08-09 DM4 PSI

1/4

Problème n° 1 : Physique Controle PSI 2008 ø

II Oscillateur à boucle de rétroaction.

A

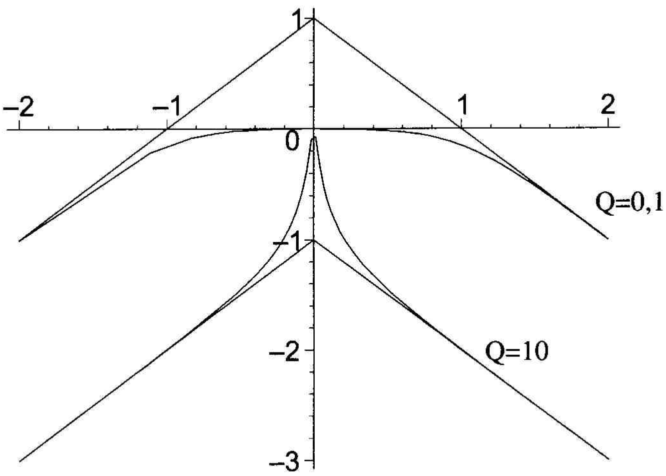
La condition d'existence des oscillations spontanées est :

$$\boxed{\underline{H}(j\omega_0).\underline{F}(j\omega_0) = 1}$$

Quand la condition est réalisée, les oscillations démarrent sur un $\boxed{\text{bruit}}$ qui doit être amplifié par une $\boxed{\text{instabilité}}$

B

1. La chaîne de retour est un $\boxed{\text{filtre passe-bande}}$ puisque qu'on constate que $\underline{F}(j\omega)$ est nul pour ω nul et ω infini. Les diagrammes de bode pour les facteurs de qualité $Q = 0,1$ et $Q = 10$ sont ci-dessous.



2.

$$\underline{H}(j\omega_0).\underline{F}(j\omega_0) = 1$$

$$H_0.F_0.\frac{j\frac{\omega}{Q.\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{Q.\omega_0} - (\frac{\omega}{\omega_0})^2} = 1$$

$$H_0.F_0.j\frac{\omega}{Q.\omega_0} = 1 + j\frac{\omega}{Q.\omega_0} - (\frac{\omega}{\omega_0})^2$$

$$j\frac{\omega}{Q.\omega_0}.(H_0.F_0 - 1) + ((\frac{\omega}{\omega_0})^2 - 1) = 0$$

On en déduit que les oscillations sinuoïdales si elles existent sont obtenues pour : $H_m = H_0$ avec $\boxed{H_m = \frac{1}{F_0}}$ et $\boxed{\omega = \omega_0}$

C

Pour établir l'équation différentielle vérifiée par $u_e(t)$ ou $u_s(t)$, transposons $\underline{H}(j\omega_0).\underline{F}(j\omega_0).\underline{u}_s = \underline{u}_s$.
Soit :

$$H_0.F_0.j\frac{\omega}{Q.\omega_0}.\underline{u}_s = (1 + j\frac{\omega}{Q.\omega_0} + (j.\frac{\omega}{\omega_0})^2).\underline{u}_s$$

$$(H_0.F_0 - 1).\frac{1}{Q.\omega_0}.\frac{du_s}{dt} = u_s + \frac{1}{\omega_0^2}.\frac{d^2u_s}{dt^2}$$

Ordonnons l'équation différentielle :

$$\frac{1}{\omega_0^2}.\frac{d^2u_s}{dt^2} + (1 - H_0.F_0).\frac{1}{Q.\omega_0}.\frac{du_s}{dt} + u_s = 0$$

$$\frac{d^2u_s}{dt^2} + (1 - H_0.F_0).\frac{\omega_0}{Q}.\frac{du_s}{dt} + \omega_0^2.u_s = 0$$

