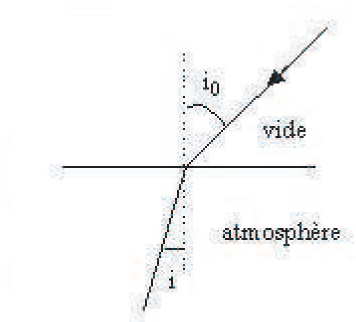
Indice de réfraction de l'air

$1^{ère}$ partie : Réfraction atmosphérique

1.1

1.1.1 :



1.1.2 loi de Descartes : $1\ sini_0 = nsini$; on a : $n \approx 1 \Longrightarrow i_0 \approx i$

1.1.3 développement limité au voisinage de i_0 donne :

$$sini \approx sini_0 + cosi_0(i - i_0) \quad \Longrightarrow \Delta \approx (1 - \frac{1}{n}) \tan i_0$$

1.1.4

i_0 (degré)	$\Delta(mind'arc = \frac{1}{60}^{\circ})$
0	0
60	0,03
80	0,10

dans les 3 cas la déviation Δ est trop faible

1.1.5 pour $i_0 = 90^{\circ}$; $\Delta = i_0 - \arcsin\frac{1}{n} = 1,4^{\circ}$ grande valeur ! phénomène de réfraction limite

1.2 la dispersion des couleurs est dûe à la dépendance de n avec λ , la déviation étant importante pour $i_0 \approx 90^{\circ}$

$2^{ème}$ partie : Interférences à deux ondes

2.1 le modèle réel contient en plus la lâme compensatrice qui corrige la différence de marche dûe à l'épaisseur de la lâme séparatrice qui ,quant-à-elle, sert à diviser un rayon incident

2.2

2.2.1 $n_{eau} = 1,33$ et $n_{verre} = 1,5$

2.2.2 $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{E}) \Longrightarrow \Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$ soit $c = \frac{c_0}{n}$

2.3

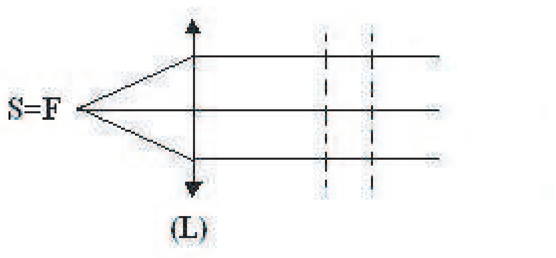
2.3.1 $\Delta\psi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0$

2.3.2 une onde plane est une onde qui ne dépend que d'une variable cartésienne et du temps

2.3.3 solution générale s'écrit :$\psi(z,t) = \psi^+(z-ct) + \psi^-(z+ct)$

- ψ^+ est une onde plane progressive selon Oz
- ψ^- est une onde plane régressive selon Oz

2.3.4 source ponctuelle au foyer objet d'une lentille mince convergente



2.3.5 l'équation de propagation s'écrit : $\Delta\psi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0 \iff \frac{1}{r}\frac{\partial^2 r\psi}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0$

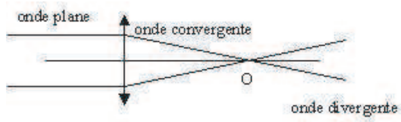
$$\iff \frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = 0$$

2.3.7 solution générale s'écrit :$\phi(r,t) = r\psi(r,t) = \phi^+(r-ct) + \phi^-(r+ct)$ soit

$$\psi(r,t) = \frac{1}{r}f_1(t-\frac{r}{c}) + \frac{1}{r}f_2(t+\frac{r}{c})$$

2.3.6 f_1 onde divergente et f_2 onde convergente , chaque terme est une onde sphérique

2.3.8 :

