

# À propos des diodes

## Proposition de corrigé

### I Diode à vide

- 1) C'est l'équation de Poisson, ici réduite à une unique variation selon  $x$  :  $\Delta V + \frac{\rho}{\epsilon_0} = \frac{d^2V}{dx^2} + \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$ .
- 2) Multiples possibilités : électronique  $\Rightarrow$  capacité  $U$  de l'ordre de la dizaine de  $V$ , distance caractéristique qqmm, un champ  $E$  de l'ordre  $10^4 V.m^{-1}$ , une force électrique sur un électron de l'ordre de  $10^{-15} N$ , à comparer à son poids dans le champ de pesanteur de l'ordre de  $10^{-29} N$ .

- 3) Démonstration requise :  $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{l} = q \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = -q \int \overrightarrow{grad V} \cdot d\vec{l} = -q \Delta V = -\Delta E_p$   
donc à une référence constante près  $E_p = qV$ .

- 4) Si on considère que la force électrique est seule présente nous pouvons écrire la conservation de l'énergie mécanique sur une unique charge  $q$  :
- $$E_m = \frac{1}{2} m v^2 + qV = Cste$$

Soit vu les valeurs des potentiels  $v(x) = \sqrt{-\frac{2q}{m}V(x)} = \sqrt{\frac{2e}{m}V(x)}$ .

- 5) Nous avons  $j(x) = \rho(x)v(x)$  et  $I(x) = j(x)S$ , soit  $I(x) = S\rho(x)v(x) = -S\epsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m} \frac{d^2V}{dx^2}(x)} \sqrt{V(x)}$ .

Confusion possible de l'énoncé : la grandeur  $I$  exploitée par la suite est positive, alors que celle définie par défaut dans ce paragraphe est négative, les électrons sont accélérés de C vers A. Nous choisissons d'orienter le courant algébriquement dans le sens ( $-x$ ), et utilisons ainsi la diode en convention récepteur.

Nous noterons donc  $I(x) = +S\epsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m} \frac{d^2V}{dx^2}(x)} \sqrt{V(x)}$

- 6) Nous sommes sur un canal unique en régime permanent, soit  $Q$  la charge totale comprise entre la tranche de cote 0 et  $x$ , la conservation de la charge nous donne :

$$\frac{dQ}{dt} = -\Phi_j = I(0) - I(x), \text{ or } \frac{dQ}{dt} = 0 \text{ (régime permanent) donc } \forall x I(x) = I(0) = Cste.$$

Non l'intensité ne dépend pas de la cote  $x$  si le régime est permanent.

- 7) D'après la question 5 nous avons  $\frac{I}{S\epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} = a = \frac{d^2V}{dx^2}(x) \sqrt{V(x)}$

Confusion : Si la mesure de  $I$  n'est pas utilisée en convention récepteur la quantité  $a$  est négative, d'où auto-contradiction de l'énoncé. Avec la correction  $a > 0$ .

- 8) Posons  $E = -\frac{dV}{dx}$ , nous avons  $E dE = a \frac{dV}{\sqrt{V}}$ , intégré en  $E^2 = Cste + 4a\sqrt{V}$ . Les conditions aux limites rappelées par l'énoncé nous donne  $E(0) = 0$  et  $V(0) = 0$ , donc :
- $$E^2 = 4a\sqrt{V}.$$

Nous en déduisons  $\frac{dV}{dx} = -E = 2\sqrt{a} \sqrt[4]{V}$ , que nous intégrons de nouveau  $V(x)^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{2} \sqrt{a} x + Cste$ .

