

Partie A

Le signal électrique est converti en vibration mécanique de la membrane du haut-parleur, ce qui restitue un son.

1.2.1. Le mouvement de la membrane liée au spider fait bouger la bobine dans le champ magnétique de l'aimant d'air par phénomène d'induction l'apparition d'une f.e.m induite.

1.2.2. $u(t) = Ri + Li' = e(t)$ (eq. élec)

1.3. Force de Laplace: $d\vec{F} = i d\vec{l} \wedge \vec{B}$
avec $d\vec{l} = dl \vec{u}_\theta$ et $\vec{B} = B \vec{u}_r$

$d\vec{F} = -i dl B \vec{u}_z$

1.4. $m \frac{d\vec{v}}{dt} = -i l B \vec{u}_z - k z \vec{u}_z - \lambda \vec{v}$

m accélération | force de Laplace sur toute la bobine | force de rappel du spider | force d'amortissement fluide

En projection sur z:

$m \ddot{z} = -i l B - k z - \lambda \dot{z}$ (eq. mécanique)

2.1. En notation complexe:

eq. élec: $\underline{u} = R \underline{i} + j\omega L \underline{i} = e$

avec $e = j\omega Bl \Rightarrow j\omega z Bl = e$

soit $\underline{z} = (R + j\omega L) \underline{i} - j\omega Bl \underline{z}$

eq méca: $-m\omega^2 \underline{z} = -i l B - k \underline{z} - j\lambda \omega \underline{z}$

soit $(m\omega^2 - k - j\lambda\omega) \underline{z} = \frac{i l B}{j\omega}$

2. on en tire après élimination de z:

$\underline{u} = (R + j\omega L) \underline{i} + j\omega Bl \frac{i l B}{m\omega^2 - k - j\lambda\omega}$

soit $\frac{\underline{u}}{\underline{i}} = R + j\omega L + \frac{j\omega B^2 l^2}{m\omega^2 - k - j\lambda\omega} = Z(\omega)$

$Z_e(\omega) = R + j\omega L$
 $Z_m(\omega) = \frac{j\omega B^2 l^2}{m\omega^2 - k - j\lambda\omega}$

2.4. $Y_m = \frac{1}{Z_m} = \frac{m\omega^2 - k - j\lambda\omega}{j\omega B^2 l^2}$

$Y_m = \frac{1}{B^2 l^2} + j\omega \frac{m}{B^2 l^2} + \frac{k}{j\omega B^2 l^2}$

qu'on peut écrire sous la forme:

$Y_m = \frac{1}{R_m} + j C_m \omega + \frac{1}{j L_m \omega}$

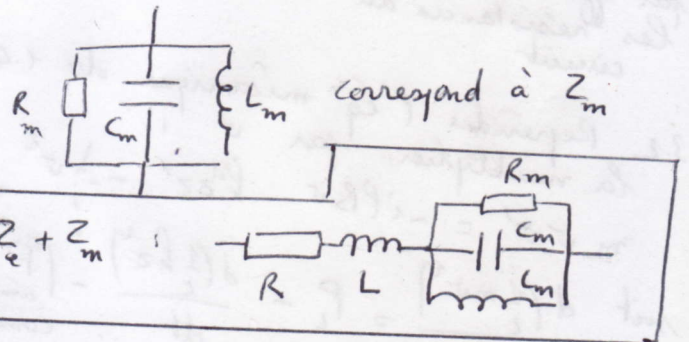
avec $R_m = \frac{B^2 l^2}{\lambda}$ | $C_m = \frac{m}{B^2 l^2}$ | $L_m = \frac{B^2 l^2}{k}$

AN: $R_m = \frac{1,05^2 \times 3,81^2}{1} = 16 \Omega$ OK

$C_m = \frac{4 \times 10^{-3}}{1,05^2 \times 3,81^2} = 2,5 \cdot 10^{-4} F$ OK

$L_m = \frac{1,05^2 \times 3,81^2}{1250} = 12,8 mH$ OK

2.5. Ainsi Y_m est la somme de 3 admittances. Les admittances (inverse des impédances) s'ajoutent par des éléments en parallèle donc Y_m est l'admittance de



