CONCOURS ARTS ET MÉTIERS ParisTech - ESTP - POLYTECH

Épreuve de Physique PC

Durée 4 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

088

L'usage de calculatrices est interdit.

AVERTISSEMENT

Remarques préliminaires importantes : il est rappelé aux candidat(e)s que

- les explications des phénomènes étudiés interviennent dans la notation au même titre que les développements analytiques et les applications numériques ; les résultats exprimés sans unité ne seront pas comptabilisés ;
- tout au long de l'énoncé, les paragraphes en italique ont pour objet d'aider à la compréhension du problème mais ne donnent pas lieu à des questions ;
- tout résultat fourni dans l'énoncé peut être admis et utilisé par la suite, même s'il n'a pas été démontré par le(la) candidat(e) ;
- les questions comportant le mot « calculer » demandent une application numérique ;
- pour les applications numériques demandées, le bon ordre de grandeur est simplement attendu : le bon premier chiffre significatif (voire les deux premiers si nécessaire) et la bonne puissance de dix, ainsi bien sûr que l'unité (si nécessaire). Le barème de correction valorisera ces applications numériques ainsi que tout commentaire judicieux qu'elles susciteront.

Tournez la page S.V.P.

Ce sujet aborde quelques aspects du **fonctionnement d'un avion de ligne**, transportant 250 passagers (les données numériques correspondent à un Airbus A340).

Les thèmes abordés concernent une comparaison de l'importance des différents phénomènes physiques mis en jeu afin d'établir un bilan thermique régissant la température et la pression dans l'avion (paramètres relatifs au confort des passagers), puis la localisation précise de l'avion en vol afin d'assurer le bon suivi du plan de vol.

Les différentes parties du sujet sont largement indépendantes.

PREMIÈRE PARTIE

PHÉNOMÈNES PHYSIQUES DOMINANTS

Dans un fluide et en particulier dans sa couche au voisinage du solide, dans laquelle s'effectue l'essentiel du transfert thermique, quatre phénomènes thermiques sont simultanément présents : conduction, convection, rayonnement et création de chaleur due aux forces de viscosité.

Notations des grandeurs physiques associées au fluide : λ (conductivité thermique), ρ (masse volumique), c (capacité calorifique massique), η (viscosité dynamique) ; ces grandeurs seront considérées indépendantes de la température. L'accélération de la pesanteur est notée $\vec{g}$, la pression et la vitesse locale, respectivement P et $\vec{v}$.

L'écoulement d'un fluide incompressible soumis aux forces de pesanteur, de pression et de viscosité vérifie l'équation « mécanique » de Navier-Stokes :

$$\rho\left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}+\left(\vec{v}\cdot\overrightarrow{grad}\right)\vec{v}\right]=\rho\vec{g}-\overrightarrow{grad}\,P+\eta\,\Delta\vec{v}$$

A cette équation mécanique s'ajoute un bilan thermodynamique traduisant les différents modes de transferts thermiques dans le fluide ou par échange avec les corps extérieurs (conduction, convection, rayonnement...).

Dans des conditions données d'écoulement du fluide autour d'un obstacle solide, ces équations peuvent être simplifiées en n'y conservant que les termes dominants ; il est donc nécessaire d'évaluer sommairement l'importance de chacun des phénomènes mécaniques ou thermodynamiques mis en jeu. Pour cela, dans un domaine où une grandeur g a une valeur caractéristique G et une grandeur u une valeur caractéristique U, l'ordre de grandeur de $\frac{\partial g}{\partial u}$ sera évalué par $\frac{G}{U}$, et celui de $\frac{\partial^2 g}{\partial u^2}$ par $\frac{G}{U^2}$.

A / TRANSFERTS THERMIQUES A L'INTÉRIEUR D'UN FLUIDE

A1. Donner une définition du phénomène de conduction thermique et un exemple d'application pratique. Rappeler la loi de Fourier, liant des grandeurs physiques à définir avec précision.

A2. Proposer une définition du phénomène de convection thermique. Préciser la distinction faite entre convection naturelle et convection forcée ; donner un exemple de chaque.