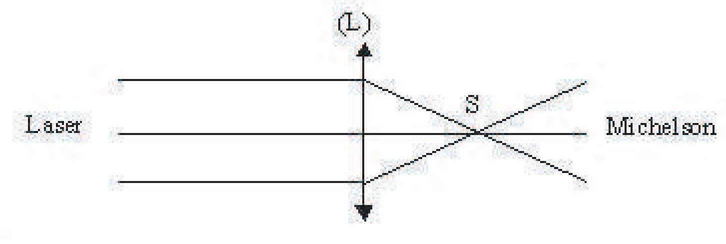


$3^{ème}$ partie :
Mesure de l'indice de réfraction de l'air

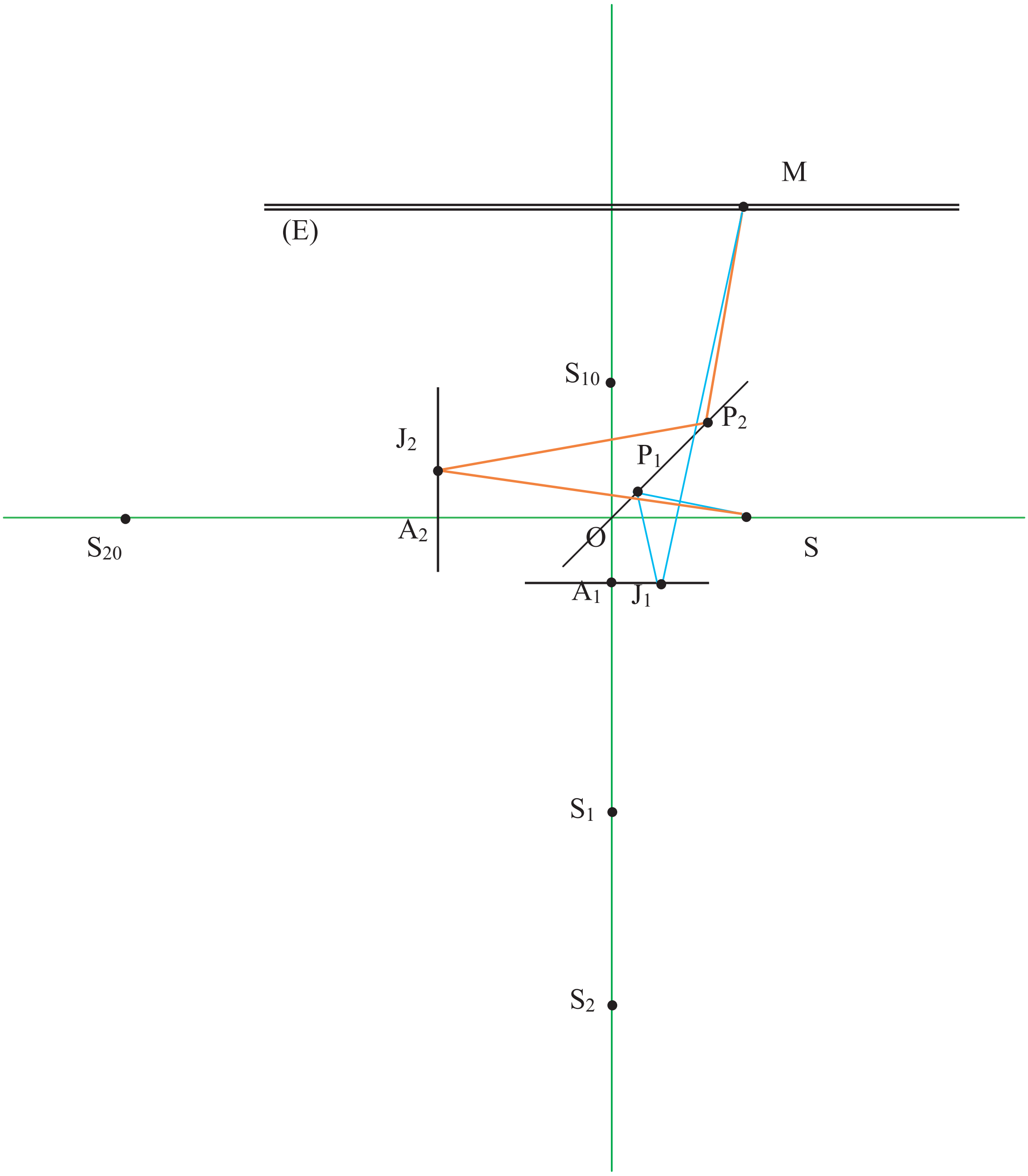
3.1 Étude de la figure d'interférence

3.1.1 $\lambda_0 = 0,6328\mu m$ donc Laser rouge

3.1.2 le faisceau Laser est un faisceau parallèle donc S est au foyer image de L



3.1.3 :



3.1.4

$$a = S_1S_2 = OS_2 - OS_1 = OS_{2_0} - (S_{1_0}S_1 - OS_{1_0}) = (SS_{2_0} - SO) - (2A_1S_{1_0} - l_0)$$
$$= (2SA_2 - l_0) - (2A_1S_{1_0} - l_0) = 2(l_0 + l_2) - 2(l_0 + l_1) = 2(l_2 - l_1)$$