2.6. $R_T = R + \text{Reel } Y_m^{-1}$

avec $Y_m^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{R_m} + j\omega C_m + \frac{1}{j\omega L_m}} = \frac{1}{\frac{1}{R_m} + j\left(\omega C_m - \frac{1}{\omega L_m}\right)}$

d'où $\text{Reel}(Y_m^{-1}) = \frac{\frac{1}{R_m}}{\frac{1}{R_m^2} + \left(\omega C_m - \frac{1}{\omega L_m}\right)^2} = \frac{R_m}{1 + R_m^2 \left(\omega C_m - \frac{1}{\omega L_m}\right)^2}$

On a bien $R_T = R + \frac{R_m}{1 + R_m^2 \left(\omega C_m - \frac{1}{\omega L_m}\right)^2}$ OK

2.7. On remarque que R_T est max si $\left(\omega C_m - \frac{1}{\omega L_m}\right)^2 = 0$ et alors $R_T = R + R_m$

On lit sur la courbe $R_{T \text{ max}} = 24 \Omega$ Comme $R_m = 16 \Omega \Rightarrow R = 8 \Omega$

On lit sur la courbe que la résonance a lieu pour $\omega_0 = 550 \text{ rad s}^{-1}$
 Comme $\omega = 2\pi f$ cela fait $f_0 = 88 \text{ Hz}$
 Ça coïncide avec les 89 Hz annoncés

Vérification sachant que f_0 correspond à

$$C_m \omega_0 = \frac{1}{L \omega_0} \quad \text{càd à} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L C_m}}$$

AN $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{12,8 \cdot 10^{-3} \cdot 2,5 \cdot 10^{-4}}} = \frac{10^3}{\sqrt{1,28 \cdot 25}} = 559 \text{ rad s}^{-1}$

d'où $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 89 \text{ Hz}$ OK

3.1. Reprendre l'éq élec du 1.2.2 et la multiplier par i :

$$u i = R i^2 + L i i' - e i \quad \text{avec } e = v B l$$

$$u i = P_J + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i^2 \right) - v B l i = P_J + \frac{dE_{\text{mag}}}{dt} + P_L$$

$$P_J = R i^2 \quad E_{\text{mag}} = \frac{1}{2} L i^2 \quad P_L = -v B l i$$

puissance dégagée par effet Joule dans les résistances du circuit
 énergie emmagasinée dans l'inductance
 puissance des forces de Laplace

3.2. Reprendre l'éq mécanique du 1.4 et la multiplier par v :

$$m v v' = -i l B v - k z z' - \lambda v^2$$

sait $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = P_L - \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} k z^2 \right) - P_{\text{amort}} \quad \left(\begin{array}{l} \text{compte ici} \\ \text{amortissement} \\ > 0 \end{array} \right)$

$$\frac{dE_c}{dt} + \frac{P_{\text{amort}}}{A} + \frac{dE_p}{dt} = P_L$$

variation d'énergie cinétique au unité de tp
 puissance des forces d'amortissement en -dv en valeur absolue (ici $P_A > 0$)
 variation d'énergie potentielle élastique (ressort)
 puissance des forces de Laplace

Il est normal que + l'amortissement est fort, (P_A grand), moins le système gagne en énergie cinétique

3. Combiner les 2 relations en puissance, en éliminant P_L :

$$u i = P_J + \frac{dE_{\text{mag}}}{dt} + \frac{dE_c}{dt} + \frac{P_{\text{amort}}}{A} + \frac{dE_p}{dt}$$

$\frac{dE_p}{dt}$ (en méca)

ce qui revient à exprimer que la puissance fournie par le générateur du circuit a servi à l'augmentation de la puissance cinétique, magnétique dans la bobine, élastique dans le système s'est dissipé en chaleur dans la résistance et en frottement mécanique