A3. Décrire une conséquence pratique de la notion de viscosité d'un fluide (en s'appuyant éventuellement sur un exemple).

B / IMPORTANCE RELATIVE DE CES PHÉNOMENES DANS UN FLUIDE

Soit un obstacle de dimension caractéristique L, plongé dans un fluide de vitesse caractéristique V et de viscosité dynamique η.

B1. Évaluer l'ordre de grandeur du terme : $\rho\left(\vec{v}\cdot\overrightarrow{\text{grad}}\right)\vec{v}$, dit « convectif ».

B2. Évaluer l'ordre de grandeur du terme : $\eta\Delta\vec{v}$, dit « de viscosité ».

B3. En déduire l'expression du nombre de Reynolds Re, défini par :

$$\text{Re} = \frac{\text{importance du terme convectif}}{\text{importance du terme de viscosité}}$$, en fonction de V, L, ρ et η.

B4. Rappeler l'interprétation usuelle de la valeur numérique du nombre de Reynolds sur les caractéristiques globales d'un écoulement.

Considérons le cas simple d'un fluide en mouvement à vitesse uniforme et stationnaire $\vec{v} = v\,\vec{e}_x$. Sa température évolue au cours de son écoulement mais ne dépend que de la variable x. Raisonnons sur le volume Sdx limité par une section S constante et orthogonale à l'axe Ox ainsi que par les abscisses x et $x + dx$.

B5. Exprimer, d'une part la puissance $d\mathcal{P}_e$ entrante par conduction thermique dans ce volume à travers la section S (à l'abscisse x), et d'autre part la puissance $d\mathcal{P}_s$ sortante par conduction thermique de ce volume à travers la section S (à l'abscisse $x + dx$).
En déduire l'expression de la puissance $d\mathcal{P}_1$ reçue par le volume Sdx par conduction thermique, en fonction de λ, S et d'une dérivée spatiale de T(x,t).

B6. Déterminer la masse dm de fluide traversant la section S située à l'abscisse x, entre les instants t et $t + dt$.
En faisant un bilan de l'enthalpie ainsi apportée pendant la durée dt, établir l'expression de la puissance $d\mathcal{P}_2$ reçue par convection par le volume Sdx de fluide, en fonction de ρ, S, c, v et d'une autre dérivée spatiale de T(x,t).

Estimons sommairement le rapport $\left|\frac{d\mathcal{P}_2}{d\mathcal{P}_1}\right|$, en raisonnant sur des ordres de grandeurs, suivant les règles utilisées pour établir le nombre de Reynolds.

B7. Montrer que ce rapport peut s'écrire : $\left|\frac{d\mathcal{P}_2}{d\mathcal{P}_1}\right| = \frac{\rho c v L}{\lambda} = \text{Pe}$, appelé nombre de Péclet.

B8. En déduire son interprétation physique.

C / ÉCHANGES AVEC UN CORPS EXTÉRIEUR
TRANSFERTS THERMIQUES ENTRE UN SOLIDE ET UN FLUIDE

Lorsqu'un fluide et un solide de températures différentes sont en contact, il s'effectue un transfert thermique entre eux ; ce transfert, dit conducto-convectif, se traduit par un flux de chaleur Φ algébrique (puissance transférée du solide vers le fluide) donné par la loi empirique de Newton sous la forme : $\Phi = h\,(T_S - T_{FL})\,\Sigma$, où T_S est la température du solide à sa surface en contact avec le fluide, T_{FL} la température du fluide et Σ la surface de contact. Le fluide est supposé être partout à la température T_{FL} (ce qui signifie que la présence d'une couche limite à l'interface solide-fluide est négligée).

Le coefficient h positif dépend de la nature du fluide et fortement de sa vitesse d'écoulement. Une simple approche intuitive conduit à penser que ce transfert thermique est étroitement lié aux propriétés du fluide au contact (importance de la conduction ou de la convection dans le fluide) et aux caractéristiques de son écoulement (laminaire ou turbulent). Le coefficient h doit donc pouvoir s'exprimer en fonction des nombres de Péclet et de Reynolds.

