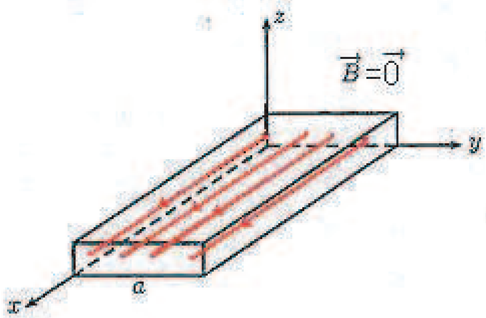
Conduction électrique sous champ magnétique

$1^{ère}$ partie : Sonde à effet HALL

1.1 on a

$$I_0 = \int\int_{ab} \vec{j}.d\vec{S} \Longrightarrow \vec{j} = \frac{I_0}{ab}\vec{u}_x$$

, les lignes de courant sont des droites parallèles à l'axe Ox :



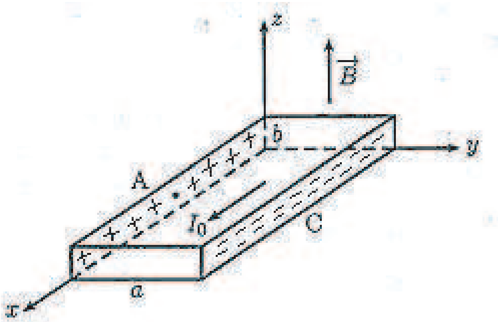
1.2 $B > 0$

1.2.1 $\vec{f}_L = q\vec{v} \times \vec{B} = -qvB\vec{u}_y$, une déviation latérale selon Oy.

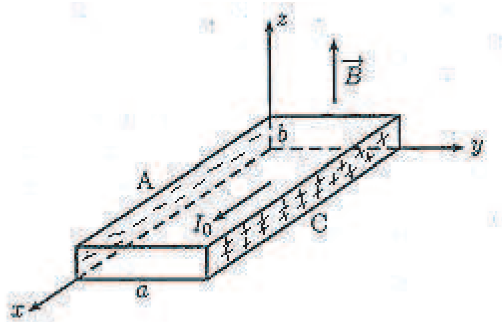
1.2.2 I_0 étant positif alors :

si $q > 0$ donc $v > 0$ càd $\vec{f}_L.\vec{u}_y < 0$ la face infranchissable $y = 0$ sera chargée positivement et la face infranchissable $y = a$ chargée négativement (par neutralité)

si $q < 0$ donc $v < 0$ càd $\vec{f}_L.\vec{u}_y < 0$ la face infranchissable $y = 0$ sera chargée négativement et la face infranchissable $y = a$ sera chargée positivement (par neutralité)



cas $q > 0$



cas $q < 0$

1.2.3 les charges accumulées en surface créent un champ électrique s'opposant à l'effet de $\vec{f}_L$ tel que en équilibre :

$$q\vec{E}_h + \vec{f}_L = \vec{0} \Longrightarrow \vec{E}_h = -\frac{\vec{f}_L}{q} = vB\vec{u}_y$$

direction : Oy , sens : des charge positives vers les charges négatives

1.2.4 en régime établit statique

$$V_h = V_A - V_C = \int_C^A -\vec{E}_h.d\vec{\ell} = \int_a^0 -vB\vec{u}_y.dy\vec{u}_y = vBa$$

le signe de V_h est celui de v , donc aussi celui de q

1.2.5 on a $\vec{j} = nq\vec{v} = \frac{I_0}{ab}\vec{u}_x$ donc $v = \frac{1}{nq}\frac{I_0}{ab}$ soit :

$$V_h = R_h \frac{I_0 B}{b}$$

1.3 Applications

1.3.1

1.3.1.1 $n = \frac{nombre\ d'e^-}{volume} = \frac{1 \times nombre\ de\ Cu}{volume} = \frac{\rho N_A}{M} = 8.49\ 10^{28} m^{-3}$

Rqe : la masse volumique est en $kg.m^{-3}$

1.3.1.2 $R_h = \frac{1}{nq} = \frac{1}{-ne} = -7.36\ 10^{-11} m^3.C^{-1}$

1.3.1.3 la tension de HALL $V_h = -0.735\ \mu V$ est tès faible , pour un fort champ magnétique $B = 1\ T$, une forte intensité de courant $I_0 = 1\ A$ et une faible épaisseur $b = 0,1\ mm$.

