

$$\square 15 - i(t) \simeq \langle i(t) \rangle \Rightarrow P_{\text{mot}}(t) \simeq R_c \langle i(t) \rangle^2 \\ \Rightarrow P_{\text{mot}} \simeq \frac{\alpha^2 E^2}{R_c} \simeq \frac{E^2}{4R_c}$$

$$P_{\text{alim}}(t) = E(i - i_0)$$

$$\langle P_{\text{alim}} \rangle = E(\langle i \rangle - \langle i_0 \rangle) \\ \simeq \frac{E}{2} \frac{E}{2R_c} \simeq \frac{E^2}{4R_c}$$

$$\langle P_{\text{mot}} \rangle = \langle P_{\text{alim}} \rangle \Rightarrow \eta = 1!!$$

$\square 16 -$ L'énoncé veut visiblement nous faire dire qu'un montage potentiométrique a un rendement moins bon que le shachem, qui est ici idéalisé puisque son rendement vaut $\eta = 1$. C'est assez vrai mais trop caricatural car un véritable shachem n'a pas un rendement de 1. Les interrupteurs n'y sont pas parfaits. De plus, le rhéostat de démarrage est peu pratique : il fait de grosses étincelles, et pour le remuer, il vaut mieux faire haltérophilie que ping-pong.

$\square 17 -$ * Bon rendement
* automatisation aisée.

Problème n°2 : Centrale PC 2008 Φ1 III

III A Chute d'un bâtonnet dans un fluide visqueux :

III A1 $\vec{u}_z$ est porté par l'axe du bâtonnet mais n'est pas nécessairement vertical.

$\vec{P}$ étant le "poids apparent" du bâtonnet (cf énoncé), le théorème de la résultante cinétique appliqué au bâtonnet donne :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{P} + \vec{F}_{\text{visc}}, \text{ avec } \vec{F}_{\text{visc}} \text{ lié à } \vec{v}$$

La solution particulière de l'équation complète (l'équation différentielle est linéaire en raison de l'expression de $\vec{F}_{\text{visc}}$ ici) est ce que l'énoncé appelle régime permanent. On devrait plutôt dire "stationnaire". Ce régime correspond à $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$ donc $\vec{F}_{\text{visc}} = -\vec{P}$

• Cas où $\vec{u}_z$ est vertical ascendant :

$$\vec{P} = -P\vec{u}_z \text{ et } \vec{F}_{\text{visc}} = -\eta \lambda_{\parallel} v_{\parallel} \vec{u}_z, \\ \text{avec } \vec{v} = v_{\parallel} \vec{u}_z. \text{ On obtient } v_{\parallel} = -\frac{P}{\eta \lambda_{\parallel}}$$

• Cas où $\vec{u}_y$ (ou $\vec{u}_x$) est vertical ascendant :

$$\vec{P} = -P\vec{u}_y \text{ et } \vec{F}_{\text{visc}} = -\eta \lambda_{\perp} v_{\perp} \vec{u}_y, \\ \text{avec } \vec{v} = v_{\perp} \vec{u}_y. \text{ D'où } v_{\perp} = -\frac{P}{\eta \lambda_{\perp}}$$

$$v_{\parallel} = 2v_{\perp} \Rightarrow \frac{\lambda_{\perp}}{\lambda_{\parallel}} = 2$$

III A2 • Il serait logique que $\lambda_{\parallel}$ et $\lambda_{\perp}$ augmentent avec L car la surface de contact avec le fluide augmente avec L .

• η est en $\text{N.m}^{-2}\text{s}$, v en m.s^{-1}

$$\text{Donc } \lambda \text{ est en } \frac{\text{N}}{\text{N.m}^{-2}\text{s.m.s}^{-1}} \text{ donc en m}$$

Puisque K est sans dimension, $\alpha = 1$

III A3 $\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}$, avec

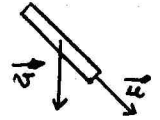
$$\vec{v}_{\parallel} = (\vec{v} \cdot \vec{u}) \cdot \vec{u}$$

$$\vec{F} = -\eta (\lambda_{\perp} \vec{v}_{\perp} + \lambda_{\parallel} \vec{v}_{\parallel})$$

$$= -\eta \lambda_{\parallel} (2\vec{v}_{\perp} + \vec{v}_{\parallel})$$

$$= -\eta \lambda_{\parallel} (2\vec{v} - 2\vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\parallel}) = -\eta \lambda_{\parallel} (2\vec{v} - \vec{v}_{\parallel})$$

En remplaçant $\lambda_{\parallel}$ par $K\lambda_{\perp}$, on retrouve bien la formule de l'énoncé.



