

Corrigé de l'épreuve de physique II
CNC - Session 2019 - Filière MP

N.B : Tous les résultats numériques seront donnés avec un nombre de chiffres significatifs compatibles avec les données fournies. Si vous avez des commentaires ou propositions n'hésitez pas à m'envoyer à l'adresse e-mail citée ci-dessous. Pour plus d'informations, consulter le site web suivant : <http://safimp.neowp.fr/>

Première partie

Interférence de deux ondes lumineuses

1 Ondes cohérentes, ondes incohérentes

1.1 On peut additionner les amplitudes instantanées des deux ondes sachant qu'elles sont de nature vectorielle s'elles sont de mêmes polarisation ou voisines

Remarque : deux ondes ont les mêmes direction de propagation ne signifie pas qu'elles aient les mêmes polarisation.

1.2 Les champs électriques ont pour expressions suivantes :

$$\vec{E}_1(M, t) = A_1 \cos[\omega_1 t - \varphi_1(M)] \vec{e}_1 \text{ et } \vec{E}_2(M, t) = A_2 \cos[\omega_2 t - \varphi_2(M)] \vec{e}_2$$

L'intensité d'une onde électromagnétique de champ électrique est donnée par

$$I(M) = \langle \|\vec{E}_1(M, t)\|^2 \rangle$$

$$\text{Donc } \boxed{I_1 = \frac{1}{2} A_1^2} \text{ et } \boxed{I_2 = \frac{1}{2} A_2^2}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{1.3} \quad I(M) &= \langle \|\vec{E}(M, t)\|^2 \rangle = \langle \|\vec{E}_1(M, t) + \vec{E}_2(M, t)\|^2 \rangle \\ &\Leftrightarrow I(M) = I_1 + I_2 + 4\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\omega_1 t - \varphi_1(M)) * \cos(\omega_2 t - \varphi_2(M)) \rangle \\ &\Leftrightarrow I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos((\omega_1 - \omega_2)t - \varphi_1(M) + \varphi_2(M)) \rangle + \\ &2\sqrt{I_1 I_2} \underbrace{\langle \cos((\omega_1 + \omega_2)t - \varphi_1(M) - \varphi_2(M)) \rangle}_{=0} \\ &\Leftrightarrow \boxed{I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \varphi(M)) \rangle} \text{ avec } \varphi(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M) \end{aligned}$$

1.4 pour avoir le phénomène d'interférences il faut que les deux ondes soient synchrones :

$$\boxed{\omega_1 = \omega_2}. \text{ Dans ce cas l'intensité lumineuse devint : } \boxed{I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\varphi(M)) \rangle}$$

$$\mathbf{1.5} \quad \text{Le contraste } C \text{ de la figure d'interférences est donné par : } \boxed{C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}}$$

Remarque : Si $I_1 = I_2$, le contraste serait maximal.

2 Condition de cohérence temporelle

2.1 En pratique, deux sources lumineuses ponctuelles vérifiant la condition de la question 1.4 (c-à-d $\omega_1 = \omega_2$) ne sont pas cohérentes, car le déphasage $\varphi(M)$ n'est plus constant il varie de façon aléatoire en fonction du temps. Donc $\langle \cos(\varphi(M)) \rangle = 0$

Remarque : Il faut tenir compte la différence de phase à l'origine des deux sources lumineuses. Normalement $\varphi(M) = \varphi(M, t)$: dépend du temps.

2.2 Le temps de détection du détecteur est de même ordre de grandeur ou petit que le temps de train d'onde acoustique. La détection de ces ondes est presque instantanée

2.3 Pour obtenir deux sources lumineuses ponctuelles S_1 et S_2 mutuellement cohérentes il faut qu'elles soient issues d'une même source lumineuse ponctuelle monochromatique S .

2.4 La condition de cohérence temporelle pour deux ondes lumineuses est si leur différence de phase reste constante au cours du temps ou leurs phases à l'origine sont très voisines.