3.4. En régime sinusoïdal sur une période, la variation de E_{mag} et de $E_{\text{méca}}$ est nulle puisque l'on retrouve les mêmes valeurs de i et de v au bout d'une période

d'où $\langle u i \rangle = \langle P_J \rangle + \langle P_A \rangle$

sait $\langle P_S \rangle = R \langle i^2 \rangle + \lambda \langle v^2 \rangle$ OK

Il s'agit d'un convertisseur, du signal électrique en son par la vibration mécanique; donc $\lambda \langle v^2 \rangle$ est l'utile

donc $\langle P_u \rangle = \lambda \langle v^2 \rangle$

Rendement: $\eta = \frac{\langle P_u \rangle}{\langle P_S \rangle} = \frac{\lambda \langle v^2 \rangle}{R \langle i^2 \rangle}$

3.5. En moyenne, une inductance pure ne consomme pas de puissance donc $\langle P_S \rangle = \langle u i \rangle = R_T \langle i^2 \rangle$

$$\langle P_u \rangle = \langle P_S \rangle - R \langle i^2 \rangle = \langle u i \rangle - R \langle i^2 \rangle$$

$$\langle P_u \rangle = (R_T - R) \langle i^2 \rangle$$

d'où $\eta = \frac{R_T - R}{R_T}$ OK

3.6. On lit sur la courbe un rendement max à $\omega = 552 \text{ rad s}^{-1}$
 ce qui correspond à $R_T = 24 \Omega$ (lien 2.7)
 $\eta = 1 - \frac{R}{R_T \text{ max}}$
 d'où avec $R = 8 \Omega$ (calculé en 2.7)

$$\eta_{\text{max}} = \frac{24 - 8}{24} = 0,67 \quad \text{correspond à la lecture de la fig. 6}$$

3.7. Intéressant lorsque $\eta > 0,1$ donc pour $\omega \in [450; 700] \text{ s}^{-1}$ soit $f \in (70; 110) \text{ Hz}$
 Intervalle audible humaine: $[20; 20000] \text{ Hz}$
 Le haut-parleur n'est bon que ds les graves

3.8. Plusieurs haut-parleurs dont les bandes passantes diffèrent et recouvrent toutes les fréquences audibles.

CCP 16 PC Partie B

1.1. Noyau d'Helium = α
 \Rightarrow noyau à 2 protons + 2 neutrons
 chargée $+2|e|$, α est sensible au champ \vec{E}

1.2. Conservation du nombre de masse A
 $A X \rightarrow A-4 Y + \alpha \leftarrow 4 \text{ nucléons}$
 $\rightarrow A = A-4 + 4$

1.3. $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ car $E_c = |e| U_{AB}$

1.4. $\rho = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \text{cte}$
 $\Rightarrow \frac{A}{R^3} = \text{cte}'$
 • $m = A m_{\text{nucléon}}$
 ou $R = \text{cte}'' A^{\frac{1}{3}}$ OK

Pour des noyaux légers, c'est peut-être + difficile de les imaginer comme une sphère.

2.1. La traversée de la barrière s'appelle l'effet tunnel.

Pas de désintégration si $E_\alpha < 0$

2.2. Le puits est lié à l'interaction forte entre nucléons, car α dans le noyau père.

- Interaction + forte que la répulsion coulombienne tant que $r < R_1$.
- Interaction à très courte distance ($r < R_1$)

2.3. Pour $r > R$ l'interaction est la répulsion électrostatique entre α et noyau fils (tous 2 chargés +)

$$V(r) = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{K}{r} \quad \text{avec } K = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0}$$

(charge de noyau fils $(Z-2)e$)
 (charge de α : $2e$)

2.4.1. $E_\alpha = \frac{2(82-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$

d'où $R_2 = \frac{2 \times 82 e^2}{4\pi\epsilon_0 E_\alpha}$

AN: $R_2 = \frac{2 \times 82 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 9 \times 10^9}{5,4 \times 10^6 \times 1,6 \times 10^{-19}}$

$R_2 = \frac{2 \times 82 \times 1,6 \times 9 \times 10^{-16}}{5,4 \times 10^6} \quad (1)$