III B Propulsion par flagelle : aspect cinématique :

III B1

a) Sur un tour complet, on avance selon l'axe d'une distance d égale au pas :

$$d = 2\pi h$$

$$d = 0,63 \mu\text{m}$$

Une période de révolution dure $T = \frac{2\pi}{\Omega}$

$$\text{d'où } v \simeq \frac{\Omega}{2\pi} d \quad v \simeq \Omega h = 7 \cdot 10^{-5} \text{ m.s}^{-1}$$

$$b) Re = \frac{\mu \Omega L}{\eta} = 7 \cdot 10^{-4} \ll 1$$

III B2

$$a) \vec{v} = a - R \vec{e}_{\theta}$$

b) Si on déroulait l'hélice, la flagelle serait rectiligne avec une avance $2\pi h$ selon l'axe pour une largeur $2\pi a$ orthogonalement à l'axe :

$$\vec{v} = a \vec{e}_z - R \vec{e}_{\theta} \\ \vec{v}_{\parallel} = (\vec{v} \cdot \vec{u}) \vec{u} \Rightarrow \vec{v}_{\parallel} = \frac{Ra^2}{\sqrt{a^2 + R^2}} \vec{u}$$

III C Existence d'une force propulsive :

III C1

$$a) d\vec{F}_x = -4\pi\eta \left(2a - R \vec{e}_{\theta} - \frac{Ra^2}{\sqrt{a^2 + R^2}} \vec{u} \right) \sqrt{a^2 + R^2} d\theta$$

b) On remplace $\vec{u}$ par son expression donnée dans l'énoncé. En intégrant sur un nombre de tours complet (entier), les termes en $\vec{e}_{\theta}$ vont disparaître. Il reste :

$$\vec{F}_x = 4\pi\eta \int_{-2\pi\theta}^0 \frac{Ra^2}{\sqrt{a^2 + R^2}} h d\theta \vec{e}_z$$

$$\vec{F}_1 = \frac{4\pi\eta a^2 h}{\sqrt{a^2 + h^2}} 2\pi p \vec{e}_3$$

En remplaçant $2\pi p$ par L , on retombe bien sur la formule donnée.

Pour que la bactérie se propulse selon $\vec{e}_3$, il faut $\Omega > 0$ (logique : on "voisse")

$$\text{III C2)} \quad \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \frac{4\pi\eta L}{\sqrt{a^2 + h^2}} (ah\Omega \vec{e}_3 - \frac{v}{a} (h^2 + 2a^2) \vec{e}_3)$$

$$\vec{F} = \frac{4\pi\eta L}{\sqrt{a^2 + h^2}} (ah\Omega - \frac{vh^2}{a} - 2va) \vec{e}_3$$

III C3)

a) Il faut comparer $6R$ à $4L \frac{h^2 + 2a^2}{a\sqrt{a^2 + h^2}}$
on trouve $3 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ pour le premier et $8 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ pour le second, qui est près de 30 fois plus grand.

b) Comme au III A1, $m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{p} + \vec{F}$.

En régime stationnaire, $\vec{F} = -\vec{p}$

Et puisque la bactérie a quasiment la même masse volumique que l'eau, la poussée d'Archimède est quasi opposée au poids d'où $\vec{p} \approx \vec{0}$. Il vient $\vec{F} = \vec{0}$

$$\text{et } ah\Omega = \frac{vp}{a} (h^2 + 2a^2)$$

$$\text{d'où } v_p = \frac{a^2 h \Omega}{h^2 + 2a^2} \text{ puis } \vec{v}_p = v_p \vec{e}_3$$

$$\text{A.N. } v_p = 3,1 \cdot 10^{-5} \text{ m.s}^{-1}$$

III D Aspect énergétique :

$$\text{III D1)} \quad d\vec{M}_0 = \vec{OM} \wedge (d\vec{F}_1 + d\vec{F}_2)$$

$$\text{avec } \vec{OM} = a\vec{e}_1 + h\theta \vec{e}_3$$

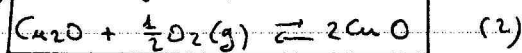
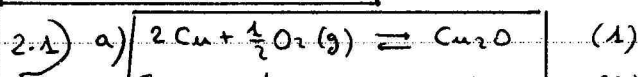
et $d\vec{F}_1$ donné au III C1 a), et

$$d\vec{F}_2 = -4\pi\eta v \frac{h^2 + 2a^2}{a\sqrt{a^2 + h^2}} dL \vec{e}_3$$

$$\text{III D2)} \quad \mathcal{M}_3 = -4,4 \cdot 10^{-18} \text{ N.m}$$

$$\text{III D3)} \quad \mathcal{T}_m = |\mathcal{M}_3| \Omega = 3 \cdot 10^{-15} \text{ W}$$