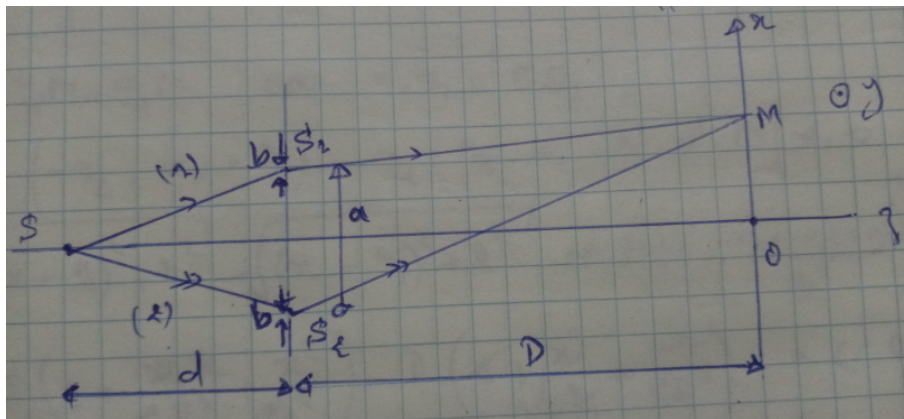
2.5 pour observer les interférences lumineuses il faut que la différence de marche soit inférieure à la longueur de cohérence $|\delta(M)| \ll l_c$ pour que les trains d'ondes rencontrés au point M ont la même phase à l'origine.

Ordre de grandeur : pour un laser $l_c = 30\text{cm}$ et pour la lumière blanche $l_c = 0.6\mu\text{m}$.

3 Fentes de Young

3.1 phénomène de **diffraction** de chaque fente S_i avec $i = 1, 2$.

3.2 schéma du dispositif expérimental, les rayons issus des sources S_1 et S_2 qui interfèrent au point M de coordonnées $(x, 0, 0)$.



3.3 Au point M du champ d'interférences, se rencontre deux ondes mutuellement cohérentes issues d'une même source ponctuelle monochromatique S et qui ont subi des chemins différents (1) = SS_1M et (2) = SS_2M .

3.4.1 Si D augmente, la figure d'interférences se dilate sur l'écran pour le même nombre de franges (conservation de l'intensité lumineuse), alors l'inter-frange i augmente.

3.4.2 Si a diminue, la zone d'interférences diminue alors l'inter-frange i diminue, pour le même nombre de franges sur l'écran.

3.4.3 Calculons la différence de marche optique pour les deux rayons (1) et (2) :

$$\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = SS_2M - SS_1M = S_2M - S_1M$$

car $SS_1 = SS_2$ et le système baigne dans l'air dont l'indice est $n_a = 1.00$.

$$\text{Donc } \delta(M) = \frac{ax}{D} = p\lambda \text{ avec } p \text{ l'ordre d'interférence.}$$

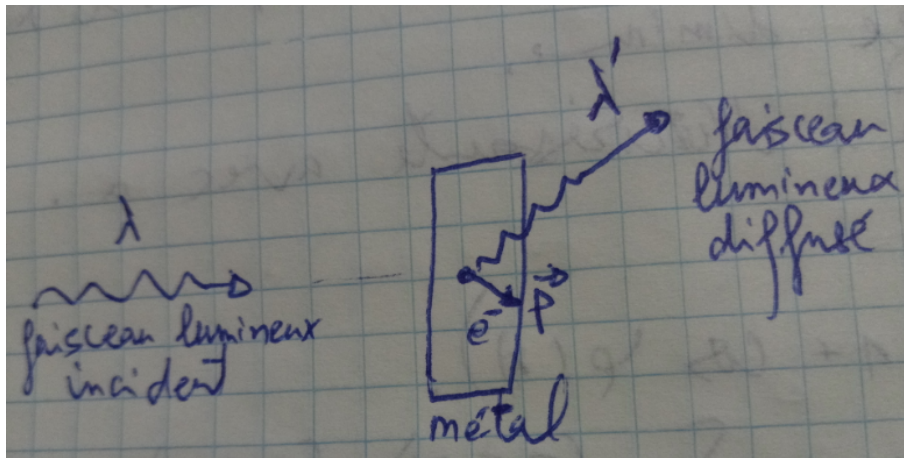
$$\text{pour } \Delta p = 1 \text{ on a } \Delta x = i, \text{ donc } i = \frac{\lambda D}{a}.$$

Deuxième partie

Les particules aussi interfèrent !