$R_2 = 4,4 \times 10^{-14} \text{ m} = 43,7 \text{ fm}$

$V_2 = V(R_1) = \frac{K}{R_1} \Rightarrow \left[\begin{matrix} V_2 = E_\alpha \frac{R_2}{R_1} \\ E_\alpha = \frac{K}{R_2} \end{matrix} \right]$

$V_2 = 5,4 \times \frac{44}{7,6} = 31,2 \text{ MeV}$

$R_2 - R_1 \approx 36 \text{ fm}$ alors que $R_1 \approx 8 \text{ fm}$
 La barrière est au moins 4 fois + large que le puits \rightarrow "barrière épaiss"

2.4.2. $\delta = \frac{(82-2) \cdot 1,6 \times 10^{-19} \times 36 \times 10^{-9}}{1,05 \times 10^{-34}} \times \dots$

$\dots \times \sqrt{\frac{4 \times 1,66 \times 10^{-27}}{2 \times 5,4 \times 10^6 \times 1,6 \times 10^{-19}}} \left(1 - \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{7,6}{43,7}} \right)$

$\delta = \frac{82 \times 1,6^2 \times 36 \pi \sqrt{\frac{2 \times 1,66}{5,4 \times 1,6}}}{1,05} \left(1 - \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{7,6}{43,7}} \right) \cdot 10^{-2}$

$\delta = 65,7$

$P = e^{-\delta} \ll 1 \quad P \approx 6 \cdot 10^{-29}$

2.4.3. Dans le puits $E_\alpha = E_{c\alpha} + E_p = E_{c\alpha} - V_1$

$E_{c\alpha} = \frac{1}{2} m_\alpha v^2$ donc $v = \sqrt{\frac{2(E_\alpha + V_1)}{m_\alpha}}$

1 aller-retour ds le puits correspond à 1 parcours de $2R_1$, d'où une durée $\tau = \frac{2R_1}{v}$

d'où une fréquence $f = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{2R_1} \sqrt{\frac{2(E_\alpha + V_1)}{m_\alpha}}$

AN: $f = \frac{1}{2 \times 8 \times 10^{-15}} \sqrt{\frac{2(5,4 + 10) \times 10^6 \times 1,6 \times 10^{-19}}{4 \times 1,66 \times 10^{-27}}}$

$\lambda = fP \quad f = 1,7 \cdot 10^{21} \text{ s}^{-1}$

$\lambda = 1,7 \cdot 10^{21} \times 6 \cdot 10^{-29} \approx 10^{-7} \text{ m}$

2.5.1. Région 1: $-\frac{\hbar^2}{2m_\alpha} \frac{d^2\phi}{dr^2} + (-V_1)\phi = E_\alpha \phi$

soit $\frac{d^2\phi}{dr^2} + (E_\alpha + V_1) \frac{2m_\alpha}{\hbar^2} \phi = 0$

d'où $\phi = Ae^{jk_1 r} + Be^{-jk_1 r}$

avec $k_1 = \sqrt{\frac{2m_\alpha(E_\alpha + V_1)}{\hbar^2}}$

Région 2: $-\frac{\hbar^2}{2m_\alpha} \frac{d^2\phi}{dr^2} + V_2\phi = E_\alpha \phi$

soit $\frac{d^2\phi}{dr^2} - (V_2 - E_\alpha) \frac{2m_\alpha}{\hbar^2} \phi = 0$

d'où $\phi = Ce^{k_2 r} + De^{-k_2 r}$

avec $k_2 = \sqrt{\frac{2m_\alpha(V_2 - E_\alpha)}{\hbar^2}}$

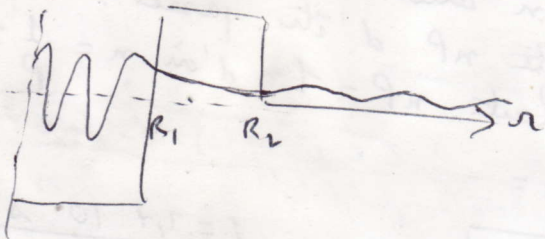
Région 3: $-\frac{\hbar^2}{2m_\alpha} \frac{d^2\phi}{dr^2} = E_\alpha \phi$