Le coefficient h est donné par l'expression : $h = \alpha \dfrac{\lambda}{L} (Pe)^p \, (Re)^q$ *, où* α *est un nombre pur dont la valeur dépend du choix du système d'unités et de la forme exacte du solide.*

C1. Vérifier l'homogénéité de cette expression de h, pour toute valeur de p ou de q.

Des mesures expérimentales de transfert thermique en convection forcée permettent d'établir la dépendance de h en fonction de v et de λ*, selon une loi en* $v^{1/2} \, \lambda^{2/3}$.

C2. En déduire les valeurs des exposants p et q.

Considérons désormais, en régime permanent, le cas d'un transfert thermique unidirectionnel, la chaleur se propageant selon l'axe Ox, entre un solide et un fluide. Le solide, de conductivité thermique λ_S*, occupe l'espace entre les plans* $x = 0$ *et* $x = E$*, le fluide l'espace* $x > E$*. La température dans le fluide est supposée uniforme de valeur* T_{FL} *imposée. Soit T(x) la température à l'abscisse x dans le solide, avec* $T(x = 0) = T_0$ *imposée. Notons toujours* T_S *la température du solide à sa surface en contact avec le fluide :* $T_S = T(x = E)$*, dont la valeur est, elle, inconnue. Les expressions demandées seront données pour une section* Σ *orthogonale à Ox.*

C3. Rappeler l'équation différentielle dont T(x) est solution. Écrire (sans chercher à la résoudre) l'équation qui traduit la condition « aux limites » en $x = E$.

C4. Définir la notion de résistance thermique, en précisant soigneusement l'analogie avec les grandeurs électriques usuelles.
Exprimer les résistances thermiques, respectivement R_λ associée à la conduction dans le solide et R_h associée à la conducto-convection à l'interface solide-fluide.
En déduire la résistance thermique R_T de l'ensemble, ainsi que l'expression du flux thermique Φ présent en fonction de T_0, T_{FL} et R_T.

L'écart de température entre T_0 *et* T_{FL} *est la conséquence de deux transferts thermiques : dans le solide par conduction thermique (entre* $x = 0$ *et* $x = E$ *où la température passe de* T_0 *à* T_S*), et au niveau de l'interface solide-fluide (en* $x = E$*, où la température passe de* T_S *à* T_{FL}*).*

Le nombre de Biot, noté Bi, est défini par $Bi = \dfrac{T_0 - T_S}{T_S - T_{FL}}$.

C5. Exprimer le nombre de Biot en fonction de R_λ et R_h, puis en fonction de E, h et λ_S.

C6. En déduire l'expression du gradient de température dans le solide : $\dfrac{dT}{dx} = -\dfrac{Bi}{E}\,\dfrac{T_0 - T_{FL}}{1 + Bi}$.

C7. Représenter graphiquement l'allure de la carte de température dans le solide et le fluide, pour $Bi \ll 1$, puis pour $Bi \gg 1$.

C8. En déduire l'interprétation physique du nombre de Biot.

DEUXIÈME PARTIE

ÉCHANGES THERMIQUES DU FUSELAGE D'UN AVION

Le fuselage d'un avion, assimilé à un cylindre de rayon intérieur R_{INT}, d'épaisseur e et de longueur L, est constitué d'un matériau de conductivité thermique λ_C. Seule la surface latérale de ce cylindre sera prise en compte (la longueur L, grande devant R_{INT}, permet de négliger l'influence des extrémités). L'étude est faite en coordonnées cylindriques dont l'axe est confondu à l'axe de révolution du cylindre. Le rayon extérieur du fuselage est noté R_{EXT} (soit $R_{EXT} = R_{INT} + e$).