L'équation caractéristique est :

$$r^2 + (1 - H_0.F_0).\frac{\omega_0}{Q}.r + \omega_0^2 = 0$$

Le discriminant : $\Delta = \omega_0^2.(\frac{(1 - H_0.F_0)^2}{Q^2} - 4)$

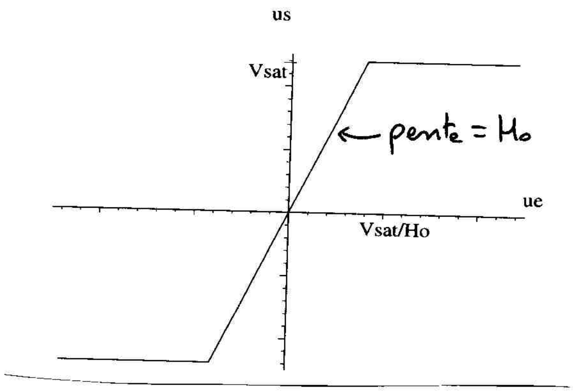
Pour que la solution soit oscillante il faut que $\Delta < 0$

Pour $\boxed{1 - H_0.F_0 < 0}$ la solution diverge, les oscillations peuvent démarrer. L'A.O. va entrer en saturation.

08-09 DM4 PSI 2/4

D

1. La formule du diviseur de tension : $u_e = u_s.\dfrac{R_2}{R_1+R_2}$, soit $\dfrac{u_s}{u_e} = (1+\dfrac{R_1}{R_2})$.
   Soit $\boxed{H_0 = (1+\dfrac{R_1}{R_2})}$

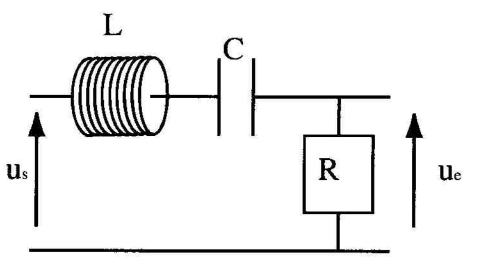


2. $a_o/2$ représente la $\boxed{\text{valeur moyenne ou encore la composante continue}}$ de la tension $u_s(t)$. Ici, $\boxed{a_0/2 \text{ est nul.}}$
3. Pour une valeur H_0 quelconque mais suffisante pour que les oscillations puissent démarrer, les signaux sont écrêtés. L'élément non linéaire est l'amplificateur opérationnel, on ne peut plus le modéliser par un simple gain H_0.

Conformément à l'énoncé, limitons-nous à la contribution du premier harmonique : cette sinusoïde pure doit, après son passage à travers le filtre, être amplifié et écrêtée par la chaîne directe, de sorte que le fondamental de ce signal soit la sinusoïde pure elle-même. Ceci n'est possible que si le filtre ne déphase pas, donc à $\boxed{\omega = \omega_0}$.
De plus, si le fondamental est d'amplitude a_1, cela devient F_0a_1 à la sortie de la chaîne de retour, d'où $V_m = F_0a_1$.
La chaîne d'action agit à son tour et donne pour amplitude du fondamental : $a_1 = V_mH_0\, f(\theta)$, d'où $a_1 = F_0a_1H_0\, f(\theta)$, ou encore $\boxed{F_0H_0\, f(\theta) = 1}$. Cette relation impose bien l'angle d'écrêtage.

<u>Remarque</u> : cette approximation du premier harmonique n'est valable que si les plages de saturation sont très courtes par rapport à la période de fonctionnement, donc si F_0H_0 n'est que très légèrement supérieur à 1. Le schéma de la figure 11 ne respecte pas cette hypothèse. L'approximation peut aussi convenir lorsque le filtre passe-bande est très sélectif, ce qui ne sera pas le cas du pont de Wien du II-E.

4. Il faut prélever la tension à la sortie du filtre passe-bande, pour avoir la tension qui se rapproche au mieux d'une sinusoïde. Le filtre passe bande le plus simple est le circuit $R-L-C$ série :



En <u>haute fréquence</u> la <u>bobine</u> équivaut à un <u>interrupteur ouvert</u>, en <u>basse fréquence</u> le <u>condensateur</u> équivaut à un <u>interrupteur ouvert</u>, donc dans ces deux cas la tension de sortie du montage est nulle, le circuit est un filtre passe bande.