3.1.5 on a :

$$(SM)_2 = (SJ_2) + (J_2P_2) + (P_2M) = [(S_{2_0}J_2) + (J_2P_2)] + (P_2M) = (S_2P_2) + (P_2M) = (S_2M)$$

de même :

$$(SM)_1 = (SP_1) + (P_1J_1) + (J_1M) = [(S_{1_0}P_1) + (P_1J_1)] + (J_1M) = (S_1J_1) + (J_1M) = (S_1M)$$

3.1.6 la séparatrice est semi-réfléchissante agissant deux fois pour chaque rayon donc :

$$I(M) = 2\frac{I_0}{4}(1 + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda_0})$$

les surfaces d'égale intensité sont données par $I = cte \iff \delta = n.(S_2M - S_1M) = cte \iff$ hyperboloïdes d'axe de révolution S_1S_2

3.1.7 l'écran est perpendiculaire à l'axe S_1S_2 donc les franges seront circulaires (anneaux)

3.1.8 on a : $r_2 - r_1 = \sqrt{(D+\frac{a}{2})^2 + y^2 + z^2} - \sqrt{(D-\frac{a}{2})^2 + y^2 + z^2}$

3.1.9 on a : $p = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{n}{\lambda_0}a(1 - \frac{CM^2}{2D^2})$ décroissant en fonction de CM ; donc maximal pour $M \equiv C$ soit $p = p_0(1 - \frac{CM^2}{2D^2})$ avec $p_0 = \frac{na}{\lambda_0}$

3.1.10 une frange est donnée par $I = cte \iff \delta = cte \iff CM := R = cte \iff$ cercle de centre C et de rayon R on a : $p = p_0(1 - \frac{R_p^2}{2D^2}) \iff R_p = D\sqrt{2\frac{p_0 - p}{p_0}} = D\sqrt{2\lambda_0\frac{p_0-p}{na}}$

3.1.11 – centre brillant p_0 est entier càd $\epsilon = 0$
– centre sombre p_0 est demi-entier càd $\epsilon = \frac{1}{2}$

3.1.12 p est entier pour un anneau clair
on a : $R_p = D\sqrt{2\lambda_0\frac{p_0-p}{na}} \Longrightarrow R_{c,m} = D\sqrt{2\lambda_0\frac{k_0+\epsilon-p}{na}} \Longrightarrow m = k_0 - p$ entier

3.1.13 pour que le centre C soit détecté , si on tourne la barrette dans sans plan l'intensité enregistrée doit être inchangée ou bien en supprimant l'oculaire la tache du laser doit tomber sur la barrette CCD

3.1.14 pour repérer le centre C (symétrie).

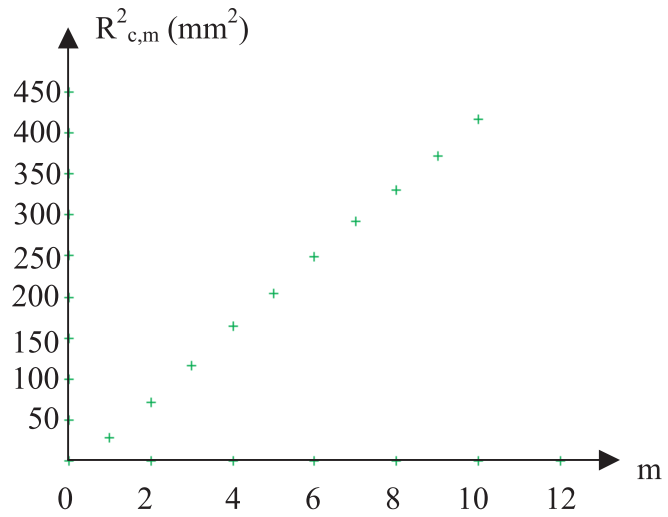
3.1.15 l'échelle de la figure 4-b : $2048 pixel \longleftrightarrow 5,9 cm$

