CONCOURS D'ADMISSION 2009
COMPOSITION DE PHYSIQUE

Compression de la matière par onde de choc

Corrigé par M ElABDALLAOUI

Professeur agrégé CPGE Marrakech Maroc

I. Interaction onde électromagnétique –plasma

I.1. $\boxed{p.n_i - n_e = 0}$

I.2. $\boxed{m_i\vec{a}_i = pe\vec{E}}$ $\boxed{m_e\vec{a}_e = -e\vec{E}}$

On $\vec{v}_e(t) = -\int_0^t \frac{e}{m_e}\vec{E} + \vec{v}_e(0)$ si $\vec{v}_e(0) = \vec{0}$ alors $\vec{v}_e(t) = -\int_0^t \frac{e}{m_e}\vec{E}$ donc $\vec{v}_e(t) // \vec{E}$ les déplacement s'effectue selon Ox.

I.3. $\boxed{\vec{v}_i = \frac{pe}{i\omega m_i}\vec{E}}$ $\boxed{\vec{v}_e = -\frac{e}{i\omega m_e}\vec{E}}$

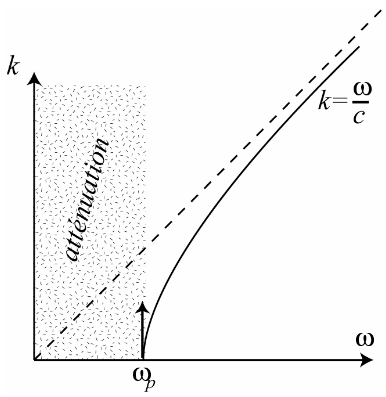
$\vec{j} = \rho_i\vec{v}_i + \rho_e\vec{v}_e$ avec $\rho_i = pn_ie$ *et* $\rho_e = -n_ee = -\rho_i$ donc $\boxed{\vec{j} = \frac{n_ee^2}{i\omega}\left[\frac{p}{m_i} + \frac{1}{m_e}\right]\vec{E}}$

On a $m_e \ll m_i$ et p de l'ordre des unités donc $\boxed{\vec{j} = \frac{n_ee^2}{i\omega m_e}\vec{E}}$ seuls les électrons contribuent dans la conduction.

I.4. $\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \Rightarrow -ikE = -i\omega B \Rightarrow B = \frac{k}{\omega}E$

$\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0\vec{j} + \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$

$\Rightarrow \quad ikB = \mu_0\frac{n_ee^2}{i\omega m_e}E + i\omega\varepsilon_0\mu_0E \Rightarrow \boxed{k^2 = \frac{1}{c^2}\left[\omega^2 - \omega_p^2\right]}$ avec $\boxed{\omega_p = \sqrt{\frac{n_ee^2}{m_e\varepsilon_0}}}$



I.5. l'onde se propage si $\omega \succ \omega_p$

l'onde ne peut pas se propager si $\omega \prec \sqrt{\frac{n_ee^2}{m_e\varepsilon_0}}$ soit $n_e \succ \frac{m_e\varepsilon_0\omega^2}{e^2}$ et $\boxed{n_C = \frac{m_e\varepsilon_0\omega^2}{e^2}}$

I.6. atténuation et dissipation énergétique.

I.7. $\lambda_L = 351nm \Rightarrow \omega = \frac{2\pi c}{\lambda_L} = 5,4.10^{15} \Rightarrow \boxed{n_C = 9,2.10^{27} m^{-3}}$

$n_{métal} = 10^{29} m^{-3} \succ n_C$

I.8. il ne faut tenir compte de l'effet du champ magnétique.

I.9. l'énergie d'interaction coulombienne $Ep = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_L}$ donne $r_L = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 k_B T}$ donc

$\boxed{r_L = 0,14.nm}$

$\boxed{\ell = \frac{1}{\pi r_L^2 n_e} = 1nm}$ $\boxed{r_L \prec \ell}$ l'hypothèse du plasma suffisamment dilué voir**I-2** est justifiée.

I.10. la pression est due au champ magnétique $d\vec{F} = \left(\vec{j} \wedge \vec{B}\right) d\tau$

$\boxed{p = \frac{E_L}{s.c.\tau} = 33,33kbar \ll 10Mbar}$ la pression n'est pas convenable !

II. Onde de choc ; aspects thermodynamiques

II.1.