soit $\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2m_\alpha E_\alpha}{\hbar^2} \phi = 0$

d'où $\phi = Fe^{jk_3 r} + Ge^{-jk_3 r}$

avec $k_3 = \sqrt{\frac{2m_\alpha E_\alpha}{\hbar^2}}$

L'onde en région 2 est une onde évanescente



5.2. $G=0$ car il ne peut pas y avoir d'onde retour (milieu ∞ ou $r \rightarrow \infty$) (en effet $e^{-jk_2 r} e^{-i\frac{E_\alpha t}{\hbar}}$ est une onde qui progresse vers $r \rightarrow \infty$)

2.5.3 ϕ et $d\phi$ sont continues (2)
les relations de continuité sont les conditions
En R_1 : $Ae^{jk_1 R_1} + Be^{-jk_1 R_1} = Ce^{k_2 R_1} + De^{-k_2 R_1}$ limite
pour ϕ

en R_2 : $Ce^{k_2 R_2} + De^{-k_2 R_2} = Fe^{jk_3 R_2}$
pour ϕ

en R_1 : $jk_1 (Ae^{jk_1 R_1} - Be^{-jk_1 R_1}) = k_2 (Ce^{k_2 R_1} - De^{-k_2 R_1})$
pour $\frac{d\phi}{dr}$
en R_2 : $k_2 (Ce^{k_2 R_2} - De^{-k_2 R_2}) = Fjk_3 e^{jk_3 R_2}$
pour $\frac{d\phi}{dr}$

2.5.4 J_+ est le courant de probabilité de l'onde se propageant dans la région 1 vers R_1 .

$$P = \frac{|F|^2 \hbar k_3}{|A|^2 \hbar k_1}$$

2.5.5 $P \approx e^{-2k_2 a}$

AN $k_2 = \frac{1}{1,05 \times 10^{-34}} \sqrt{2 \times 4 \times 1,66 \times 10^{-27} (5,4 + 10) 10^6 \times 1,6 \times 10^{-19}}$

$k_2 = 1,7 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-1}$

$a = R_2 - R_1 = (43,7 - 7,6) \text{ fm} = 36,1 \text{ fm}$

$k_2 a = 61,4$

$P = e^{-61,4}$; c'en est pas loin par rapport à la réponse du 2.4.2

La plus crédible parent du modèle le plus précis, donc du 1^{er} modèle avec $V(r)$ en $\frac{\hbar}{r}$.

3.1 $\vec{f}_x = \vec{f}_y + \vec{f}_x$

les flèches noires représentent les vitesses dans le référentiel du centre de masse des 2 particules, mais pas les vitesses dans le laboratoire car la somme des deux n'est pas parallèle à la vitesse du rayon père.

B.3-2 Conservation énergie :

$$m_x c^2 = m_x c^2 + E_{c\alpha} + E_{\alpha}^* + m_y c^2 + E_{c\gamma} + E_{\gamma}^*$$

avec $Q_{\alpha} = m_x c^2 - m_{\alpha} c^2 - m_{\gamma} c^2$ cela mène

$$Q_{\alpha} = E_{c\alpha} + E_{\alpha}^* + E_{c\gamma} + E_{\gamma}^*$$

Si $E_{\alpha}^* = 20 \text{ MeV}$ et que $Q_{\alpha} \in [4; 10] \text{ MeV}$

sachant que $E_{c\alpha} > 0$ $E_{c\gamma} > 0$ $E_{\gamma}^* > 0$

on ne peut satisfaire la consⁿ de l'énergie

Il faut donc obtenir α à l'état fondamental

avec $E_{\alpha}^* = 0$

$$d'o\grave{a} \quad Q_{\alpha} = E_{c\alpha} + E_{c\gamma} + E_{\gamma}^*$$

3.3. Avec la quantité de mouvement conservée, et l'hypothèse que le noyau père est au repos, cela

donne $\vec{0} = \vec{p}_{\alpha} + \vec{p}_{\gamma}$ soit $p_{\gamma}^2 = p_{\alpha}^2$