Une fois de plus, les conditions aux limites nous permettent de nous affranchir de la constante pour obtenir :

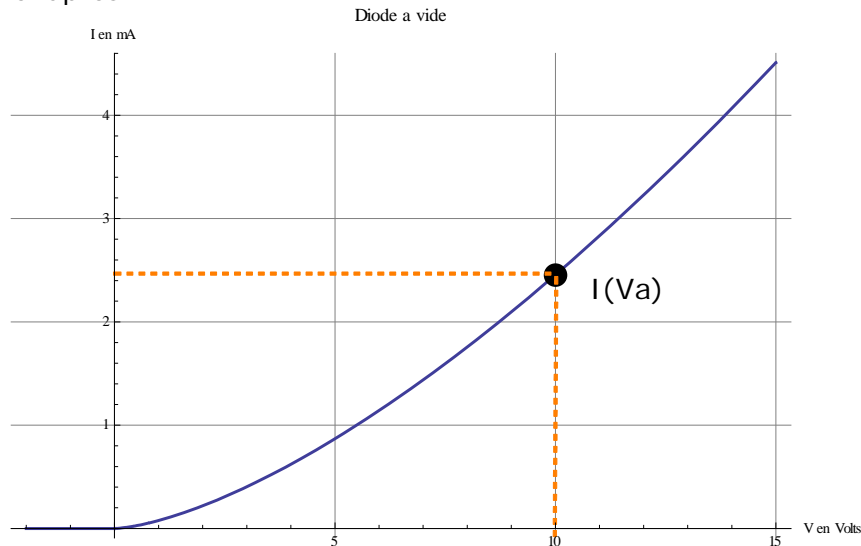
$$V(x) = \left(\frac{3}{2} \sqrt{a} x\right)^{\frac{4}{3}}.$$

- 9) La relation précédente écrite en A nous donne l'expression recherchée qui après une mise en forme adéquate s'écrit :
- $$I = \frac{4}{9} S\epsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m} \frac{3\sqrt{V_A}}{a^2}}$$

- 10) D'évidence la réponse est non  $V_A$  doit être positif pour que les électrons issus de C soient accélérés, sinon ils sont repoussés et il ne peut y avoir de courant. C'est le fonctionnement non linéaire et non symétrique de la diode.

On dira qu'elle est alors en mode bloquée et qu'elle est équivalent à un interrupteur ouvert.

11) Cf graphe ci-après :



12) Plusieurs choses ont été omises, les grandeurs exploitées sont des grandeurs de groupe, le faisceau est considéré comme homo-cinétique (vitesse uniforme par section de cote  $x$ ), nous avons négligé le comportement microscopique pour nous intéresser au mésoscopique. Nous avons donc ignoré la diversité des comportements locaux mais nous avons pris en compte les moyennes d'ensemble.

## II Diode à vide

13) La conductivité d'un conducteur métallique décroît avec l'élévation de température. L'explication microscopique classique est la suivante :

Les flux d'électrons se déplacent dans le réseau semi-cristallin du métal et impactent les atomes, ces collisions se modélisent par une force de frottement fluide opposé au mouvement et rendent compte de l'effet Joule au niveau macroscopique. Or les atomes vibrent autour de leur position d'équilibre dans le réseau et cette vibration est d'autant plus importante que la température est élevée puisque la température s'interprète grossièrement comme une mesure de l'agitation microscopique.

La conductivité d'un semi-conducteur dépend du phénomène précédent mais aussi du phénomène que l'énoncé appelle « ionisation thermique », en rendre compte correctement repose sur l'analyse de la conduction en termes de bandes d'énergie, sujet hors programme en MP.

Dans le cadre de cette « ionisation thermique », on comprend qu'à basse température, il n'y a pas de charges mobiles disponibles dans le semi-conducteur et que la conductivité y est donc nulle. Avec une augmentation de température, la création de charges mobiles augmente la conductivité plus vite que l'agitation thermique ne la réduit, et ce jusqu'à un seuil où la situation s'inverse.

Un semi-conducteur a donc le comportement suivant :

- A très basses températures, la conductivité est nulle
- Lors d'une élévation de température, dans un premier temps, la conductivité croît. Le responsable du phénomène est « l'ionisation thermique »
- Passé un seuil de température dépendant du semi-conducteur et de son dopage, l'agitation thermique domine et la conductivité chute.

14) Longue précaution oratoire pour introduire la question, mais elle est nécessaire vu que les processus de diffusion sont hors programme en section MP.

D'après l'énoncé, chaque zone est vidée de ses types de porteurs.

Région de gauche => plus de trous, soit un remplissage de tous les sites accepteurs par des électrons, et donc une densité de charge :  $\rho_1 = -N_A e$ .