II.1.1. $\delta V_0 = D.S.\delta t$ et $\delta V_1 = (D - v_1).S.\delta t$

or $\delta m = \rho_0 \delta V_0 = \rho_1 \delta V_1 \Rightarrow \boxed{\rho_0.D = \rho_1.(D - v_1)}$ $[1]$ ou $\boxed{(\rho_1 - \rho_0).D = \rho_1.v_1}$

II.1.2. on applique la RFD à la masse δm soumis aux forces de pressions sur les faces A' et B

soit $\frac{\delta \vec{p}}{\delta t} = \sum \vec{F}$ et $\delta p = (P_1 S - P_0 S)\delta t$

or la vitesse de la masse $\delta m = \rho_0 \delta V_0$ passe de 0 à v_1 donc $\delta p = \delta m.v_1 = \rho_0 \delta V_0.v_1$

$\Rightarrow \rho_0 S.D.\delta t.v_1 = (P_1 S - P_0 S)\delta t$ soit $\boxed{\rho_0.D.v_1 = (P_1 - P_0)}$ $[2]$

II.1.3. le processus est monobare $\boxed{\delta W = -P_1.[\delta V_1 - \delta V_0] = P_1.v_1.S.\delta t}$

II.1.4. le premier principe de la thermodynamique $d(U + Ec + Ep) = \delta W + \delta Q$

le processus est adiabatique $\delta Q = 0$

le processus est dans le plan horizontal $dEp = 0$

donc pour une masse δm

$$\boxed{(U_1 - U_0) + \frac{1}{2}\delta m.v_1^2 = P_1.v_1.S.\delta t = P_1.\frac{(\rho_1 - \rho_0)}{\rho_0 \rho_1}\delta m} \Rightarrow (e_1 - e_0) + \frac{1}{2}v_1^2 = P_1.\frac{(\rho_1 - \rho_0)}{\rho_0 \rho_1}$$

II.1.5.

$[1]$ et $[2]$ donnent $v_1^2 = \frac{(P_1 - P_0)(\rho_1 - \rho_0)}{\rho_0 \rho_1}$

en fin

$$(e_1-e_0)=P_1.\frac{(\rho_1-\rho_0)}{\rho_0\rho_1}-\frac{1}{2}\frac{(P_1-P_0)(\rho_1-\rho_0)}{\rho_0\rho_1}$$
$$=\frac{2P_1(\rho_1-\rho_0)-(P_1-P_0)(\rho_1-\rho_0)}{2\rho_0\rho_1}$$
$$=\frac{(\rho_1-\rho_0)(P_1+P_0)}{2\rho_0\rho_1}$$
$$\boxed{(e_1-e_0)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho_0}-\frac{1}{\rho_1}\right)(P_1+P_0)}$$ cqfd

II.1.6. on se propose de déterminer ρ_1, T_1 et D

il y'a six inconnues $\rho_1, P_1, e_1, v_1, T_1$ et D

les 3 équations d'Hugoniot-Rankine

$$(\rho_1-\rho_0).D=\rho_1.v_1$$
$$(e_1-e_0)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho_0}-\frac{1}{\rho_1}\right)(P_1+P_0)$$
$\rho_0.D.v_1=(P_1-P_0)$ le système d'équations (seul) n'a pas de solutions !

II.2.

II.2.1. on a $U=nC_VT=n\frac{R}{\gamma-1}T=\frac{PV}{\gamma-1}$ donc $\boxed{e=\frac{U}{m}=\frac{P}{\rho(\gamma-1)}}$

II.2.2. on a $(e_1-e_0)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho_0}-\frac{1}{\rho_1}\right)(P_1+P_0)$ donc

$$\left(\frac{P_1}{\rho_1(\gamma-1)}-\frac{P_0}{\rho_0(\gamma-1)}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho_0}-\frac{1}{\rho_1}\right)(P_1+P_0)$$

on devise par ρ_0 et P_0 on pose $y=\frac{\rho_1}{\rho_0}$ et $x=\frac{P_1}{P_0}$

on trouve

$$\boxed{\frac{\rho_1}{\rho_0}=\frac{(\gamma-1)+(\gamma+1)(P_1/P_0)}{(\gamma+1)+(\gamma-1)(P_1/P_0)}}$$

II.2.3. on a $T=\frac{PM}{R\rho}\Rightarrow\frac{T_1}{T_0}=\frac{P_1}{P_0}.\frac{\rho_0}{\rho_1}$ soit $\boxed{\frac{T_1}{T_0}=(P_1/P_0).\frac{(\gamma+1)+(\gamma-1)(P_1/P_0)}{(\gamma-1)+(\gamma+1)(P_1/P_0)}}$

II.2.4. compression forte $(P_1/P_0)\to\infty\Rightarrow$ $\boxed{\left(\frac{\rho_1}{\rho_0}\right)_{\lim}=\frac{(\gamma+1)}{(\gamma-1)}}$

II.2.5. $\boxed{\frac{T_1}{T_0}=(P_1/P_0).\frac{(\gamma-1)}{(\gamma+1)}}$ donc $\boxed{\frac{T_1}{T_0}\gg 1}$

phénomènes : compressibilité du gaz, viscosité, frottement, échange de chaleur avec les parois…

II.3.