$distance(mm)$	1.5	3.75	6	8.3	11	14	17.2	21.2	26	32.4	43.5	54.5
$n^\circ{}_pixel = \frac{2048\ d}{59}$	52	130	208	288	382	486	597	736	902	1125	1510	1892

la position du centre C est donnée par $n^\circ{}_{pixel} = 1510$
$\Longrightarrow R_{c,m} = (n^\circ - 1510).14\mu m$

rang m de l'anneau clair	1^{er}	$2^{ème}$	$3^{ème}$	$4^{ème}$	$5^{ème}$	$6^{ème}$	$7^{ème}$	$8^{ème}$	$9^{ème}$	$10^{ème}$
rayon $R_{c,m}(mm)$	5.4	8.5	10.8	12.8	14.3	15.8	17.1	18.2	19.3	20.4

3.1.16 on représente la loi affine $R_{c,m}^2 = \alpha m + \beta = \frac{2D^2\lambda_0}{na}(m + \epsilon)$



graphiquement : $\begin{cases} \alpha = \frac{2D^2\lambda_0}{na} = 43\ 10^{-6} m^2 \\ \beta = \frac{2D^2\lambda_0}{na}\epsilon = -13.8\ 10^{-6} m^2 \\ \epsilon = \frac{\beta}{\alpha} = -0.3 \end{cases}$

oui , en fait le centre n'est ni sombre ni brillant

3.1.17 le rayon du $m^{ème}$ anneau clair s'écrit $R_p = D\sqrt{2(1-\frac{p\lambda_0}{na})}$ si $a \searrow \Longrightarrow R_p \searrow 0$, l'anneau disparaît au centre

3.2 Indice de réfraction de l'air

3.2.1 on a : $\delta_0 = \delta + 2\ell(n'-n)$ la cuve intervient deux fois dans l'aller-retour du rayon (2).
or d'après 3.1.8 en C $\delta = a$ soit $\delta_0 = a + 2\ell(n'-n) = a'$ soit $a' = 2(\ell_2 - \ell_1) + 2\ell(n'-n)$

3.2.2 on change a par a', soit : $I(M) = 2\frac{I_0}{4}(1+\cos\frac{2\pi\delta'}{\lambda_0})$ avec $\delta' = na'(1-\frac{y^2+z^2}{2D^2})$

3.2.3 $p = \frac{\delta'}{\lambda_0} = \frac{na'}{\lambda_0}(1-\frac{y^2+z^2}{2D^2})$ si $P' \longrightarrow P \Longrightarrow n' \longrightarrow n \Longrightarrow a' \longrightarrow a$ l'ordre d'interférence au centre change $\Longrightarrow$ il y aura défilement des anneaux

3.2.4 on a : $\Delta p_0 = p_0 - p'_0 = [\frac{a}{\lambda_0}] - [\frac{a+2\ell(n'-n)}{\lambda_0}] = \frac{2\ell(n-n')}{\lambda_0}$ c'est le nombre d'anneaux qui défilent au centre

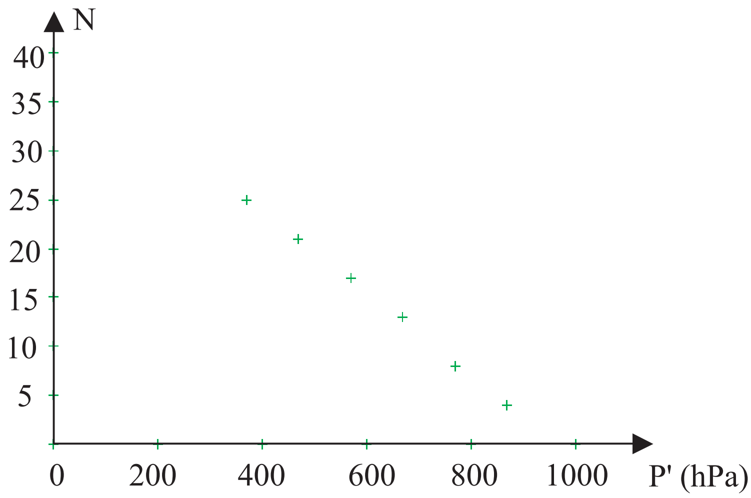
3.2.5 on a $\Delta p_0 = N_0 = \frac{2\ell(n-1)}{\lambda_0}$ car $n'(P=0) = 1$ soit $\boxed{n = 1 + \frac{N_0\lambda_0}{2\ell}}$

3.2.6 conduite d'une expérience de mesure d'indice

3.2.6.1 :

$-\Delta P(hPa)$	100	200	300	400	500	600
N	4	8	13	17	21	25

3.2.6.2 :