Région de droite => plus de donneurs disponibles, soit la déplétion de tous les sites donneurs d'électrons, et donc une densité de charge :  $\rho_2 = N_D e$ .

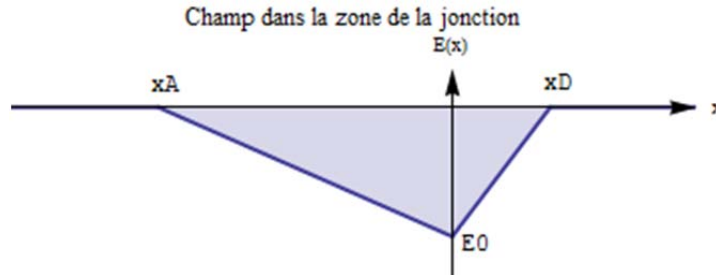
- 15) La charge se conservant et l'ensemble restant neutre nous aurons :  $\frac{Q}{S} = \rho_1(-x_A) + \rho_2(x_D) = 0$ .  
On remplace les densités de charge volumique pour obtenir :  $N_A x_A + N_D x_D = 0$ .

- 16) On exploite l'équation de Maxwell-Gauss  $\text{div } \vec{D} = \varepsilon \text{div } \vec{E} = \varepsilon \frac{dE}{dx} = \rho$ .

Vu les valeurs de  $\rho$ ,  $E(x)$  est une fonction affine par morceaux a valeur nulle en dehors des zones de diffusion, l'intégration et la prise en compte des conditions aux limites nous donne :

$$E(x) = \frac{1}{\varepsilon} \begin{cases} -N_A e (x - x_A) & \text{pour } x_A < x < 0 \\ N_D e (x - x_D) & \text{pour } 0 < x < x_D \end{cases}$$

Soit  $E_0 = -N_A x_A e = N_D x_D e$  la valeur absolue maximale du champ, on a alors la figure suivante :



Note : vu les valeurs numériques le schéma n'est pas à l'échelle.

- 17) Le passage au potentiel se fait classiquement en intégrant :  $\frac{dV}{dx} = -E$ .

On intègre et on utilise la référence imposée  $V = 0$  pour  $x = 0$  :

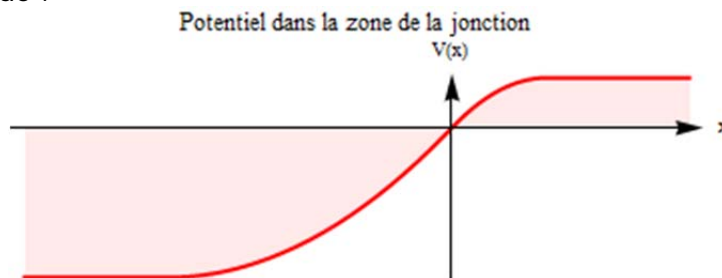
$$V(x) = \frac{1}{\varepsilon} \begin{cases} N_A e \left(\frac{x}{2} - x_A\right) x & \text{pour } x_A < x < 0 \\ -N_D e \left(\frac{x}{2} - x_D\right) x & \text{pour } 0 < x < x_D \end{cases}$$

A compléter de

$$V(x) = \begin{cases} V_A & \text{pour } x_A > x \\ V_D & \text{pour } x > x_D \end{cases}$$

$$\text{où } V_A = -\frac{N_A e}{2\varepsilon} x_A^2 \text{ et } V_D = \frac{N_D e}{2\varepsilon} x_D^2$$

Soit le graphique :



- 18) On détermine la différence de potentiel  $V_0 = V_D - V_A = \frac{N_D e}{2\varepsilon} x_D (x_D - x_A)$

Plusieurs formes possibles d'expressions dépendantes de l'usage de  $N_A x_A + N_D x_D = 0$ .

- 19) On utilise l'équation rappelée pour obtenir  $x_D = \frac{N_A}{N_A + N_D} w$  et  $x_A = -\frac{N_D}{N_A + N_D} w$ .