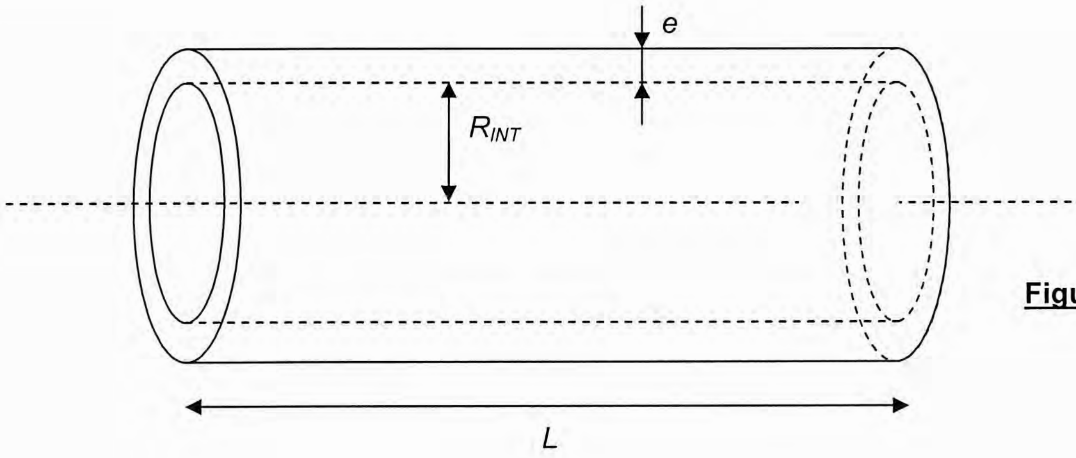

Figure 1

Dans l'avion, l'air intérieur est immobile. La conducto-convection au niveau de la face intérieure du fuselage est négligée ; ainsi la température de la face interne du fuselage et celle de l'air intérieur sont identiques, de valeur notée T_{INT}.

A l'extérieur de l'avion qui se déplace à la vitesse v, l'air situé au contact du fuselage est à la température T_A . La température de la face externe du fuselage est notée T_{EXT} et h est le coefficient de conducto-convection à cette interface.

La température moyenne de l'atmosphère, compte tenu des couches situées à grande distance de l'avion, est notée T_{MA}.

Le fuselage constitue ainsi une zone de transfert thermique entre l'air intérieur et l'air extérieur ; dans l'épaisseur du fuselage, supposons pour simplifier que la température ne dépende que de la distance r à l'axe.

L'étude qui suit a pour objectif de déterminer le flux thermique traversant le fuselage, en régime permanent.

Intéressons-nous dans un premier temps à la conduction thermique dans l'épaisseur du fuselage. Soit $\vec{j}(r)$ la densité de courant de chaleur qui y règne.

D1. Montrer que cette densité de courant de chaleur s'écrit : $\vec{j}(r) = \frac{K}{r}\vec{e}_r$, où K est une constante.

D2. En déduire la loi de variation de la température T(r) en fonction de R_{INT}, R_{EXT}, T_{INT}, T_{EXT} et r.

D3. Exprimer la puissance thermique totale Φ traversant le fuselage de l'intérieur vers l'extérieur, en fonction de R_{INT}, R_{EXT}, L, T_{INT}, T_{EXT} et λ_C.

Tournez la page S.V.P.

La face externe du fuselage échange aussi de la chaleur selon plusieurs formes de rayonnement.

L'une d'entre elles, due au soleil, est caractérisée par un apport de puissance ϕ_S par unité de surface orthogonale aux rayons solaires, mais dont une partie est réfléchie par la peinture (blanche) du fuselage ; seule la fraction $\varepsilon\,\phi_S$ est finalement absorbée par l'avion. Le bilan de puissance solaire reçue par l'avion s'exprime alors ainsi : $\mathscr{P}_{solaire} = 2\,R_{EXT}\,L\,\varepsilon\,\phi_S$.

D4. Justifier cette expression.

Admettons que tout élément de surface du fuselage reçoive de l'atmosphère de température moyenne T_{MA} la puissance surfacique $\sigma\,T_{MA}^4$ et émette par ailleurs un rayonnement associé à sa température T_{EXT}, de puissance surfacique $\sigma\,T_{EXT}^4$, σ étant une constante.

D5. Établir l'expression littérale de $\mathscr{P}_R$, traduisant le bilan radiatif global de puissance reçue par le fuselage, lié à toutes les formes de rayonnement.

L'ensemble des phénomènes décrits précédemment permet d'établir le bilan thermique global de la face externe du fuselage.

