{serie}} = \frac{(1 - \varepsilon)}{\lambda_s} + \frac{\varepsilon}{\lambda_g} \Rightarrow \lambda_{serie} = \frac{\lambda_s \lambda_g}{\lambda_g (1 - \varepsilon) + \varepsilon \lambda_s} = \frac{\lambda_s \lambda_g}{\lambda_{\parallel}}$.
 On calcule le rapport: $\frac{\lambda_{\parallel}}{\lambda_{serie}} = \frac{(\lambda_g (1 - \varepsilon) + \varepsilon \lambda_s)^2}{\lambda_s \lambda_g} = 6,75$
 Donc: $\boxed{\lambda_{min} = \lambda_{serie}}$ et $\boxed{\lambda_{max} = \lambda_{\parallel}}$.

Q37. A.N:

- $\lambda_{min} = 0,036 W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
- $\lambda_{max} = 0,22 W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$

Q38. On applique le premier principe à la tranche cylindrique comprise entre r et $r + dr$, avec $r > r_0$:
 $\rho c_p dT 2\pi r dz = j_Q(r) 2\pi r dz dt - j_Q(r + dr) 2\pi (r + dr) dz dt$.

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} 2\pi r dz = -\frac{\partial}{\partial r} (r j_Q(r)) 2\pi r dz.$$

$$\text{Soit: } \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r j_Q(r)).$$

$$\text{Par suite: } \boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right)}.$$

Q39. On utilise les ordres de grandeurs pour l'équation de la question Q39.:

Soit L l'ordre de grandeur de la longueur caractéristique de variation de la température à l'instant t donné.

$$\frac{T}{t} = \frac{T\alpha}{L^2}. \text{ Par suite: } L^2 = \frac{\alpha}{t}.$$

$$\text{D'où: } \boxed{L = \sqrt{\frac{\alpha}{t}}}.$$

$$\text{Q40. } \varphi = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} (r_0, t) 2\pi r_0 L \Rightarrow \varphi_L = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} (r_0, t) 2\pi r_0.$$

$$\text{D'où: } \boxed{\frac{\partial T}{\partial r} (r_0, t) = \frac{-\varphi_L}{\lambda 2\pi r_0}}.$$

$$\text{Q41. Pour } t \gg \tau, \text{ avec: } \tau = \frac{\alpha}{r_0^2} \cdot \frac{r^2}{4\alpha t} \rightarrow 0 \text{ et on pose: } x = \frac{r^2}{4\alpha t}. \text{ Or, si } x \rightarrow 0: E(x) \simeq -\gamma - \ln x.$$

$$\text{Soit: } \boxed{T(r_0, t) = T_0 + \frac{\varphi_L}{4\pi\lambda} \left[-\gamma - \ln\left(\frac{r_0^2}{4\alpha t}\right) \right]}.$$

$$\text{Q42. On a: } \Delta T = -\frac{\varphi_L \gamma}{4\pi\lambda} - \frac{2\varphi_L \ln r_0}{4\pi\lambda} + \frac{\varphi_L \ln(4\alpha)}{4\pi\lambda} + \frac{\varphi_L}{4\pi\lambda} \ln t.$$

$\Delta T = f(\ln t)$ est une droite de pente positive.

Donc ces mesures sont en accord avec les résultats théoriques.

$$\text{Q43. } \varphi_L = \frac{\varphi}{L}. \text{ la pente de la droite } \Delta T = f(\ln t) \text{ est: } p = \frac{\varphi_L}{4\lambda}.$$

$$\text{Par suite: } \boxed{\lambda = \frac{\varphi_L}{4\pi p}}.$$

$$\text{A.N: } \lambda = 0,038 \text{ W.m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}.$$

Q44. On constate que $\lambda \simeq \lambda_{min}$.

Donc, le transfert d'énergie thermique se fait en série.