La substitution nous fournit  $w = \sqrt{\frac{2\varepsilon N_D + N_A}{e N_A N_D}} V_0 = 0.96 \mu m$

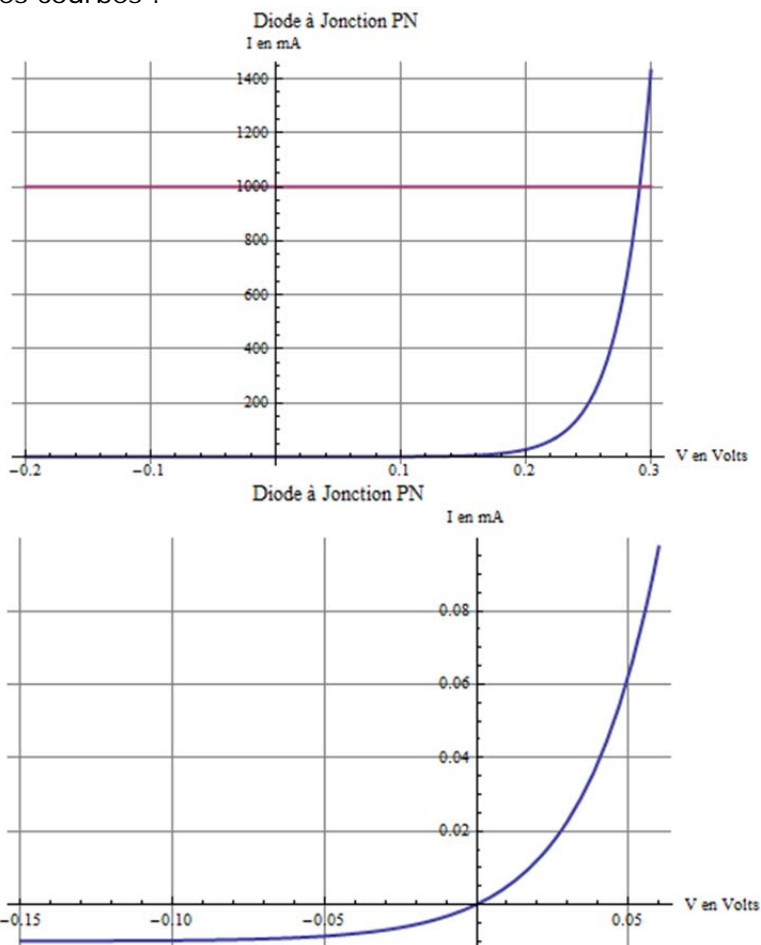
On se limitera à deux chiffres significatifs puisque  $V_0$  n'en possède que deux.

### III Jonction PN polarisée

20) Nouvelle précaution oratoire liée au modèle du semi-conducteur.

La quantité  $\frac{k_B T}{e}$  vaut environ  $25.2\text{ mV}$ , dès que  $V$  dépasse ce seuil, l'exponentiel a une croissance rapide qui s'impose et domine le terme  $-1$ .