1. Observations

1.1 L'expérience de l'effet Compton qui désigne le changement de longueur d'onde du faisceau lumineux incident après avoir subi d'une collision élastique par un électron libre d'un métal ($\lambda' \neq \lambda$). ou l'expérience de l'effet photoélectrique.



1.2.1 Le caractère corpusculaire de la lumière se manifesterait sur l'écran par l'impact individuel des photons (point)

1.2.2 On ne peut pas prévoir la position de l'impact d'un photon sur l'écran car leur évolution est de nature probabiliste.

1.2.3 L'aspect de l'écran d'observation après une durée suffisante est comme suit :



1.3 Modèle ondulatoire : la puissance P transportée par un faisceau de photons de densité d'énergie $u = \varepsilon_0 E^2$ est donnée par $P = Scu$.

Modèle corpusculaire : le débit D de ce faisceau de photons par unité de temps et par unité de surface de section S est donné par : $D = \frac{P}{Sh\nu}$

Donc $D = \frac{c\varepsilon_0}{h\nu} E^2$ d'où $D \propto E^2$.

On peut interpréter le carré du champ électrique par la densité de probabilité de trouver l'impact du photon sur l'écran.

1.4 Le nombre N de photons par seconde est donné par $N = DS = \frac{P}{h\nu} = \frac{P\lambda}{hc}$.

AN : $N = 3.2 \times 10^{15} s^{-1}$, ce nombre est très grand. Donc c'est difficile d'observer l'accumulation progressive de l'impact des photons sur l'écran.

2. Interférence des ondes de matière

2.1 Dualité onde-corpuscule

2.1.1 **Non**. D'après le principe de complémentarité de Bohr, la lumière et la matière présentent un comportement ondulatoire ou particulaire.

2.1.2 Dans le cas non relativiste $v \ll c$, car $\lambda_{DB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv\sqrt{1-v^2/c^2}}$

2.1.3.1 Par une analyse dimensionnelle et à un facteur numérique de proportionnalité près, on a :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_p = -\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}\mathcal{E}_p \quad \Leftrightarrow \quad \mathcal{E} = -\frac{q_e^2}{2r} \text{ et } \mathcal{E} = -\frac{p^2}{2m_e}$$

$$\Leftrightarrow [\mathcal{E}] = -1/2 \times [q_e^2] \times L^{-1} \text{ et } [\mathcal{E}] = -1/2 \times [p^2] \times M^{-1} = -1/2 \times [h^2] \times L^{-2} \times M^{-1}$$

$$\Leftrightarrow [\mathcal{E}] = -[h^2] \times 2 \times [\mathcal{E}^2] \times [q_e]^{-4} \times M^{-1}$$

$$\Leftrightarrow [\mathcal{E}] = -1/2 \times [q_e]^4 \times [m_e] \times [h^{-2}]$$

Donc $\mathcal{E} = \frac{m_e q_e^4}{h^2}$ et AN : $\mathcal{E} = 1.10 \times 10^{-19} J$

2.1.3.2 $\mathcal{E} = \frac{m_e q_e^4}{h^2} = m_e v^2$ donc $v = \frac{q_e^2}{h}$ et AN : $v = 3.48 \times 10^5 m s^{-1}$ la vitesse est très faible devant celle de la lumière, cadre quantique non relativiste suffit.

On a $E_c = 1/2 \times m_e v^2$, AN : $E_c \approx 0.34 eV$ c'est ordre de grandeur de l'énergie cinétique de l'électron.