D6. Écrire (sans chercher à la résoudre) l'équation traduisant le bilan thermique de la face extérieure du fuselage, en régime permanent, prenant en compte tous les phénomènes physiques présents : conduction, conducto-convection et rayonnement.

Pour un Airbus A340 en vol de croisière, les valeurs numériques sont les suivantes :

$L = 60\ m$, $R_{INT} = 5{,}3\ m$, $e = 0{,}3\ m$, $\lambda_C = 0{,}03\ SI$, $T_{INT} = 293\ K$, $T_A = 220\ K$,

$T_{MA} = 290\ K$, $h = 20\ SI$, $\phi_S = 700\ W.m^{-2}$, $\varepsilon = 0{,}25$.

La résolution de l'équation de la question précédente donne $T_{EXT} = 234\ K$.

D7. Évaluer numériquement le flux thermique Φ associé à la conduction thermique, puis la puissance $\mathscr{P}_{cc}$ échangée par conducto-convection à la face externe du fuselage.

Donnée : $Ln\left(\dfrac{5{,}6}{5{,}3}\right) \cong 5.10^{-2}$.

Dans ces conditions, le terme lié au bilan radiatif a pour valeur numérique : $6.10^5\ W$.

D8. Commenter l'importance relative de chacun des trois termes (conduction, conducto-convection et bilan radiatif).

Par analogie avec la question C5, définissons le nombre de Biot correspondant au cas de l'avion par $Bi = \dfrac{T_{INT} - T_{EXT}}{T_{EXT} - T_A}$.

D9. Évaluer numériquement son ordre de grandeur, et commenter (faire référence aux résultats des questions C7 et C8).

TROISIÈME PARTIE
CLIMATISATION ET PRESSURISATION

Pour assurer un confort satisfaisant à l'intérieur de l'avion, le cahier des charges d'un Airbus A340 impose le maintien, en altitude de croisière, dans la cabine transportant 250 passagers, d'une pression $P_{INT} = 8,0.10^4$ Pa et d'une température $T_{INT} = 293$ K, alors qu'à l'extérieur l'atmosphère est à la pression $P_A = 2,5.10^4$ Pa et à la température $T_A = 220$ K.

Chaque passager, assis et calme, dégage une puissance thermique de 70 W.

La conducto-convection sur la face interne du fuselage, ainsi que le bilan radiatif à l'intérieur de l'avion, sont considérés comme négligeables ; seule la conduction thermique à travers le fuselage est prise en compte dans cette partie, avec une puissance estimée à 10 kW.

E / BILAN THERMIQUE

E1. Avec les hypothèses précédemment posées, évaluer numériquement la puissance $\mathscr{P}$ traduisant le bilan thermique global pour l'air contenu dans la cabine.

E2. Faut-il chauffer ou refroidir la cabine pour la maintenir à température constante ?

E3. Pourquoi le constructeur a-t-il néanmoins choisi une bonne isolation thermique de l'avion, caractérisée par la faible valeur de λ_C, alors que l'air extérieur est très froid ?

Pour remplir les conditions souhaitées de température et de pression dans la cabine, un système d'air conditionné est utilisé, qui assure de plus la pressurisation. L'air est assimilé à un gaz parfait de coefficient $\gamma = c_p/c_v = 1,4$ (indépendant de la température) et de masse molaire $M = 29$ g. La valeur de la constante des gaz parfaits est : $R = 8,3$ SI.

F / PREMIER PRINCIPE EN RÉGIME PERMANENT

Soit un fluide s'écoulant en régime permanent, avec un débit massique D_m. Ce fluide traverse une machine (par exemple un compresseur, un échangeur thermique...) dans laquelle il reçoit une puissance thermique massique p_{th} et une puissance mécanique massique $p_{méc}$, cette dernière n'incluant pas le travail des forces de pression. Les enthalpies massiques du fluide sont notées h_E en entrée de la machine et h_S en sortie.

