

Fibres optiques

1^{ère} partie :

Étude géométrique d'une fibre optique à saut d'indice

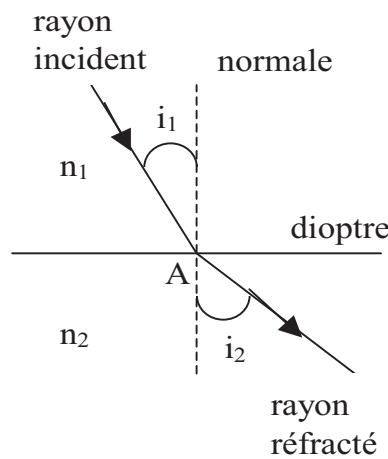
1.1

1.1.1 la longueur d'onde doit être trop faible devant les dimensions des obstacles ou ouvertures rencontrées par les rayons lumineux

1.1.2 la longueur d'onde dans le coeur d'indice $n_1 = 1.46$ est $\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{n_1} = 1.06 \mu m \ll a = 100 \mu m$
 $\lambda_0 = 1.55 \mu m$ est dans le domaine infrarouge

1.2

1.2.1 soit deux milieux 1 et 2 d'indice n_1 et n_2 séparés par un dioptre, un rayon incident tombe sur le dioptre en A :



les lois de Descartes pour la réfraction sont :

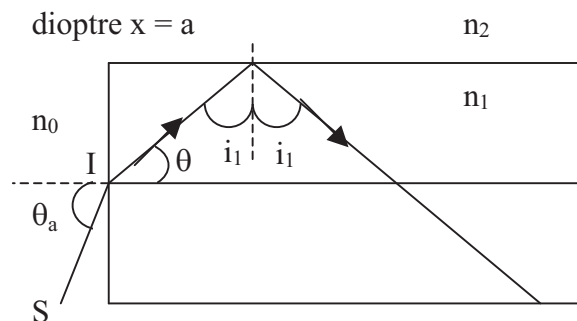
1- le rayon réfracté appartient au plan d'incidence formé par le rayon incident et la normale

2- la relation entre les angles est : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

le phénomène de réflexion totale peut avoir lieu si $n_1 > n_2$

l'angle de réflexion totale est l'angle d'incidence Λ au delà duquel il n'y a plus de rayon réfracté son expression est donnée par $i_2 = 90^\circ$ soit $\Lambda = \sin^{-1}(\frac{n_2}{n_1})$, rappelant que $n_1 > n_2$

1.2.2 en I le rayon réfracté existe toujours car $n_0 < n_1$ donc pour que le rayon soit guidé dans le coeur de la fibre il faut avoir réflexion totale sur le dioptre en $x = \pm a$ (pour ne pas perdre de l'énergie par réfraction vers la gaine)



soit : $i_1 > \Lambda \implies \sin i_1 > \sin \Lambda \implies \cos \theta > \frac{n_2}{n_1} \implies |\theta| < \cos^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$
d'autre part on a en I

$$\sin \theta_i = \frac{n_1 \times \sin \theta}{n_0}$$

soit

$$|\theta_i| < \theta_a = \sin^{-1}\left(n_1 \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}}\right)$$