3.2.6.3 l'intersection avec l'axe des N donne $N_0 = 39$

3.2.6.4 d'après 3.2.5 : $n - 1 = \frac{N_0\lambda_0}{2\ell} = 2.4\ 10^{-4}$

$4^{ème}$ partie : Modèle de variation d'indice

4.1

4.1.1 L'équation de Maxwell-Gauss s'écrit : $\vec{\nabla}.\underline{\vec{E}} = 0 \Longleftrightarrow i\vec{k}.\underline{\vec{E}} = 0 \Longleftrightarrow$ le champ électrique de l'onde est perpendiculaire à la direction de propagation

4.1.2 L'équation de Maxwell-Faraday s'écrit : $\vec{\nabla}\times\underline{\vec{E}} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Longleftrightarrow i\vec{k}\times\underline{\vec{E}} = -(-i\omega\underline{\vec{B}}) \Longleftrightarrow \underline{\vec{B}} = \frac{\vec{k}\times\vec{E}}{\omega}$, on a aussi : $\vec{k}.\underline{\vec{B}} = 0$, le champ magnétique de l'onde est perpendiculaire à la direction de propagation

4.2

4.2.1 $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v}\times\vec{B} \Longrightarrow \frac{q|\vec{E}|}{qv|\vec{B}|} = \frac{E}{v\frac{E}{c}} = \frac{c}{v} \gg 1$ dans le cadre non-relativiste

4.2.2 PFD appliqué à l'électron dans le réf Galiléen

$m_e\ddot{\vec{r}} = -\frac{m_e}{\tau}\dot{\vec{r}} - m_e\omega_0^2\vec{r} - e\vec{E} - \underbrace{e\vec{v}\times\vec{B}}$

4.2.3 en régime harmonique le PFD s'écrit : $(\omega_0^2 - \omega^2 + i\frac{\omega}{\tau})\underline{\vec{r}} = -\frac{e}{m_e}\underline{\vec{E}}_0 e^{i(\vec{k}.\vec{r}-\omega t)} \approx -\frac{e}{m_e}\underline{\vec{E}}_0 e^{i(-\omega t)}$

soit : $\underline{\vec{r}} = \frac{-\frac{e}{m_e}\underline{\vec{E}}_0 e^{i(-\omega t)}}{(\omega_0^2-\omega^2+i\frac{\omega}{\tau})}$

4.2.4 on a : $\underline{\vec{p}} = -e\underline{\vec{r}} = \frac{\frac{e^2}{m_e}}{(\omega_0^2-\omega^2+i\frac{\omega}{\tau})}\underline{\vec{E}}_0 e^{i(-\omega t)} \Longrightarrow \underline{\vec{P}} = \frac{\frac{Ne^2}{m_e}}{(\omega_0^2-\omega^2+i\frac{\omega}{\tau})}\underline{\vec{E}}$

4.2.5 soit : $\underline{\vec{P}} = \frac{\frac{Ne^2}{m_e}}{(\omega_0^2-\omega^2+i\frac{\omega}{\tau})}\underline{\vec{E}} = \varepsilon_0(\underline{n}^2 - 1)\underline{\vec{E}} \Longrightarrow \underline{n}^2 = 1 + \frac{\frac{Ne^2}{m_e\varepsilon_0}}{(\omega_0^2-\omega^2+i\frac{\omega}{\tau})}$

4.3 $\omega \ll \omega_0$ et on néglige le terme d'amortissement $-\frac{m_e}{\tau}\dot{\vec{r}} \Longrightarrow \underline{n}^2 \approx 1 + \frac{\frac{Ne^2}{m_e\varepsilon_0}}{\omega_0^2}$, en faisant un DL_1 :

$$n = \sqrt{1 + \frac{Ne^2}{\underbrace{m_e\varepsilon_0\omega_0^2}}} \approx 1 + \frac{Ne^2}{2m_e\varepsilon_0\omega_0^2}$$

4.4 G.P : $PV = nRT = n_0K_BT$, le nombre de molécule par unité de volume s'écrit $N_0 = \frac{n_0}{V} = \frac{P}{K_BT}$, chaque molécule contient 2 électrons optiques :

$$n = 1 + \frac{2N_0e^2}{2m_e\varepsilon_0\omega_0^2} = 1 + \frac{\frac{P}{K_BT}e^2}{m_e\varepsilon_0\omega_0^2} \Longrightarrow \boxed{\alpha = \frac{e^2}{m_eK_B\varepsilon_0\omega_0^2}}$$

fin du corrigé