F1. Établir la relation : $D_m(h_S - h_E) = p_{méc} + p_{th}$, sachant qu'il est possible de négliger la variation d'énergie cinétique et d'énergie potentielle du fluide lors de la traversée de la machine. *(hypothèses valables dans la suite du problème)*

F2. Exprimer l'enthalpie massique h d'un gaz parfait en fonction de sa température T, de sa masse molaire M, de γ, R et d'une constante h_0 (dépendant d'une convention sur l'origine des enthalpies, qu'il n'est pas demandé d'expliciter).

Pour assurer une température $T_{INT} = 293$ K constante à l'intérieur de l'avion, de l'air à la température T_K est injecté. Cet air ne doit pas être trop froid afin de ne pas être désagréable pour les passagers ; il a été choisi de fixer T_K à la valeur 289 K.

F3. Évaluer numériquement le débit massique D_m de l'air injecté à cette température T_K pour compenser le bilan thermique $\mathscr{P}$ de la cabine évalué à la question E1.

F4. Commenter ce résultat sachant que l'ordre de grandeur, à la pression interne de la cabine, du minimum nécessaire pour renouveler l'oxygène consommé par la respiration des 250 passagers est un débit d'air de l'ordre de 50 $g.s^{-1}$.

L'air injecté provient nécessairement de l'extérieur, mais sa température et sa pression y sont trop faibles. Il va donc falloir le réchauffer (les réacteurs de l'avion seront utilisés comme source de chaleur) et contrôler sa pression.

Le passage de l'air au voisinage d'un réacteur élève trop fortement sa température et sa pression ; les ajustements en température et pression vont se faire par des échanges thermiques avec l'extérieur très froid, ainsi qu'avec des dispositifs de régulation de pression.

L'air initialement pris à l'extérieur passe au voisinage du réacteur puis est partagé selon deux voies avec des débits respectifs adaptables, selon le schéma de principe suivant, sur lequel ont été reportées les valeurs des températures et pressions en différents points, explicités dans les indications données à la suite de la figure :

