P 11

Thermodynamique industrielle

11.1 Compétences du chapitre

Travail indiqué w_i.	• Définir le travail indiqué comme la somme des travaux autres que ceux des forces de pression d'admission et de refoulement. • Relier la notion de travail indiqué à la présence de parties mobiles.
Premier et second principes pour un écoulement stationnaire unidimensionnel d'un système à une entrée et une sortie.	• Établir et utiliser ces principes sous la forme : ∘ $\Delta h + \Delta e_c + \Delta(g\,z) = w_i + q_e$ ∘ $\Delta s = s_{\text{éch}} + s_{\text{créée}}$ • Associer l'entropie massique créée aux causes d'irréversibilité de fonctionnement de la machine. • Repérer les termes usuellement négligés.
Notions et contenus	Capacités exigibles
Moteurs, réfrigérateurs, pompes à chaleur.	• Pour une machine dont les éléments constitutifs sont donnés, repérer les sources thermiques, le sens des échanges thermiques et mécaniques. *Relier le fonctionnement d'une machine au sens de parcours du cycle dans un diagramme thermodynamique.* • *Exploiter des diagrammes et des tables thermodynamiques pour déterminer les grandeurs thermodynamiques intéressantes.* • *Définir et exprimer le rendement, l'efficacité ou le cœfficient de performance de la machine.* • *Citer des ordres de grandeur de puissances thermique et mécanique mises en jeu pour différentes tailles de dispositifs.*

11.2 Bilan enthalpique

11.2.1 Énoncé

Considérons un fluide réel, incompressible, en écoulement stationnaire dans un système de conduites. Le fluide traverse des machines avec lesquelles il peut échanger de l'énergie :

- des pompes pourront donner de l'énergie mécanique au fluide,
- des turbines recevront de l'énergie mécanique de la part du fluide.

D'autre part, de l'énergie thermique pourra être échangée avec l'extérieur.

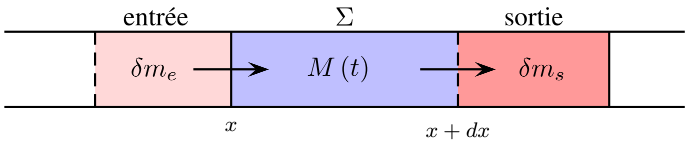

FIGURE 11.1 – Bilan enthalpique

Le premier principe pour les systèmes fermés s'énonce comme suit :

À l'instant t, le système est composé du **système fermé** $\{\text{entrée} + \Sigma\}$ de masse $\delta m_e + M\,(t)$ et à l'instant $t + dt$, il est composé du **système fermé** $\{\text{sortie} + \Sigma\}$ de masse $\delta m_s + M\,(t + dt)$.
En régime permanent, $\delta m_e = \delta m_s = \delta m = D_m\,dt$ et $M_\Sigma\,(t) = M_\Sigma\,(t + dt)$.
On a, en appelant u_Σ l'énergie interne massique du système Σ, u_e celle du système à l'entrée et u_s celle du système à la sortie :

- À l'instant t, $U\,(t) = U_\Sigma\,(t) + \delta U_e = U_\Sigma\,(t) + u_e\,\delta m_e$
- À l'instant $t + dt$, $U\,(t + dt) = U_\Sigma\,(t + dt) + \delta U_s = U_\Sigma\,(t + dt) + u_s\,\delta m_s$

En régime permanent, on a, avec $U_\Sigma\,(t + dt) = U_\Sigma\,(t)$ et $\delta m_s = \delta m_e$:

$$dU = \underbrace{(U_\Sigma\,(t + dt) + u_s\,\delta m_s)}_{U\,(t+dt)} - \underbrace{(U_\Sigma\,(t) + u_e\,\delta m_e)}_{U\,(t)} = (u_s - u_e)\,\delta m$$

Soit :

$$\frac{dU}{dt} = (u_s - u_e)\,D_m$$

On obtient alors :

$$D_m\,[u_s - u_e] + \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt} = \mathcal{P}_{th} + \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{pression}}$$

En négligeant les variations d'énergies potentielle et cinétique, l'expression précédente se simplifie pour donner :

$$D_m\,[u_s - u_e] = \mathcal{P}_{th} + \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{pression}}$$