1.2.3

$$\theta_a = 22.3^\circ = 0.39 \text{ rad}$$

1.2.4

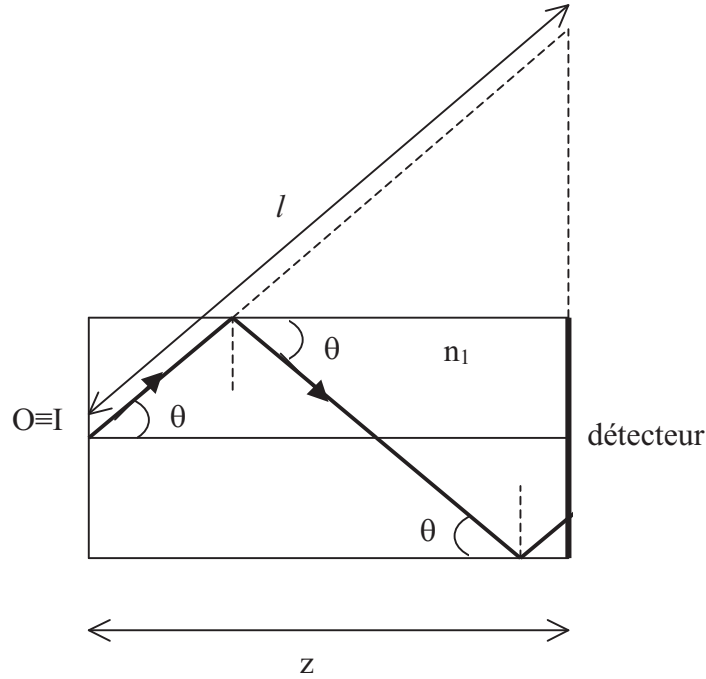
$$ON = \sin \theta_a = n_1 \sqrt{2\Delta}$$

1.2.5 d'après 1.2.2

$$|\theta| < \theta_{lim} = \cos^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \implies \sin \theta_{lim} = \sqrt{2\Delta}$$

1.3

1.3.1 :



1.3.2

$$l = \frac{z}{\cos \theta}$$

1.3.3

$$\tau = \frac{l}{c_1} = \frac{\ell n_1}{c_0} = \frac{zn_1}{c_0 \cos \theta}$$

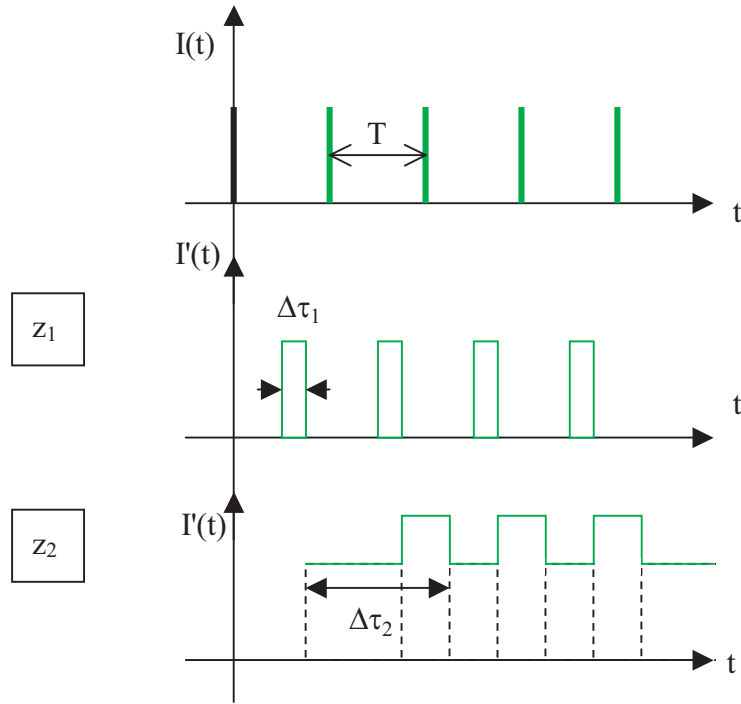
1.3.4 on a $\tau(0) = \frac{zn_1}{c_0}$ et $\tau(\theta_{lim}) = \frac{zn_1}{c_0 \cos \theta_{lim}}$

il vient

$$\Delta\tau = \tau(\theta_{lim}) - \tau(0) = \frac{zn_1}{c_0} \left(\frac{1}{\cos \theta_{lim}} - 1 \right) > 0$$

1.4

1.4.1 :



commentaire : pour la distance z_2 , il y aura chevauchement c'ad la détection des impulsions sera impossible.

1.4.2 pour que les impulsions ne se chevauchent pas il faut avoir $T > \Delta\tau(z) = T_m$ soit $T_m = \frac{zn_1}{c_0} (\frac{n_1}{n_2} - 1) > 0$

à grande distance $z \rightarrow +\infty$ donc $t_m \rightarrow 0$, les signaux possibles à transmettre sans chevauchement sont de très basses fréquences.