1.3.2

1.3.2.1 $n(\texttt{semi-conducteur}) \ll n(\texttt{métaux})$

1.3.2.2 on mesure la d.d.p de HALL à l'aide d'un voltmètre , or $B = \frac{b}{I_0 R_h} V_h \propto V_h$, par étalonnage on détermine la constante de proportionnalité

$2^{ème}$ partie : Loi d'OHM anisotrope

2.1 $[\tau] = \frac{[mv]}{[f]} = \frac{[kgm/s]}{[kgm/s^2]} = s$, τ est un temps

2.2 $\vec{j} = \rho_m \vec{v} = nq\vec{v}$

2.3 le PFD appliqué à la charge q dans le référentiel Galiléen s'écrit $m\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{m\vec{v}}{\tau} + q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

En régime permanent le terme de gauche est nul, tenant compte de 2.2 il vient :

$$\vec{E} = \frac{m}{\tau n q^2}\vec{j} + \frac{1}{nq}\ \vec{B} \times \vec{j} \qquad (2)$$

où $\sigma = \frac{\tau n q^2}{m} > 0$ et $R_h = \frac{1}{nq}$

2.4 $\vec{B} = B\vec{u}_z$.

2.4.1 la projection de la relation (2)donne :

$$\begin{cases} E_x = \frac{j_x}{\sigma} - BR_h j_y \\ E_y = \frac{j_y}{\sigma} - BR_h j_x \\ E_z = \frac{j_z}{\sigma} \end{cases}$$

par remplacement il vient :

$$\begin{cases} j_x = \frac{\sigma}{1+(\tau\omega_c)^2}(E_x + \tau\omega_c E_y) \\ j_y = \frac{\sigma}{1+(\tau\omega_c)^2}(-\tau\omega_c E_x + E_y) \\ j_z = \sigma E_z \end{cases}$$

2.4.2

$$\bar{\bar{\sigma}} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma}{1+(\tau\omega_c)^2} & \frac{\tau\omega_c\sigma}{1+(\tau\omega_c)^2} & 0 \\ \frac{-\tau\omega_c\sigma}{1+(\tau\omega_c)^2} & \frac{\sigma}{1+(\tau\omega_c)^2} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{pmatrix}$$

2.4.3 la conductivité des trois directions de l'espace est différente , le milieu est anisotrope ! ou dire que $\vec{E}$ et $\vec{j}$ ne sont pas colinéaire

2.4.4 oui, le milieu est linéaire car les éléments de la matrice sont indépendant de $\vec{E}$

2.4.5 si $\vec{B} = \vec{0} \Longrightarrow \omega_c = 0 \Longrightarrow \vec{j} = \sigma\bar{\bar{1}}\vec{E} = \sigma\vec{E}$
On retrouve la loi d'Ohm isotrope !

$3^{ème}$ partie : Effet CORBINO

3.1

3.1.1 non, car le potentiel n'est pas uniforme ($V_a > V_b$), il sera siège d'un courant électrique

3.1.2 les équipotentielle sont des cylindres r=cte $\Longrightarrow$ V=V(r)$\Longrightarrow$ $\vec{E} = -\vec{\nabla}V(r) = E(r)\vec{u}_r$, les invariances sont respectées

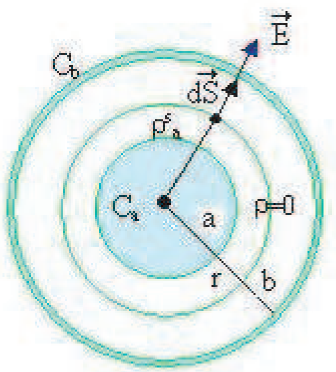
3.1.3 le théorème de GAUSS s'écrit :

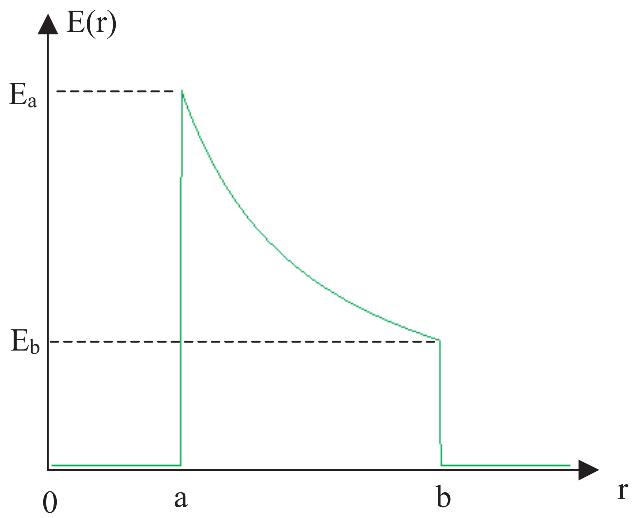
$$\oint_{r=cte} E(r)\vec{u}_r.dS\vec{u}_r = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