2.1.3.3 On a $E_c = 54 eV$ donc $v = 4.36 \times 10^6 m s^{-1} \ll 0.1c$. Donc un comportement non relativiste des électrons.

$\lambda_{DB} = \frac{h}{m_e v}$, AN : $\lambda_{DB} = 1.67 \times 10^{-10} m$, ordre de grandeur de la distance inter-atomique des solides cristallins. Donc les effets quantique snt importants.

conséquences expérimentales : comportement ondulatoire de la matière (diffraction, interférences).

2.2 Interférences atomiques

2.2.1 Par l'observation des franges d'interférences sur l'écran de détection.

2.2.2 Le quanton doit subir une diffraction si $\lambda \sim \phi$.

Ordre de grandeur de l'angle caractéristique de cette diffraction est : $\theta = 1.22 \frac{\lambda}{\phi}$ ou tout simplement $\theta \approx \frac{\lambda}{\phi}$.

2.2.3.1 Théorème d'équipartition de l'énergie : Dans un système à l'équilibre à la température T, l'énergie moyenne par molécule associée à un degré de liberté quadratique est $\frac{1}{2} K_B T$.

2.2.3.2 Le néon est un gaz rare monoatomique parfait, donc :

$$E \approx E_c = \frac{1}{2} m_{Ne} v^2 = \frac{1}{2} m_{Ne} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$$

$$\langle E_c \rangle = \frac{1}{2} m_{Ne} \langle v^2 \rangle = \frac{1}{2} m_{Ne} v_{th}^2(Ne) = \frac{1}{2} m_{Ne} (\langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle) = 3 \times \frac{1}{2} K_B T$$

$$v_{th}(Ne) = \sqrt{\frac{3K_B T}{m_{Ne}}}$$

2.2.3.3 On a $\lambda_{DB}(Ne) = \frac{h}{m_e v_{th}(Ne)}$, donc $\lambda_{DB}(Ne) = \frac{h}{\sqrt{3K_B T m_{Ne}}}$ avec $m_{Ne} = \frac{M_{Ne}}{N_A}$.

AN :

• Pour la température $T = 2.5 mK$: $v_{th}(Ne) = 1.76 m s^{-1}$ et $\lambda_{DB}(Ne) = 1.13 \times 10^{-8} m$

- Pour la température $T = 300K$: $v_{th}(Ne) = 610ms^{-1}$ et $\lambda_{DB}(Ne) = 2.26 \times 10^{-11}m$

Lorsqu'on augmente la température, la vitesse augmente et la longueur d'onde diminue.

2.2.4 $v_{th}(Ne) < \langle v_{Ne} \rangle = 1.25ms^{-1}$, donc la température doit être $T < \frac{m_{Ne} \langle v_{Ne} \rangle^2}{3K_B}$.

AN : $T < 1.26mK$

2.2.5 On refroidit les atomes à des basses températures pour avoir des vitesses faibles ou de longueur d'onde de De Broglie plus élevées (voir la question **2.2.3.3**).

La masse moyennement petite. car $v_{th}(Ne)$ et $\lambda_{DB}(Ne)$ sont \propto à $\frac{1}{\sqrt{m_{Ne}}}$.

2.2.6.1 On a $i = \frac{\lambda D}{a}$ donc : $\lambda'_{DB}(Ne) = \frac{a}{D} i_{exp}$. AN : $\lambda'_{DB}(Ne) = 1.22 \times 10^{-8}m$.

$\Delta \lambda'_{DB}(Ne) = \lambda'_{DB}(Ne) \frac{\Delta i_{exp}}{i_{exp}}$. AN : $\Delta \lambda'_{DB}(Ne) = 0.5 \times 10^{-8}m$.

L'erreur relatif vaut $\frac{\Delta \lambda'_{DB}(Ne)}{\lambda'_{DB}(Ne)} = 41\%$. La précision était médiocre.