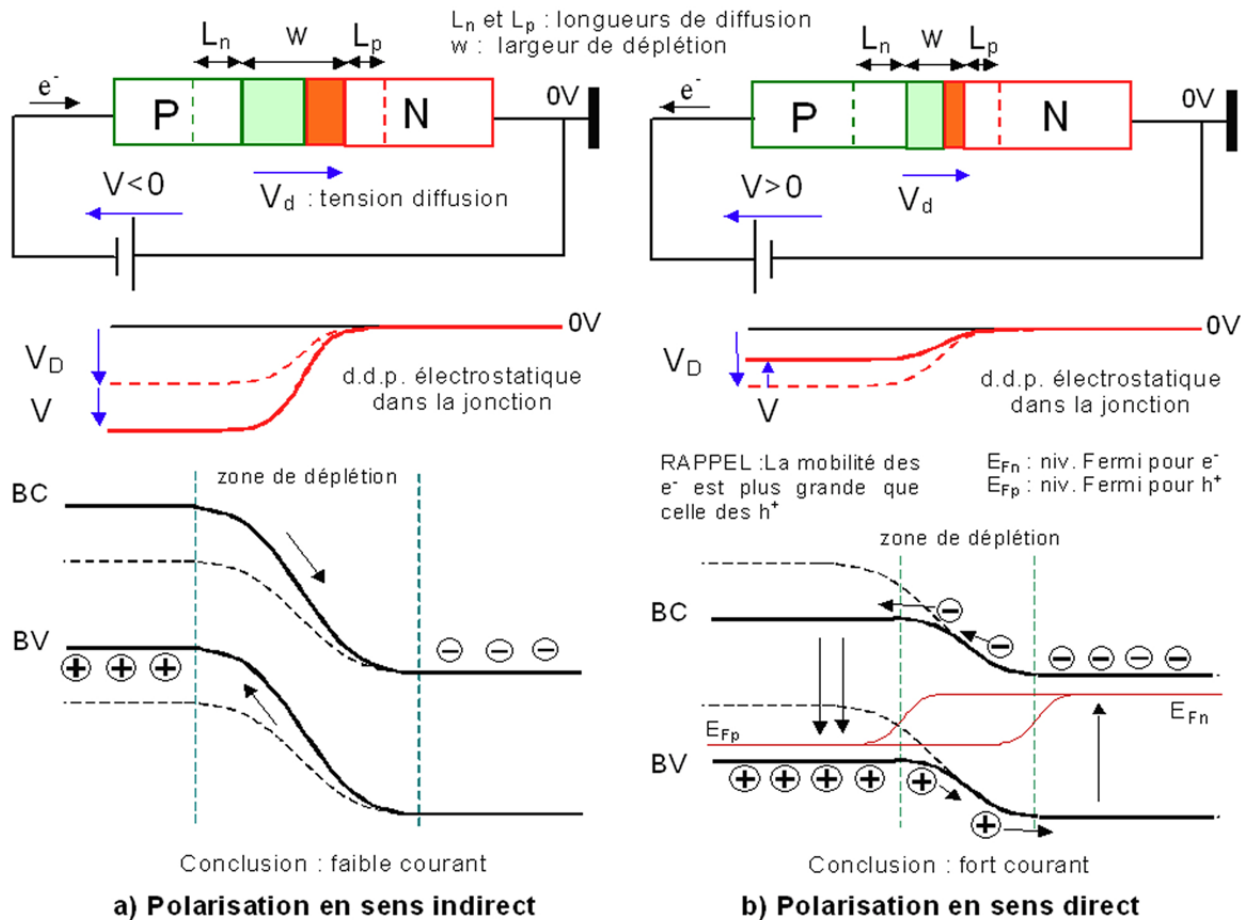
D'où l'allure des courbes :



Sur la dernière courbe la dominance de la fonction exponentielle n'est pas encore effective, on identifie le courant de blocage  $-I_s$  souvent négligé pour de plus fortes tensions.

Le facteur  $k_B T$  est la grandeur rapportée à une particule de la quantité molaire  $RT$  qui traduit fréquemment l'énergie interne de nos modèles simples. Il existe une autre interprétation basée sur la thermodynamique statistique et usant la distribution statistique de Maxwell-Boltzmann, mais elle est hors programme.

21) Question délicate, la réponse dépend de la maîtrise des processus de diffusion, de la connaissance de l'effet tunnel et de la statistique de Fermi-Dirac, toutes sortes de choses qu'un étudiant de MP n'a normalement pas dans son bagage. Des petites courbes pour décorer, elles sont les bases de la réponse mais je ne « sais » pas fabriquer une réponse satisfaisante.



Une version très élémentaire peut se concevoir avec une histoire de barrière de potentiel, je vous laisse le soin de l'imaginer.

22) La diode est maintenant utilisée en inverse (polarisation en sens indirect), le courant est faible et résulte de l'existence de porteurs minoritaires, nous le négligerons. D'après la précaution oratoire de l'énoncé nous savons que la différence de potentiel vaut maintenant  $V_0 - V = V_0 + U$ .

Nous en déduisons :  $w = \sqrt{\frac{2\epsilon N_D + N_A}{e N_A N_D} (U + V_0)}$  avec  $x_D = \frac{N_A}{N_A + N_D} w$  et  $x_A = -\frac{N_D}{N_A + N_D} w$ .

Soit  $Q_A = -\rho_1 S x_a = +e S N_A x_A = -e S N_D x_D = -Q_D$

Une dernière substitution nous donne :

$$Q_D = S \sqrt{2e\epsilon \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} \sqrt{V_0 + U}}$$

AN :  $Q_D = 4.0 \cdot 10^{-10} C$ .