entre les deux cylindres C_a et C_b la densité de charge volumique est nulle en effet la conservation de la charge en régime permanent , tenant compte de la loi d'Ohm :

$$div(\sigma\vec{E}) = 0$$

d'aprés l'équation de Maxwell-Gauss on obtient $\rho = \varepsilon_0 div\vec{E} = 0$





le théorème de Gauss devient pour $a < r < b$:
$E(r)2\pi rh = \frac{\rho^s_a 2\pi ah}{\varepsilon_0}$
soit :

$$E(r) = \frac{\rho^s_a a}{\varepsilon_0 r}$$

3.1.4

$$E_a = E(r = a^+) = \frac{\rho_a^s}{\varepsilon_0}$$

Rqe : on retrouve la relation de passage en r=a (i.e le champ à l'intérieur du **conducteur parfait** C_a est nul $E(r = a^-) = 0$)

3.1.5

$$V_{ab} = V_a - V_b = \int_b^a -E dr = \frac{\rho_a^s a}{\varepsilon_0} \ln(\frac{b}{a}) \Longrightarrow \rho_a^s = \frac{\varepsilon_0 V_{ab}}{a \ln(\frac{b}{a})} > 0$$

3.1.6 il vient

$$\vec{E} = \begin{cases} \vec{0} & r < a \\ \frac{V_{ab}}{r\ln(\frac{b}{a})}\vec{u}_r & a < r < b \\ \vec{0} & r > b \end{cases}$$

3.1.7

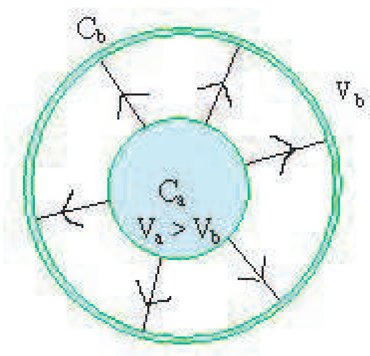
$$E_b = E(r = b^-) = \frac{\rho_a^s a}{b\varepsilon_0}$$

dans le cas d'influence totale entre C_a et C_b on aura $Q_a = -Q_b \Longrightarrow \rho_a^s 2\pi a h = -\rho_b^s 2\pi b h$ soit

$$E_b = -\frac{\rho_b^s}{\varepsilon_0} > 0$$

Rqe : on retrouve la relation de passage en r=b (i.e le champ à l'intérieur du conducteur parfait C_b est nul $E(r = b^+) = 0$)

3.1.8 la loi d'Ohm en absence de champ magnétique $\vec{j} = \sigma\vec{E} \Longrightarrow$ les lignes de courants sont confondues avec les lignes de champ radiales se dirigeant vers les potentiels décroissant



3.1.9 l'intensité du courant électrique

$$I_0 = \int\int_{r=cte} \vec{j}.d\vec{S} = \int\int \sigma \frac{V_{ab}}{r\ln(\frac{b}{a})}\vec{u}_r.dS\vec{u}_r = \frac{\sigma V_{ab}}{\ln(\frac{b}{a})} \; 2\pi h$$

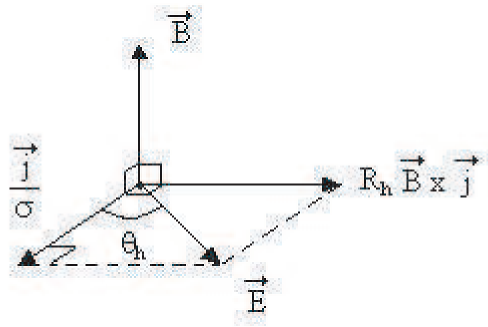
3.1.10

$$R_0 = \frac{V_{ab}}{I_0} = \frac{\ln(\frac{b}{a})}{2\pi\sigma h}$$

si $h \nearrow R \searrow$ l'association des tranches est parallèle
si $\frac{b}{a} \nearrow R \nearrow$ l'association des tranches est serie

3.2 $\vec{B} = B\vec{u}_z$

3.2.1 la relation (2) se représente :



3.2.2 $\tan\theta_h = \frac{|\vec{B}\times\vec{j}R_h|}{\frac{|\vec{j}|}{\sigma}} = \sigma R_h B$