E

1. i_e est nul, car la branche où ce courant est défini est reliée à une $\boxed{\text{entrée d'amplificateur opérationnel idéal.}}$

Par application de la formule du diviseur de tension , on établit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{jRC\omega}{1+3jRC\omega+(jRC\omega)^2}$$

On identifie $\boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{RC},\ Q = \dfrac{1}{3},\ F_0 = \dfrac{1}{3}.}$

Le circuit est bien un passe-bande, mais il n'est <u>pas très sélectif</u>, on peut prévoir que les signaux ne seront pas rigoureusement sinusoïdaux.

L'intérêt de cette chaîne de retour est sa simplicité de mise en oeuvre et le fait qu'elle fonctionne toujours linéairement, car elle ne comprend pas d'amplificateur opérationnel.

2. En calculant les angles d'écrêtages tels que $f(\theta) = \frac{1}{H_0.F_0}$ pour les différentes valeurs de R_1/R_2 on trouve :

Pour $R_1/R_2 = 3$ un angle de $\boxed{0,88 \text{ radians.}}$
Pour $R_1/R_2 = 4$ un angle de $\boxed{1,06 \text{ radians.}}$
Pour $R_1/R_2 = 5$ un angle de $\boxed{1,15 \text{ radians.}}$

L'approximation du 1er harmonique est d'une légitimité douteuse !

On en conclut que plus H_0 est grand plus le signal ressemblera à un signal carré.

F

1. La relation entre u_2 et i est $u_2 = R.i + k.u_2.u_1$, soit

$$\boxed{u_2 = \frac{R}{1 - k.u_1}.i}$$

Le dipôle équivaut à une résistance dont on peut commander la valeur par la tension u_1.

2. Il faut que la constante de temps du dipôle R_dC_d soit très grande par rapport à la période du signal dont on veut détecter la crête.
Si la diode n'est pas idéale, la tension à l'issue du détecteur de crête est décalée par rapport à la crête d'une valeur égale à la tension de seuil de la diode.

3. On peut calculer le rapport $\frac{R_d.C_d}{T}$, on trouve $\boxed{111}$ on en conclut que les composants sont bien choisis pour détecter la crête du signal.

Principe de l'asservissement :
Lorsque les oscillations démarrent, l'amplitude de la tension u_s et par suite la valeur de u'_s croissent, or le gain variable du nouveau montage à amplificateur opérationnel s'écrit : $(1 + \frac{R_1.(1 - k.u'_s)}{R})$, donc il décroît quand u'_s croît, ce qui diminue l'angle d'écrêtage, et tend à rendre le signal bien sinuoïdal.

4. Une fois que le signal est devenu parfaitement sinusoïdal, l'équation differentielle , dans laquelle on prend en compte la nouvelle valeur du gain H'_0 s'écrit :

$$\frac{d^2u_s}{dt^2} + (1 - H'_0.F_0).\frac{\omega_0}{Q}.\frac{du_s}{dt} + \omega_0^2.u_s = 0$$

Pour que la solution soit une sinusoïde, il faut que cette équation différentielle soit celle d'un oscillateur harmonique, donc $\boxed{1 - H_0{}'F_0 = 0}$. La pulsation des oscillations est alors $\boxed{\omega = \omega_0}$.
La condition $1 - H_0{}'F_0 = 0$ donne :

$$1 - (1 + \frac{R_1.(1 - k.u'_s)}{R}).F_0 = 0$$
$$1 - F_0 - \frac{F_0.R_1.(1 - k.u'_s)}{R} = 0$$
$$(1 - F_0).R = F_0.R_1.(1 - k.u'_s)$$

Finalement :

$$\boxed{u'_s = \frac{1}{k}.(1 - \frac{(1 - F_0).R}{F_0.R_1})}$$

On en déduit V_m car si on suppose la diode idéale, $\boxed{u'_s = V_m}$ car la tension de seuil de la diode est nulle.
Pour avoir une amplitude V_m variable, il faudrait remplacer une des résistances R ou R_1 par un potentiomètre.

5. L'application numérique me donne $\boxed{V_m = 1 \text{ V}}$ ce qui est bien différent du réultat expérimental. Cela provient de la tension de seuil de la diode, puiqu'on voit sur le graphe qu'il existe une différence de 0,7 V environ entre les crêtes de u_s et u'_s . La régulation se fait sur une tension plus faible que V_m,ce qui entraîne une valeur supérieure de V_m.