1.4.3 pour $z = 1 \text{ km}$ on a $T_m = 1.72 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ soit $D_{max} = f = \frac{1}{T_m} \leq \frac{1}{T_m} \text{ A.N} : D_{max} = 6 \cdot 10^6 \text{ imp.s}^{-1}$

2^{ème} partie :
Modes d'une fibre optique

2.1 les rayons lumineux sont perpendiculaire aux surfaces d'onde.

2.2 $\Delta\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \frac{2\pi P_i P_{i+1} n_1}{\lambda_0} = \frac{8\pi n_1 a \sin\theta}{\lambda_0}$

Rq : le déphasage supplémentaire au cours de la réflexion n_1/n_2 est nul car ici $n_1 > n_2$.

2.3 les interférences sont constructives si $\Delta\varphi = m \cdot 2\pi$ avec m entier

donc $\sin\theta_m = \frac{m\lambda_0}{4n_1 a}$

2.4 le mode d'ordre m existe si

$$-\sin\theta_{lim} \leq \sin\theta_m \leq \sin\theta_{lim}$$

soit $a \geq \frac{|m|\lambda_0}{4n_1 \sin\theta_{lim}}$

2.5 on a $-\frac{4n_1 \sin\theta_{lim}}{\lambda_0} \leq m \leq \frac{4n_1 \sin\theta_{lim}}{\lambda_0}$

donc $N = 2 \times E(\frac{4n_1 \sin\theta_{lim}}{\lambda_0}) + 1$

on ajoute 1 pour le mode $m = 0$, soit

$$N = 2E\left(\frac{4a}{\lambda_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}\right) + 1 = 195$$

2.6 non, le terme d'interférence $\cos \Delta\varphi$ est pair.

2.7 la fibre est monomode si le seul mode permis sera $m = 0$ donc $a < \frac{1 \times \lambda_0}{4n_1 \sin \theta_{lim}}$

$$\text{soit } a_{max} = \frac{\lambda_0}{4\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}$$

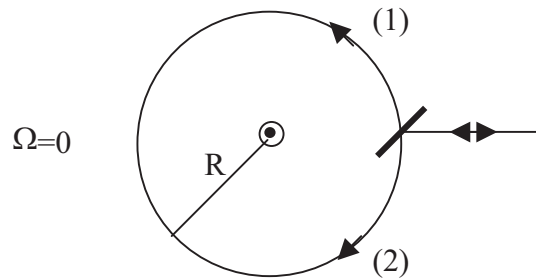
2.8 $a_{max} = 1.02 \mu m$

2.9 dans une fibre monomode $m = 0$ donc d'après 2.4 $\theta_m = 0$, le rayon ne subit plus de réflexion multiple, le problème de chevauchement des impulsions va disparaître.

3^{ème} partie : Gyromètre optique

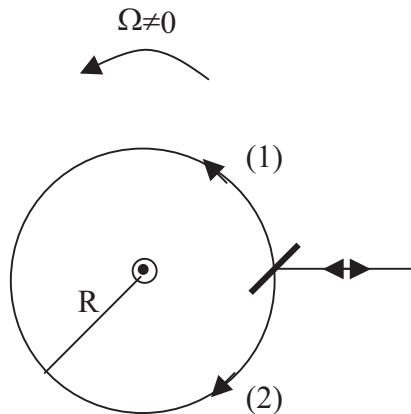
3.1 Effet Sagnac

3.1.1 :



$$\text{on a } \delta t_0 = \frac{2\pi R}{c_0}$$

3.1.2 :



la séparatrice et l'onde (1) ont le même sens du mouvement donc $\ell_1 > 2\pi R$, tandis que $\ell_2 < 2\pi R$ donc $\Delta\ell = \ell_2 - \ell_1 \neq 0$