CHIMIE: ESIM PC 97



$$\text{b) } \Delta_r G^\circ_1 = (-168600) - T(93,1 - 66,4 - 102,5)$$

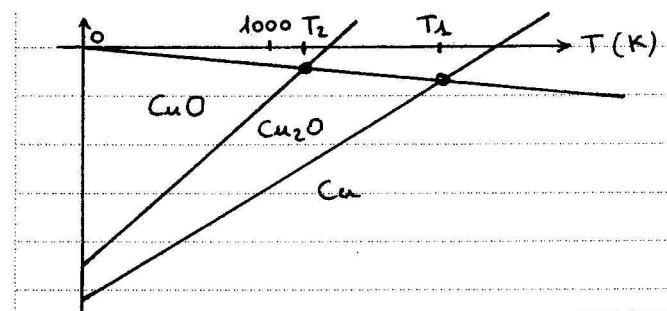
$$\Delta_r G^\circ_1 = -168600 + 75,8T$$

$$\Delta_r G^\circ_2 = (-314600 + 168600) - T(85,2 - 93,1 - 102,5)$$

$$\Delta_r G^\circ_2 = -146000 + 110,4T$$

c) cf dessin plus loin. Seul O_2 est gazeux donc on a des domaines d'existence exclusive.

d) Les 3 ne peuvent coexister à l'équilibre
Cu ne peut coexister qu'avec Cu_2O , oxyde cupreux



e) on trace $y = \frac{RT}{2} \ln \frac{p_{\text{O}_2}}{p^\circ}$ avec $p_{\text{O}_2} = 0,2 \text{ bar}$

$$\text{on obtient } T_2 = 1247 \text{ K}$$

$$\text{en écrivait } \Delta_r G^\circ_2 = \frac{RT}{2} \ln \frac{p_{\text{O}_2}}{p^\circ}$$

$$\text{Et de même } T_1 = 2044 \text{ K}$$

3° 3.1)

$$\text{a) } v = 4 - 1 - 0 + 2 - 4 = -1$$

$$\text{b) } \Delta_r G^\circ_3 = (-296800 + 2 \times 168600 + 75500)$$

$$-T(6 \times 33,2 + 2 \times 18,1 - 2 \times 93,1 - 120,9)$$

$$\Delta_r G^\circ_3 = 119900 - 140,2T$$

$$\text{c) } p_{\text{SO}_2} = p^\circ \exp\left(-\frac{\Delta_r G^\circ_3}{RT}\right)$$

$$p_{\text{SO}_2} = p^\circ \exp\left(-\frac{14430}{T} + 16,9\right)$$

fonction croissante. Asymptote horizontale.

$$\text{d) } \Delta_r G^\circ_3(T_i) = 0 \Rightarrow T_i = 855 \text{ K}$$

Pour augmenter l'avancement à l'équilibre il faut $T > T_i$. Pour que la réaction soit totale il faut éliminer les réactifs formés. le + simple est d'extraire $\text{SO}_2(\text{g})$.

$$\text{e) } A = RT \ln \frac{K^\circ p^\circ}{p_{\text{SO}_2}} = -\Delta_r G^\circ_3 - RT \ln \frac{p_{\text{SO}_2}}{p^\circ}$$

$$dA = \Delta_r S^\circ_3 dT - R \ln \frac{p_{\text{SO}_2}}{p^\circ} dT - RT \frac{dp_{\text{SO}_2}}{p_{\text{SO}_2}}$$

$$= (\Delta_r S^\circ_3 + \frac{\Delta_r G^\circ_3}{T}) dT - RT \frac{dp_{\text{SO}_2}}{p_{\text{SO}_2}}$$

$$dA = \frac{\Delta_r H^\circ_3}{T} dT - RT \frac{dp}{p} \quad \text{car } \text{SO}_2 \text{ seul gaz}$$

$$dA = 0 \Leftrightarrow \frac{dp}{p} = \frac{\Delta_r H^\circ_3}{RT^2} dT$$

on retombe, en intégrant ceci, l'équation de la courbe $p_{\text{SO}_2} = f(T)$ sur laquelle on doit se trouver à l'équilibre, car la variance est de 1.