et comme $E_c = \frac{p^2}{2m}$; $2m_{\gamma} E_{c\gamma} = 2m_{\alpha} E_{c\alpha}$

$$d'o\grave{a} \quad E_{c\gamma} = E_{c\alpha} \frac{m_{\alpha}}{m_{\gamma}}$$

$$\text{Ainsi } Q_{\alpha} = E_{c\alpha} \left(1 + \frac{m_{\alpha}}{m_{\gamma}}\right) + E_{\gamma}^*$$

$$\text{soit } E_{c\alpha} = \frac{1}{1 + \frac{m_{\alpha}}{m_{\gamma}}} (Q_{\alpha} - E_{\gamma}^*)$$

Pour réaliser cela, il faut $E_{c\alpha} \geq 0$

soit $Q_{\alpha} > E_{\gamma}^*$

cohérence ?

$$E_{c\alpha} = \frac{1}{1 + \frac{4}{A-4}} (Q_{\alpha} - E_{\gamma}^*)$$

$$\text{Avec } E_{\gamma}^* = 0 : E_{c\alpha} = \frac{1}{1 + \frac{4}{210-4}} \times 5,4$$

rappel le bilan énergétique est Q_{α}

$$E_{c\alpha} = 5,3 \text{ MeV emportée par } \alpha$$

5. limites ?

4.1.1 Calculons L avec $E_c = 5,3 \text{ MeV}$

$$L_{\text{air}} = 0,32 (5,3)^{1,5} = 3,9 \text{ cm}$$

c'est une faible portée donc pas dangereux

$$L_{\text{eau}} = L_{\text{air}} \frac{\rho_{\text{air}}}{\rho_{\text{eau}}} \sqrt{\frac{\rho_{\text{eau}}}{\rho_{\text{air}}}} = 3,9 \cdot 1,3 \cdot 10^{-3} \sqrt{\frac{18}{29}}$$

$$L_{\text{eau}} \approx 4,0 \text{ cm idem.}$$

4.1.2. Etant donné la faible portée cela permet de cibler assez précisément la zone concernée et de fournir rapidement une cartographie.

4.2. Ordonnée en échelle log.

$\ln N = -\lambda t + \ln N_0$ d'après la courbe = droite

$$d'o\grave{a} N = N_0 e^{-\lambda t} \rightarrow \ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

lecture courbe : $\lambda = \frac{\log(3 \cdot 10^{21}) - \log(7 \cdot 10^{20})}{300 \text{ jours}}$

$$\lambda = \frac{0,15323}{300} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ jours}^{-1}$$

$$\lambda = 1,3 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1}$$

$$\text{At } = 0 : N_0 = 3 \cdot 10^{21}$$

$$d'o\grave{a} m_0 = N_0 \frac{M_{\text{Pu}}}{N_A} = 3 \cdot 10^{21} \frac{240}{6 \cdot 10^{23}} = 1 \text{ g}$$

$$m_0 = 1,9 \cdot 10^{-7} \text{ kg} = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ g}$$

$$4.3. \ln \frac{N_{1/2}}{N_0} = -\lambda T_{1/2} \quad \text{avec } N_{1/2} = \frac{1}{2} N_0$$

$$d'o\grave{a} \ln 2 = \lambda T_{1/2} \quad \boxed{T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{1,3 \cdot 10^{-8}} = \frac{10^8 \ln 2}{1,3} = 0,5 \cdot 10^8 \text{ s} \approx 1 \text{ an et demi}$$

(135 j d'après internet)

4.4 Pu a une faible activité massique que U mais une courte période

4.5 Le Polonium a une durée de vie t_p + courte que le plutonium. Il se désintègre + rapidement donc empêche + vite.

4.6 Dissipation d'énergie non prise en compte dans le bilan ici effectué.