Les deux longueurs d'ondes sont proches : $\lambda'_{DB}(Ne) \approx \lambda_{DB}(Ne)$

2.2.6.2 On a $\lambda'_{DB}(Ne) \ll b < a$, donc les effets quantiques sont négligeables lorsque la longueur d'onde de De Broglie est très inférieure aux distances caractéristiques du système étudié. Alors les atomes de Néon manifestent un comportement classiquement ondulatoire.

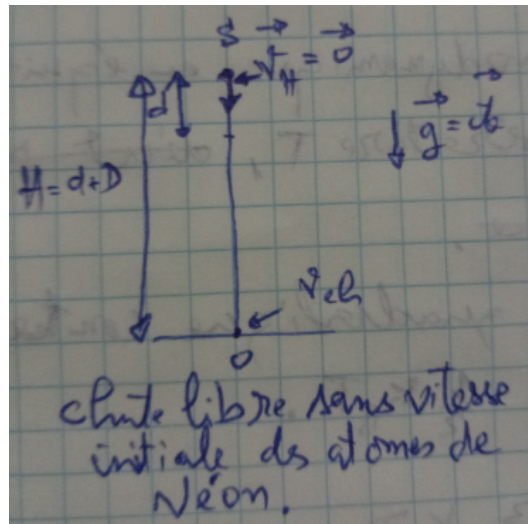
2.2.6.3 Soit $m_{Ne} v'_{Ne} = \frac{h}{\lambda'_{DB}(Ne)}$, donc $v'_{Ne} = 1.63ms^{-1}$.

$\Delta v'_{Ne} = v'_{Ne} \frac{\Delta \lambda'_{DB}(Ne)}{\lambda'_{DB}(Ne)}$, donc $\Delta v'_{Ne} = 0.7ms^{-1}$.

Non, d'après la question **2.2.6.2** les atomes de Néon ont manifesté un comportement classiquement ondulatoire.

2.2.6.4 La vitesse v_{ch} d'une particule en chute libre sans vitesse initiale d'une altitude $H = d + D$ est donnée par : $v_{ch} = \sqrt{2gH} = \sqrt{2g(d + D)}$. AN : $v_{ch} = 1.92ms^{-1}$

Remarque : on remarque que $v'_{Ne} < v_{th}(Ne)$! alors que $v_{th}(Ne) < v_{ch}$. Mais en réalité les atomes de Néon sont lâchés avec une vitesse non nulle c'est $v_{th}(Ne)$, si en tenant compte cette dernière vitesse nous obtiendrions la valeur $v_{ch} = 2.61ms^{-1}$ ($v_{th}(Ne) \approx v_{ch}$).



2.2.7 La longueur d'onde $\lambda_{DB}(Ne)$ correspond à $v_{th}(Ne)$ et $\lambda'_{DB}(Ne)$ à celle de v_{ch} ou bien à l'inter-frange i_{exp} mesuré à l'écran. Donc cette différence due à l'effet de la pesanteur sur les vitesses des atomes de Néon v_{ch} .

2.2.8 Le rôle de cette fente est de sélectionner les atomes de Néons qui ont presque même vitesses orthogonales (les composantes orthogonales).

2.2.9 Les facteurs qui peuvent limiter la visibilité des interférences sont : la largeur de la fente source, les dimensions des fentes F_1 et F_2 qui doivent être identiques pour avoir une visibilité (contraste) des interférences maximale (Remarque de la question **1.5** de la première partie).

2.3 Interférences de grosses particules

2.3.1 La masse d'une molécule de fullerène C_{60} est : $m_f = \frac{60 \times M_C}{N_A}$.

AN : $m_{fullerène} = 1.20 \times 10^{-24} Kg$.