Si l'écoulement s'opère de l'entrée e vers la sortie s, en notant v_e et v_s les volumes massiques respectivement à l'entrée et la sortie, le travail élémentaire des forces de pressions est :

$$\delta W_{\text{pression}} = p_e\,dV_e - p_s\,dV_s = p_e\,v_e\,\delta m - p_s\,v_s\,\delta m = (p_e\,v_e - p_s\,v_s)\ D_m\,dt$$

La puissance des forces de pression est alors :

$$\mathcal{P}_{\text{pression}} = D_m\ (p_e\,v_e - p_s\,v_s)$$

En reportant cette puissance dans l'expression du premier principe, on obtient :

$$D_m\ [(u_s + p_s\,v_s) - (u_e + p_e\,v_e)] = \mathcal{P}_{th} + \mathcal{P}_i$$

Soit, avec $h = u + p\,v$:

$$\boxed{D_m\,\Delta h = \mathcal{P}_{th} + \mathcal{P}_i}$$

qui donne, avec $\mathcal{P}_{th} = D_m\,q_e$ et $\mathcal{P}_i = D_m\,w_i$:

$$\boxed{\Delta h = w_i + q_e}$$

où q_e et w_i représentent respectivement le transfert thermique et le travail indiqué **massiques reçus**.

— Remarque —

Dans le cas où les variations d'énergies potentielle et cinétique ne sont pas négligées, on a :

11.2.2 Exemples

11.2.2.1 Détente de Joule-Thomson

Considérons un gaz parfait en écoulement stationnaire dans une conduite horizontale, rigide et calorifugée. Le gaz traverse une zone, par exemple une bourre de coton, destinée à abaisser sa pression.

L'absence de pièce mobile implique $w_i = 0$ et la détente étant adiabatique, on a $q_e = 0$.
La conduite étant horizontale, $e_p = C^{te}$ et la variation d'énergie cinétique est négligeable ($\Delta e_c = 0$).

On en déduit :

$$h_s = h_e$$

L'enthalpie d'un gaz parfait ne dépendant que de sa température (deuxième loi de Joule), on en déduit que la température ne varie pas au cours d'une détente de Joule-Thomson.

11.2.2.2 Détente dans une tuyère

Considérons un gaz parfait en écoulement stationnaire dans une tuyère horizontale, rigide, calorifugée et de symétrie de révolution Oz.

L'absence de pièce mobile implique $w_i = 0$ et la détente étant adiabatique, on a $q_e = 0$.
La tuyère étant horizontale, $e_p = C^{te}$.

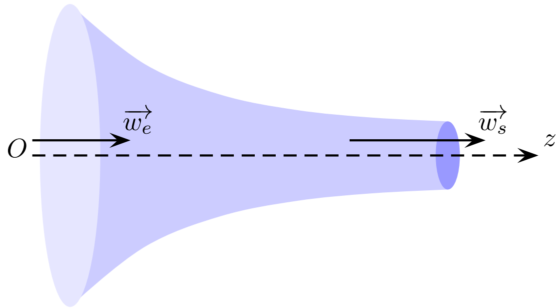

FIGURE 11.2 – Écoulement dans une tuyère

On en déduit, en notant ω_e et ω_s les vitesses à l'entrée et à la sortie :

$$h_s + \frac{1}{2}\,\omega_s^2 = h_e + \frac{1}{2}\,\omega_e^2$$

qui donne, en utilisant le modèle du gaz parfait :

$$\frac{\omega_s^2 - \omega_e^2}{2} = -(h_s - h_e) = -c_p\,(T_s - T_e)$$

Soit, avec $c_p = \dfrac{n\,R\,\gamma}{m\,(\gamma-1)} = \dfrac{R\,\gamma}{M\,(\gamma-1)} = \dfrac{\gamma\,r}{\gamma-1}$:

$$T_s - T_e = -\frac{\omega_s^2 - \omega_e^2}{2\,c_p} = -\frac{\gamma-1}{\gamma\,r}\,\frac{\omega_s^2 - \omega_e^2}{2}$$

Application numérique : $\omega_e = 300\,m.s^{-1}$, $\omega_s = 500\,m.s^{-1}$, $M = 29\,g.mol^{-1}$, $\gamma = 1{,}4$, $R = 8{,}314\,J.K^{-1}.mol^{-1}$, $T_s - T_e \simeq -80\,K$.