3.1.3 la loi de composition des vitesses pour l'onde (1) : $c_0 = v_1 + R\Omega$ soit $\delta t_1 = \frac{2\pi R}{v_1} = \frac{2\pi R}{c_0 - R\Omega}$

$$\text{donc } \delta t_1 = \delta t_0 + \frac{R\Omega}{c_0} \delta t_1$$

de même la loi de composition des vitesses pour l'onde (2) : $c_0 = v_2 - R\Omega$ soit $\delta t_2 = \frac{2\pi R}{v_2} = \frac{2\pi R}{c_0 + R\Omega}$

$$\text{donc } \delta t_2 = \delta t_0 - \frac{R\Omega}{c_0} \delta t_2$$

d'où

$$\delta t_1 = \frac{\delta t_0}{1 - \frac{R\Omega}{c_0}}$$

et

$$\delta t_2 = \frac{\delta t_0}{1 + \frac{R\Omega}{c_0}}$$

3.1.4 on a $\Delta\varphi = \frac{2\pi c_0}{\lambda_0}(\delta t_1 - \delta t_2) = \frac{2\pi c_0 \delta t_0}{\lambda_0} \left(\frac{1}{1 - \frac{R\Omega}{c_0}} - \frac{1}{1 + \frac{R\Omega}{c_0}} \right)$

soit au premier ordre en $\frac{R\Omega}{c_0}$, tenant compte de 3.1.1 :

$$\Delta\varphi \approx \frac{4\pi^2 R}{\lambda_0} \left(1 + \frac{R\Omega}{c_0} - 1 + \frac{R\Omega}{c_0} \right) = \frac{8\pi^2 R^2 \Omega}{\lambda_0 c_0} = \frac{8\pi S \Omega}{\lambda_0 c_0}$$

3.1.5 :

Ω (Hz)	10^{-8}	10^{-1}	10^2
$\Delta\varphi$ (rad)	$3 \cdot 10^{-11}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-1}$

dans les 3 cas $\Delta\varphi \ll \pi$ le déplacement des franges d'interférences sera inaperçu.

3.2 Gyromètre à fibre optique

3.2.1 principe

3.2.1.1 $\Delta\varphi = N \times \frac{8\pi S \Omega}{\lambda_0 c_0}$

3.2.1.2 le dispositif est symétrique on a $I = 2I_0(1 + \cos \Delta\varphi)$ donc $s(t) = 2\alpha I_0[1 + \cos \frac{8\pi NS}{\lambda_0 c_0} \Omega(t)]$

3.2.1.3 dans ce cas $s(t) = 2\alpha I_0[1 + \cos(\frac{8\pi NS}{\lambda_0 c_0} \Omega(t) + \frac{\pi}{2})] = 2\alpha I_0[1 - \sin \frac{8\pi NS}{\lambda_0 c_0} \Omega(t)]$

pour Ω faible on aura :

$$s(t) = 2\alpha I_0[1 - \frac{8\pi NS}{\lambda_0 c_0} \Omega(t)]$$

qui est une loi lineaire $s = a + b\Omega$

3.2.2 sensibilité aux effets extérieurs

3.2.2.1 :

- a- la longueur de la fibre intervient dans $\Delta\varphi$, mais l'influence est négligeable
- b- pas d'effet sur l'expression de $\Delta\varphi$.
- c- pas d'effet sur l'expression de $\Delta\varphi$.
- d- pas d'effet sur l'expression de $\Delta\varphi$, juste une diminution de l'intensité.

3.2.2.2

avantage : $\Delta\varphi$ est plus important, le gyromètre detectera des valeurs faibles de Ω

inconvéniant : la luminosité va diminuer, ainsi que la fibre sera plus sensible à la température.

3.2.2.3 on a $\Delta\varphi = \frac{8\pi NS \Omega}{\lambda_0 c_0} = \frac{8\pi NS \Omega \nu}{c_0^2}$

Ω (Hz)	10^{-8}	10^{-1}	10^2
$\Delta\varphi$ (rad)	$3 \cdot 10^{-7}$	3	$3 \cdot 10^3$

commentaire : les deux dernières vitesses de rotations peuvent être detectées car $\Delta\varphi$ est comparable à π , le défilement des franges sera observé.

fin du corrigé