2.3.2 Supposons que les hexagones et les pentagones sont équivalents aux cercles de rayons $r_{hex/pent} = \frac{5 + 6 l_{moy}}{2 \cdot 2\pi}$ avec l_{moy} la longueur moyenne entre carbones. Puisque la surface de la molécule de fullerène est constituée de 20 hexagones et 12 pentagones, alors :

$$S_{fullerène} = 4\pi r^2 = (20 + 12)\pi r_{hex/pent}^2 \approx 0.4 nm^2$$

2.3.3 La longueur d'onde de de Broglie λ_{DB} de l'onde associée aux molécules de fullerène est donnée par : $m_f v = \frac{h}{\lambda_{DB}}$, AN : $\lambda_{DB} = 2.8 \times 10^{-12} m$ avec $v = 200 m s^{-1}$.

$\lambda_{DB} \ll$ dimension de la molécule de fullerène. Pourtant la molécule manifeste leur aspect ondulatoire.

2.3.4 $\Delta \lambda_{DB} = \lambda_{DB} \frac{\Delta v}{v}$. AN : $\Delta \lambda_{DB} = 1.7 \times 10^{-12} m$.

2.3.5 On sait que $l_c = c\tau_c = c \times \frac{1}{\Delta \nu}$, et $\nu = \frac{c}{\lambda}$, alors $l_c = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$ avec l_c représente la longueur de cohérence du faisceau de particules par rapport à une source lumineuse.

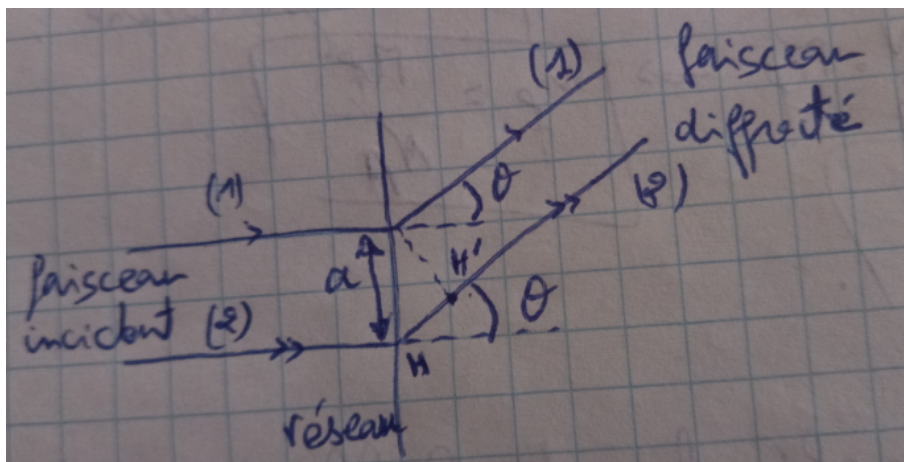
$$\text{AN : } \boxed{l_c = 4.6 \times 10^{-12} \text{ m}}.$$

2.3.6 L'intérêt du sélecteur mécanique de vitesse est de réaliser un faisceau de particules mono-cinétique (même fréquence $\Delta\nu \approx 0$ ou même longueur d'onde de De Broglie $\Delta\lambda_{DB} \approx 0$). Une bonne cohérence temporelle.

2.3.7 L'intérêt des deux fentes de collimation est d'imposer un alignement, et de réaliser un faisceau d'incidence normale au réseau.

$$\Delta x \Delta p_x \approx h \Leftrightarrow a' p \sin \theta \approx h, \text{ donc } \boxed{\sin \theta \approx \theta \approx \frac{\lambda_{DB}}{a'}}. \text{ AN : } \boxed{\theta = 0.4 \mu\text{rad}}.$$

2.3.8.1 Le schéma soigné :



La différence de marche $\delta(\theta)$ entre deux trajets voisins (1) et (2) est : $\boxed{\delta(\theta) = HH' = a' \sin \theta}$.