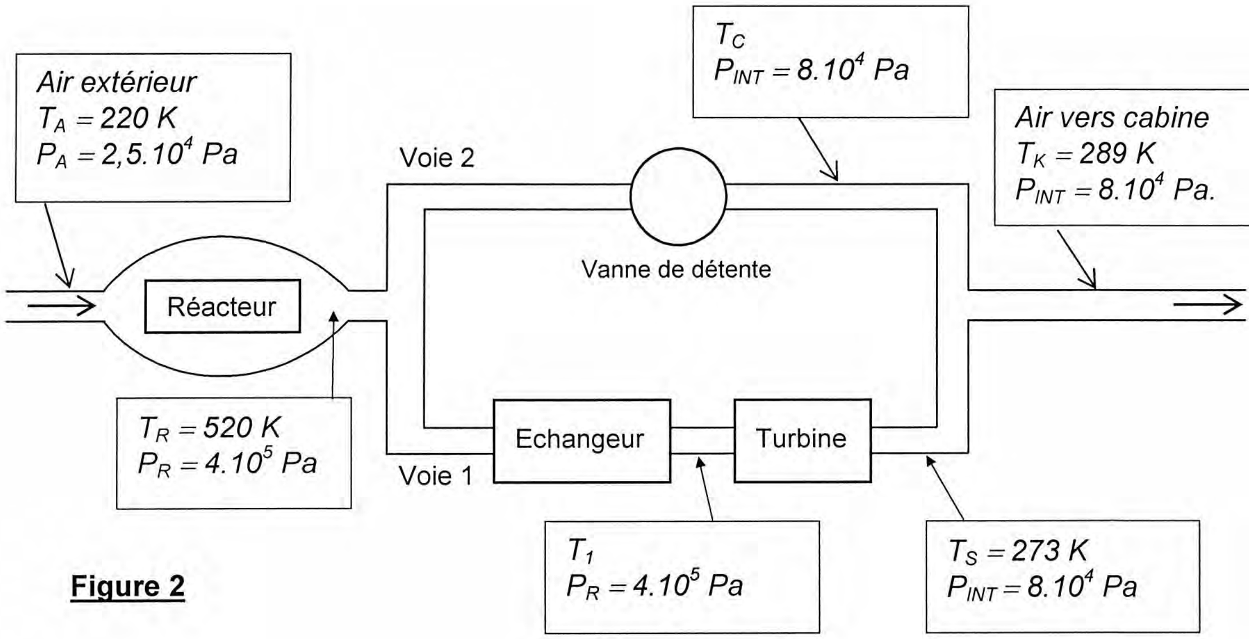

Figure 2

L'air extérieur qui vient en contact du réacteur est initialement à la température $T_A = 220\ K$ *et à la pression* $P_A = 2,5.10^4\ Pa$. *Son débit massique est* D_m. *En sortie du réacteur, sa température et sa pression sont respectivement* $T_R = 520\ K$ *et* $P_R = 4,0.10^5\ Pa$. *La transformation s'y effectue de façon réversible et adiabatique.*

Puis une fraction x du débit part vers l'échangeur (voie 1), le reste s'écoulant vers la vanne de détente (voie 2).

La voie 1 comprend un échangeur thermique, dont les surfaces externes sont en contact avec l'air extérieur, fonctionnant de façon isobare. A sa sortie, la pression est toujours P_R *mais la température est notée* T_1. *Puis la traversée d'une turbine qui fonctionne de façon réversible et adiabatique l'amène à la pression* P_{INT} *de la cabine et à la température* $T_S = 273\ K$.

La voie 2 comporte une vanne de détente, fonctionnant de façon adiabatique sans recevoir de puissance mécanique. À sa sortie, l'air est à la pression P_{INT} *et sa température est notée* T_C. *Elle permet aussi de contrôler la répartition des débits dans chaque voie (caractérisée par x).*

Le mélange des apports des deux voies est ensuite effectué, sans travail mécanique et de façon adiabatique, pour obtenir un débit D_m d'air à la température T_K et à la pression P_{INT} souhaitées.

F5. Déterminer la température T_C, en utilisant la relation établie en F1.

F6. En adaptant cette même relation au cas du mélange considéré à la dernière étape du dispositif, déterminer l'expression littérale de x, puis évaluer sa valeur numérique.

F7. Établir la relation qui permettrait de calculer la température T_1.

La résolution numérique (non demandée) conduit à $T_1 = 432\ K$.

F8. Exprimer la puissance $\mathscr{P}_{REAC}$ reçue par l'air qui passe au contact du réacteur, puis la puissance $\mathscr{P}_{TU}$ reçue par la fraction de l'air traversant la turbine. Evaluer numériquement leurs ordres de grandeur.

F9. En déduire la puissance $\mathscr{P}_{TOT}$ totale nécessaire à la climatisation et à la pressurisation de l'avion. Commenter.

QUATRIÈME PARTIE

SUIVI DE LA TRAJECTOIRE DE L'AVION

La trajectoire de l'avion en vol, qui doit être conforme au plan de vol établi au préalable par le pilote, est contrôlée par la mesure des trois coordonnées définissant sa position dans l'espace : sa latitude, sa longitude et son altitude. Pour ces mesures, le système G.P.S. est désormais utilisé.

Le principe d'un G.P.S. est de déterminer la distance séparant l'avion de plusieurs satellites dont la position de chacun est parfaitement connue à tout instant.

A l'instant t_i, le satellite numéro i émet un signal indiquant très précisément l'heure d'émission t_i et les coordonnées (x_i, y_i, z_i) repérant la positon exacte du satellite dans l'espace à cet instant. Ce signal correspond à l'émission d'un train d'ondes, de très faible durée, de fréquence 1,6 GHz. La mesure du temps de propagation de ce train d'onde du satellite jusqu'à l'avion permet de déduire la distance les séparant.

L'avion reçoit ce signal à l'instant t_a, dont la valeur est relevée alors qu'il occupe une position dont les coordonnées sont les inconnues (x, y, z).

G1. Écrire l'équation reliant les grandeurs x_j, y_j, z_j, x, y, z, t_i, t_a et c, en supposant que la vitesse de propagation de l'onde demeure celle de la vitesse de la lumière $c = 3.10^8\ m.s^{-1}$, sur l'intégralité de son parcours.