23) On différencie  $dQ_D = S \sqrt{\frac{e\epsilon N_A N_D}{2 N_A + N_D} \frac{dU}{\sqrt{V_0 + U}}}$ , d'où l'obtention d'une capacité variable dite « varicap »

s'exprimant sous la forme :  $C = S \sqrt{\frac{e\epsilon N_A N_D}{2 N_A + N_D} \frac{1}{\sqrt{V_0 + U}}}$ .

Cette capacité limite l'usage de la diode en fréquence.

Ici  $C = 42 \text{ pF}$ .

## IV Récepteur radio

- 24) La technologie décrite ici est « ancienne », nous ne sommes pas loin des postes à galène, en fait nous sommes juste après, environ en 1950. L'entrée (ou commande) est un courant, la sortie (ou réponse) est une tension, le système se caractérise par une trans-impédance. Comme une trans-impédance est dimensionnée, on ne peut tracer son Bode sans la normaliser, le concepteur demande donc directement cette fonction de transfert réduite. Nous utiliserons la variable  $p = j\omega$ , l'équation est immédiate :

$$\underline{i} = Y \underline{V} = \left( \frac{1}{Lp} + \frac{1}{R} + Cp \right) \underline{V}$$

Soit

$$\underline{H} = \frac{\frac{Lp}{R}}{1 + \frac{Lp}{R} + LCp^2}$$

C'est un filtre passe-bande d'ordre deux.

L'identification de la forme canonique nous donne :

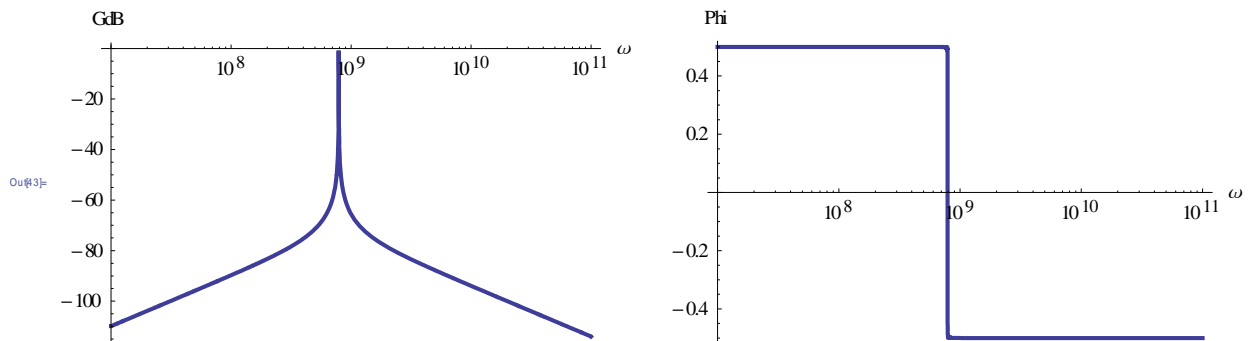
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ et } Q = \frac{R}{L\omega_0} = R \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Soit numériquement :  $\omega_0 = 7.90 \cdot 10^8 \text{ rad.s}^{-1}$  et  $Q = 3.95 \cdot 10^3$

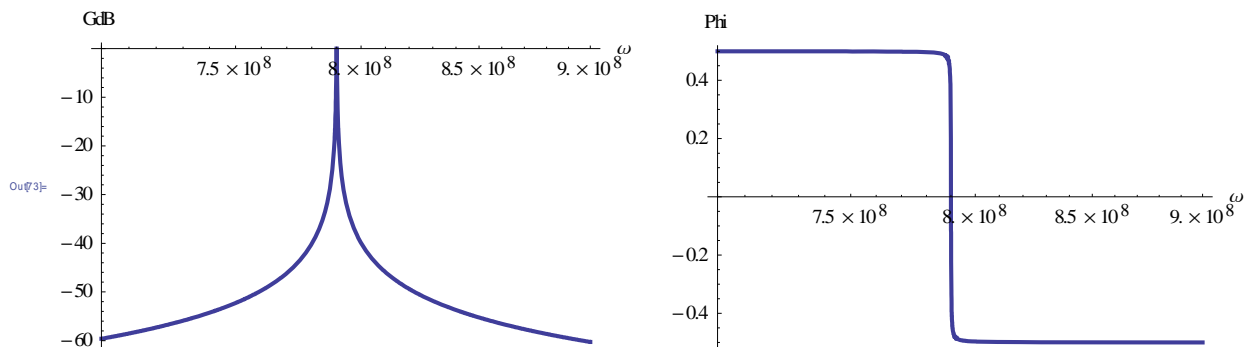
La fonction de transfert s'exprime sous forme réduite avec  $u = \omega/\omega_0$  :