II.3.1. l'air est diatomique $\gamma=1,4$ $\boxed{c_0=\sqrt{\gamma\frac{P_0}{\rho_0}}=\sqrt{\gamma\frac{RT}{M}}=\sqrt{1,4.\frac{8,314.273}{29.10^{-3}}}=331m.s^{-1}}$

II.3.2. $D=\dfrac{\rho_1.v_1}{(\rho_1-\rho_0)}$ *et* $D=\dfrac{(P_1-P_0)}{\rho_0.v_1}$ donnent

$$D=\sqrt{\frac{\rho_1.(P_1-P_0)}{\rho_0(\rho_1-\rho_0)}}=\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_0}\frac{\left(\frac{P_1}{P_0}-1\right)}{\left(\frac{\rho_1}{\rho_0}-1\right)}\frac{P_0}{\rho_0}}=\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_0}\frac{\left(\frac{P_1}{P_0}-1\right)}{\left(\frac{\rho_1}{\rho_0}-1\right)}\frac{c_0^2}{\gamma}}$$

$$D=\sqrt{\frac{(\gamma-1)+(\gamma+1)(P_1/P_0)}{(\gamma+1)+(\gamma-1)(P_1/P_0)}\frac{\left(\frac{P_1}{P_0}-1\right)}{\left(\frac{(\gamma-1)+(\gamma+1)(P_1/P_0)}{(\gamma+1)+(\gamma-1)(P_1/P_0)}-1\right)}\frac{c_0^2}{\gamma}}$$

$$\boxed{D=c_0\sqrt{\frac{(\gamma-1)+(\gamma+1)(P_1/P_0)}{2\gamma}}}$$

II.3.3. gaz monoatomique $\gamma=\dfrac{5}{3}$

$$\boxed{\frac{D}{c_0}=\sqrt{2+\frac{1}{\gamma}}=\sqrt{\frac{13}{5}}=1,6}\qquad \boxed{\frac{\rho_1}{\rho_0}=\frac{(2\gamma+1)}{(2\gamma-1)}=\frac{13}{7}=1,86}\qquad \boxed{\frac{T_1}{T_0}=3\frac{(2\gamma-1)}{(2\gamma+1)}=\frac{21}{13}=1,6}$$

II.3.4. $s=C_V\ln\left[P\rho^{-\gamma}\right]+s_0$ $\Delta s=C_V\ln\left[\dfrac{P_1}{P_0}\left(\dfrac{\rho_1}{\rho_0}\right)^{-\gamma}\right]$ $\boxed{\Delta s=C_V\ln\left[3\left(\frac{13}{7}\right)^{-\gamma}\right]=2,1.C_V\quad>0}$

processus irréversible : ce qui est normale puisque le processus est brutal.

II.4.

II.4.1. $\rho_0.D.v_1=(P_1-P_0)$ et $D=av_1+b$ donnent $\boxed{P_1=P_0+\rho_0.(av_1+b).v_1}$

polaire de choc est une parabole

II.4.2. $D=\dfrac{\rho_1.v_1}{(\rho_1-\rho_0)}$ et $D=av_1+b$ donnent $\boxed{D=\dfrac{b\rho_1}{\rho_1-(\rho_1-\rho_0)a}=\dfrac{6.8}{8-5,3.1,2}=29,3Km/s}$

$$\boxed{v_1=\frac{D-b}{a}=\frac{29,3-6}{1,2}=19,4Km/s}$$

la pression à appliquer $\boxed{P_a=P_1-P_0=\rho_0.D.v_1=2,7.1000.29,3.10^3.19,4.10^3=15,3Mbar}$

très grande par rapport à la pression atmosphérique.

II.4.3. $\boxed{I_{15}=\left(\dfrac{15,3}{80}\right)^{\frac{3}{2}}.10^{15}=8,4.10^{13}W.cm^{-2}}$ $\boxed{I_{lazer}=\dfrac{E}{s\tau}=10^{14}W.cm^{-2}}$ $\boxed{I_{lazer}>I_{15}}$

convenable comme source !

II.4.4. $\boxed{I_{lazer\ méga}=\dfrac{E}{s\tau}=2.10^{15}W.cm^{-2}}$ $\boxed{P=127Mbar}$ cette pression est dite d'ablation

la pression au fond de la fosse des Mariannes, environ 10 km sous la surface de l'océan.

’’La température et la pression qui règnent à l'intérieur des planètes géantes, telle Saturne, sont sans commune mesure avec celles que nous connaissons sur Terre, et les éléments qui les composent ont des propriétés inhabituelles. Ainsi, l'hydrogène et l'eau seraient métalliques. Pour s'en assurer, des physiciens produisent en laboratoire des pressions énormes, en tirant sur des cibles avec des lasers très puissants.
Bien qu’il ait été conçu, au départ, pour les besoins de la Défense, le Laser MégaJoule joue un rôle stimulant pour le développement des lasers de puissance, et la physique des plasmas chauds.’’

Donc finalement On peut modéliser des coeurs de planète en laboratoire

Pierre-Henri Hugoniot ’’je n’est pas trouvé de profil sur le net’’, autodidacte, licencié à 18 ans, féru de mathématiques et de physique sur la mécanique des fluides et particulièrement sur les problématiques liées à l'onde de choc.

Rankine ingénieur et physicien