2.3.8.2 Les directions θ pour lesquelles les interférences des ondes moléculaires diffractées sont constructives vérifient $\delta(\theta) = n\lambda_{DB}$ avec n un entier relatif. Donc $\boxed{\sin \theta_n = n \frac{\lambda_{DB}}{a'} \leq 1}$

2.3.8.3 D'après la question **2.3.7** on a $\frac{\lambda_{DB}}{a'} \ll 1$, donc on observe au centre de l'écran une figure d'interférences dont l'inter-frange est donnée par $\boxed{\Delta\delta = \lambda_{DB} = a' \Delta \sin \theta = a' \frac{i}{D'}}$

avec $\Delta n = 1$. Donc $i = \frac{\lambda_{DB} D'}{a'}$.

2.3.8.4 Le nombre de pics observés dépend inversement de la dispersion relative de vitesse $\frac{\Delta v}{v}$.

Les deux figures **5.1** (3 pics) et **5.2** (7 pics) montrent les pics d'interférences modulés par diffraction.

2.3.8.5 L'augmentation de la dispersion de vitesses induit une diminution de longueur de cohérence (question **2.3.6**) par suit une diminution du nombre de franges visibles (question **2.3.8.4**).

2.4 Aspect probabiliste des interférences quantiques

2.4.1 $\Psi(M, t)$ représente l'amplitude de probabilité de trouver le quanton à l'instant t et dans un volume $d\tau(M)$ centré au point M .

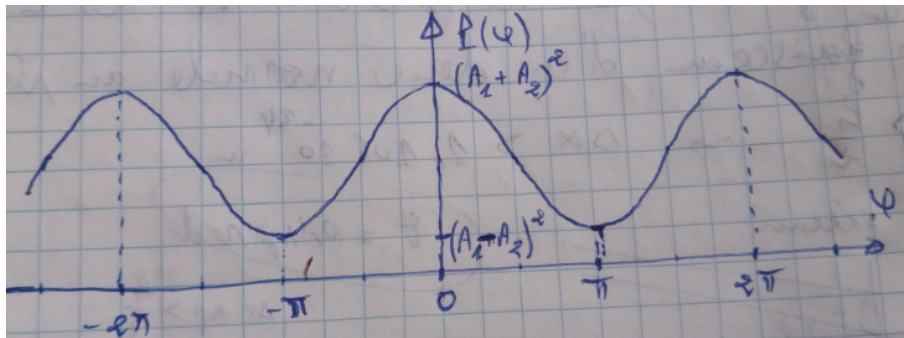
2.4.2 La condition $\iiint_{\text{espace}} |\Psi(M, t)|^2 d\tau(M) = 1$ représente la condition de normalisation, nous sommes sûrs que la particule quantique ou quanton se trouve quelque part dans l'espace.

2.4.3 Principe de superposition : la superposition de deux ondes ou plus de matière solutions de l'équation de Schrödinger est une onde de matière solution de l'équation de Schrödinger à l'instant t en M : $\Psi(\mathbf{M}, t) = \alpha_1 \Psi_1(\mathbf{M}, t) + \alpha_2 \Psi_2(\mathbf{M}, t)$, avec α_1 et α_2 sont deux constantes complexes.

2.4.4.1 $P_1 = |\Psi_1(x, t)|^2 = A_1^2 dx$, c'est la probabilité que la particule prenne la trajectoire 1 issue de S_1 . (A_1 est réel).

2.4.4.2 $P_2 = |\Psi_2(x, t)|^2 = A_2^2 dx$, c'est la probabilité que la particule prenne la trajectoire 2 issue de S_2 . (A_2 est réel).

2.4.4.3 La probabilité totale P est : $P = |\Psi_1 + \Psi_2|^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi)$.
L'allure de cette probabilité en fonction de φ :



2.4.4.4 Supposons que $A_1 = A_2$, donc :

- si $\varphi = 0$, alors $P = (A_1 + A_2)^2 = 4A_1^2 = 4P_1$
- si $\varphi = \pi$, alors $P = (A_1 - A_2)^2 = 0$

2.4.4.5 L'allure de la probabilité totale P en fonction de φ en tenant compte du fait que le phénomène de diffraction module la figure d'interférences est :