3.2.3 la ligne de courant est donnée par :

$$\vec{j} \times d\vec{\ell} = \vec{0} \Longrightarrow j_r r d\theta = j_\theta dr$$

d'autre par la relation (2) projetée sur $\vec{u}_\theta$ donne :

$$0 = \frac{1}{\sigma} j_\theta + B j_r R_h$$

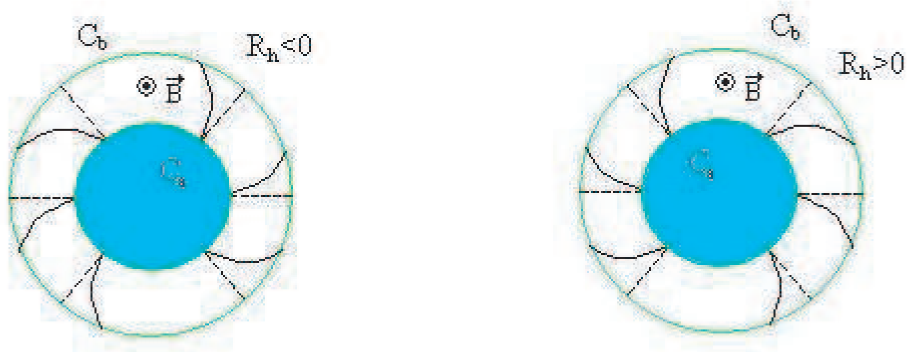
il vient donc

$$-d\theta = R_h B\sigma \frac{dr}{r} \qquad (*)$$

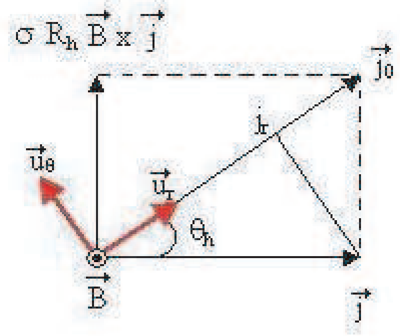
qui s'intégre en

$$r(\theta) = r_0 \exp(\frac{\theta_0 - \theta}{R_h B\sigma})$$

partie :
d'une spirale exponentielle
si $B = 0$ alors (*) donne $d\theta = 0$ soit $\theta \equiv \theta_0$, la ligne de courant est un segment $(a < r < b)$ radial et coïncide avec celle du champ électrique!
Rqe : voici la représentation des lignes de courant en présence du champ magnétique $\vec{B} = B\vec{u}_z$



3.2.4 :



3.2.4.1 la relation (2) s'écrit $\vec{j}_0 = \vec{j} + \sigma R_h \vec{B} \times \vec{j}$

sachant que les deux termes de droites sont orthogonales et le module s'écrit :

$$j_0^2 = j^2 + (\sigma R_h B)^2 j^2 \Longrightarrow j = \frac{j_0}{\sqrt{1 + (\sigma R_h B)^2}} = j_0 \cos\theta_h$$

3.2.4.2

$$j_r = j\cos\theta_h = \frac{j_0}{1 + (\sigma R_h B)^2}$$

3.2.5

3.2.5.1 l'intensité du courant électrique

$$I = \int\int_{r=cte} \vec{j}.d\vec{S} = \int\int_{r=cte} j_r.dS = \frac{j_0 2\pi r h}{1 + (\sigma R_h B)^2} = \frac{I_0}{1 + (\sigma R_h B)^2}$$

3.2.5.2

$$R = \frac{V_{ab}}{I} = \frac{V_{ab}}{I_0}[1 + (\sigma R_h B)^2] = R_0[1 + (\sigma R_h B)^2]$$

3.2.5.3 la variation relative de résistance s'écrit :

$$\delta = \frac{R - R_0}{R_0} = (\sigma R_h B)^2 > 0$$

la résistance croit avec le champ magnétique en B^2 c'est l'effet magnéto-résistance

3.2.5.4 les lignes de courant sont allongées (spirales)$\Longrightarrow$ plus de frottement par le porteur de charge.

ou dire que les lignes de courants sont déviées $\Longrightarrow$ moins de courant qui va de C_a à C_b ,la ddp étant la même.

3.2.5.5 $\delta = 2\ 10^{-5}$

3.2.5.6 $\delta = 0.5$ (ou bien 50%)

l'effet magnéto-résistance se manifeste nettement mieux dans les semi-conducteurs que dans les conducteurs métalliques !

fin du corrigé