G2. Combien de satellites sont-ils nécessaires pour pouvoir déterminer la position de l'avion ?

G3. Sachant que les satellites gravitent sur une orbite située à environ 2.10^4 km d'altitude (alors qu'un avion vole à 6 km d'altitude), quel est l'ordre de grandeur de la durée de propagation de l'onde ?

G4. Estimer l'erreur sur la détermination de la distance satellite-avion résultant d'une incertitude d'un millionième de seconde sur la mesure de cette durée. Commenter.

Le résultat précédent montre que les horloges des satellites et du récepteur doivent être synchronisées avec une très grande précision. Or cette synchronisation est parfaitement assurée entre les différents satellites (tous mis en contact avec une horloge atomique par l'organisme chargé du réseau de satellites), mais ne l'est pas pour le récepteur (indépendant du réseau de satellites) ayant sa propre horloge, qui se trouve décalée d'un même Δt inconnu avec toutes les horloges des satellites.

Tournez la page S.V.P.

G5. Comment le système G.P.S. peut-il éliminer cette cause d'erreur ?

La méthode précédente suppose que la vitesse de propagation de l'onde est effectivement c sur tout le parcours. Or celle-ci est modifiée durant la traversée de l'ionosphère qui est une couche de la haute atmosphère. Ceci introduit une nouvelle cause d'erreur sur la détermination de la position à partir du temps de parcours.

L'ionosphère est un plasma ionisé peu dense, globalement neutre, comportant par unité de volume n électrons libres et mobiles (charge – e, masse m) et n ions (charge + e, lourds et considérés comme immobiles).

L'onde se propageant dans ce milieu est assimilée à une onde plane, pour laquelle le champ électrique s'écrit : $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp\left[j(\omega t - kz\right]$, *avec* $j^2 = -1$.

G6. Rappeler les équations de Maxwell dans un tel milieu.

G7. Réaliser un bilan des forces subies par un électron du plasma et indiquer celles qui pourront être négligées ou prises en compte.

G8. Déterminer, en notation complexe, l'expression de la vitesse $\underline{v}$ d'un électron du plasma soumis à l'onde. En déduire l'expression de la densité volumique de courant $\underline{J}$ dans le plasma.

G9. Établir l'équation de propagation de l'onde dans ce milieu.

Rappel de la relation vectorielle : $\overrightarrow{rot}\left(rot\,\vec{C}\right) = \overrightarrow{grad}\left(div\,\vec{C}\right) - \Delta\vec{C}$.

Rappeler l'équation de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide et vérifier la compatibilité avec l'équation de propagation obtenue dans le plasma en précisant votre méthode.

G10. En déduire la relation de dispersion reliant le module k du vecteur d'onde et la pulsation ω de l'onde se propageant dans le plasma.

G11. Montrer que la propagation de l'onde n'est possible que si sa pulsation est supérieure à une valeur ω_p dont l'expression sera écrite en fonction de n et de constantes physiques. Dans le domaine $\omega > \omega_p$, représenter graphiquement la courbe $k(\omega)$ et commenter le cas limite correspondant à ω tendant vers l'infini.

G12. Deux vitesses sont associées à la propagation d'une onde : sa vitesse de phase v_φ et de sa vitesse de groupe v_g. Rappeler leurs définitions en fonction de k et de ω, puis donner leurs expressions en fonction de ω, ω_p et c pour l'onde se propageant dans le plasma.

G13. Laquelle de ces deux vitesses est concernée pour la mesure de la distance séparant l'avion du satellite ?

G14. En appelant H l'épaisseur du plasma, donner l'expression littérale de l'erreur Δd commise sur la détermination de la distance satellite-avion, erreur réalisée en négligeant la présence de l'ionosphère.

Pour la fréquence de 1,6 GHz du signal G.P.S. et compte tenu de l'épaisseur variable de l'ionosphère selon l'heure du jour, l'application numérique des résultats théoriques précédents permet d'estimer que cette erreur est de l'ordre du mètre.

G15. Commenter ce résultat.

FIN DE L'ÉPREUVE