$$\underline{H} = \frac{j\frac{u}{Q}}{1 + \frac{j}{Q}u - u^2}$$

- 25) Voici les diagrammes de Bode requis, la phase est représentée en unité de Pi.



Avec un zoom autour de la résonance :



Ce filtre est un sélecteur de fréquence, il a pour but de discriminer toutes les fréquences sauf celle de l'accord qui est d'environ  $f_0 = 126 \text{ Mhz}$ .

Les asymptotes se justifient en étudiant l'équivalent BF et HF.

Exemple en BF :  $\underline{H} \sim j\omega/Q \Rightarrow H = \frac{\omega}{Q} \Rightarrow Gdb = 20 \log \omega - 20 \log Q = 20 X - G_Q$  avec  $X = \log \omega$  qui est la variable de description logarithmique et  $G_Q = 72 \text{ dB}$  la constante de discrimination imposée par le facteur de qualité. L'asymptote BF est donc de pente +1 ou  $20 \text{ dB/decade}$  passant par le point de coordonnées  $X = 0, Gdb = G_Q$ .

La valeur de la résonance s'obtient en remplaçant simplement pour  $\omega_0$ .

- 26) La bande passante à mi-puissance est définie par son appellation, sur une charge résistive mi-puissance est la puissance max divisée par deux, soit la tension max divisée par  $\sqrt{2}$ . Bref c'est le classique à  $-3 \text{ dB}$ .

En variable réduite on recherche  $u$  tel que  $H(u) = \frac{\frac{u}{Q}}{\sqrt{(1-u^2)^2 + (\frac{u}{Q})^2}} = \frac{1}{\sqrt{Q^2(\frac{1}{u}-u)^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Soit  $Q^2 \left(\frac{1}{u} - u\right)^2 = 1 \Rightarrow u - \frac{1}{u} = \pm \frac{1}{Q}$ , on résout en ne gardant que les deux racines positives.

$$u_i = \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} \pm \frac{1}{2Q}$$

ce qui nous donne les deux fréquences de coupure en variable réduite.

Leur différence est la bande passante  $\Delta u = \frac{1}{Q}$  soit  $\frac{\Delta \omega}{\omega_0} = \frac{1}{Q}$ .

- 27) Là, vu le programme c'est excessif, la capacité  $C_i$  est une capacité de découplage, si sa valeur est très grande, elle est équivalente à un court-circuit aux fréquences élevées, c'est par contre un coupe-circuit aux très basses fréquences. Je doute, vu l'importance du programme d'électronique que beaucoup d'étudiants aient œuvré sur la question.

- 28) La varicap ajoute la capacité  $C'$  à la capacité  $C$ .

La pulsation d'accord devient  $\omega' = \frac{1}{\sqrt{L(C+C')}} = \omega_0 \sqrt{\frac{C}{C+C'}}$ , soit  $f' = f_0 \sqrt{\frac{C}{C+C'}}$  et  $C' = C \left( \left(\frac{f_0}{f'}\right)^2 - 1 \right)$ .

On en déduit les valeurs de  $C'$  nécessaires qui vont de  $18 \text{ pF}$  pour  $108 \text{ Mhz}$  à  $53 \text{ pF}$  pour  $87.5 \text{ Mhz}$ . Il faut après inverser la relation du 23...

- 29) La résistance  $R$  représente les pertes dans le circuit LC, vu l'attaque en courant, cette résistance doit être la plus grande possible.

**Fin**