11.2.2.3 Écoulement dans une turbine

Une turbine comporte une partie tournante formée d'aubes mobiles reliées à un arbre. Les chocs des particules de fluide sur les aubes mettent ces dernières en mouvement et la vitesse du fluide diminue donc lors de ces chocs.

On cherche à récupérer une puissance mécanique sur l'arbre. Celle-ci est l'opposée de celle reçue par le fluide :

$$\mathcal{P}_{\text{arbre}} = -\mathcal{P}_i$$

En négligeant les transferts thermiques ainsi que la variation d'énergie potentielle, on obtient :

$$h_s + \frac{\omega_s^2}{2} - h_e - \frac{\omega_e^2}{2} = w_i$$

et :

$$\mathcal{P}_{\text{arbre}} = -\mathcal{P}_i = -D_m\,w_i = D_m\left[\left(h_e + \frac{\omega_e^2}{2}\right) - \left(h_s + \frac{\omega_s^2}{2}\right)\right]$$

11.2.2.4 Échangeur thermique

Considérons un échangeur thermique calorifugé dans lequel circulent, sans se mélanger et en sens inverses, 2 fluides, l'un entre l'entrée e et la sortie s, l'autre entre l'entrée e' et la sortie s'.

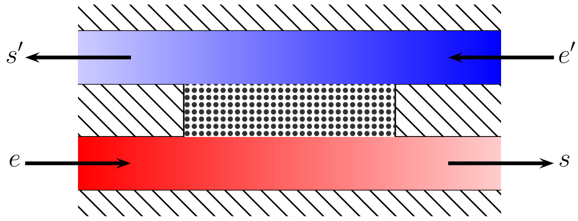

FIGURE 11.3 – Échangeur thermique

Les fluides échangent de la chaleur dans la zone en pointillés, au milieu du schéma.
Les zones hachurées symbolisent une isolation thermique.

En régime permanent, on a :

$$D_{m,e} = D_{m,s} = D_m \text{ et } D_{m,e'} = D_{m,s'} = D'_m$$

Sans pièce mobile, le bilan énergétique permet d'écrire pour le premier système :

$$D_m \, \Delta h = \mathcal{P}_{th}$$

Pour le deuxième système, on a :

$$D'_m \, \Delta h' = \mathcal{P}'_{th}$$

Comme $\mathcal{P}'_{th} = -\mathcal{P}_{th}$, il vient :

$$D_m \, \Delta h + D'_m \, \Delta h' = 0$$

Soit :

$$D_m \, h_e - D_m \, h_s + D'_m \, h_{e'} - D'_m \, h_{s'} = 0$$

Si les fluides sont des liquides, on peut poser, pour ces phases condensées :

11.2.2.5 Autres exemples

Dans les systèmes industriels, sont également utilisés d'autres éléments tels que :

- les compresseurs,
- les séparateurs,
- les mélangeurs,
- ...

11.3 Bilan entropique

11.3.1 Énoncé

En reprenant le raisonnement précédent, on a :

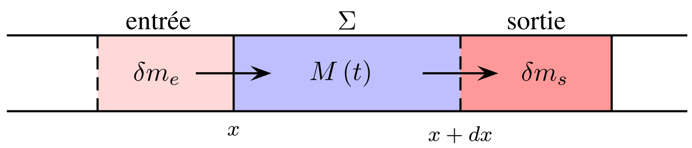

FIGURE 11.4 – Bilan entropique

À l'instant t, le système est toujours composé du **système fermé** $\{\text{entrée} + \Sigma\}$ de masse $\delta m_e + M(t)$ et à l'instant $t + dt$, il est composé du **système fermé** $\{\text{sortie} + \Sigma\}$ de masse $\delta m_s + M(t + dt)$.
On obtient alors, en appelant s_Σ l'entropie massique du système Σ, s_e celle du système à l'entrée et s_s celle du système à la sortie, la variation élémentaire d'entropie :

$$\begin{aligned} dS &= \underbrace{(S_\Sigma(t + dt) + s_s\,\delta m_s)}_{S(t+dt)} - \underbrace{(S_\Sigma(t) + s_e\,\delta m_e)}_{S(t)} \\ &= dS_\Sigma(t) + [s\,\delta m]_e^s \\ &= dS_\Sigma(t) + (s\,\delta m)_e^s \end{aligned}$$

Le deuxième principe donne pour cette variation d'entropie du système fermé considéré :

$$dS = \frac{\delta Q_e}{T_e} + \delta S_{\text{créée}}$$

où δQ_e représente le transfert thermique échangé (reçu, en fait), T_e la température extérieure, supposée uniforme à la frontière du système, et $\delta S_{\text{créée}}$ l'entropie élémentaire créée à l'intérieur du système.

On en déduit :

$$dS_\Sigma(t) + [s\,\delta m]_e^s = \frac{\delta Q_e}{T_e} + \delta S_{\text{créée}}$$

En régime stationnaire (ou permanent), on a $\delta m_e = \delta m_s = \delta m = D_m dt$ et $M_\Sigma(t) = M_\Sigma(t + dt)$.
De plus, en régime stationnaire, l'entropie ne dépend pas du temps, ce qui donne $dS = 0$.

On obtient alors :

$$\boxed{\frac{\delta Q_e}{T_e} + \delta S_{\text{créée}} = \delta m\ (s)_e^s}$$

— Remarque —

L'entropie créée par unité de temps est obtenue en divisant l'expression précédente par dt :

$$\frac{\delta S_{\text{créée}}}{dt} = D_m\ [s]_e^s - \frac{\mathcal{P}_{th}}{T_e}$$

Le terme de droite est calculable par les méthodes habituelles, le terme de gauche en est déduit.

— Cas particulier —

Si l'évolution est adiabatique, $\delta Q_e = 0$ et :

$$\delta m\ (s)_e^s = \delta S_{\text{créée}} \geqslant 0$$

11.3.2 Exemples

11.3.2.1 Détente de Joule-Thomson

Considérons un gaz parfait en écoulement stationnaire dans une conduite horizontale, rigide et calorifugée. Le gaz traverse une zone, par exemple une bourre de coton, destinée à abaisser sa pression.

On a alors :

$$\delta m\ [s]_e^s = \delta S_{\text{créée}}$$

Pour calculer la variation d'entropie massique $[s]_e^s$, **choisissons** un chemin réversible (en plusieurs étapes éventuellement) entre les états (p_e, T_e) et (p_s, T_s). On peut écrire :

$$\begin{aligned} dS &= n\, C_{p,m} \frac{dT}{T} - V \frac{dp}{T} \\ &= -n\, R \frac{dp}{p} \end{aligned}$$

On en déduit :

$$S_s - S_e = n\, R\, \ln\left(\frac{p_e}{p_s}\right)$$

Et en posant $r = \dfrac{R}{M}$, on obtient :

$$\begin{aligned} s_s - s_e &= \frac{R}{M}\, \ln\left(\frac{p_e}{p_s}\right) \\ &= r\, \ln\left(\frac{p_e}{p_s}\right) \end{aligned}$$

Soit, avec $\mathcal{P}_{th} = 0$:

$$D_m\ [s]_e^s = D_m\, r\, \ln\left(\frac{p_e}{p_s}\right) = \frac{\mathcal{P}_{th}}{T_e} + \frac{\delta S_{\text{créée}}}{dt} = \frac{\delta S_{\text{créée}}}{dt} > 0$$

— Remarques —

Le bilan enthalpique donne : $dh = 0$, soit $h_s = h_e$.
La deuxième identité thermodynamique s'écrit : $dh = T\, ds + v\, dp$.
La pression diminuant au cours de la détente de Joule-Thomson, on obtient :

$$ds = -v\, \frac{dp}{T} > 0$$

Or :

$$ds = \frac{\delta q_e}{T_e} + \delta s_{\text{créée}} = \delta s_{\text{créée}} > 0$$

On vérifie qu'il y a création d'entropie et que la détente est irréversible (c'est une conséquence de la viscosité).

11.3.2.2 Détente dans une tuyère

Considérons un écoulement stationnaire dans une tuyère.

De même que précédemment, en **choisissant** un chemin réversible entre les états (p_e, T_e) et (p_s, T_s), on obtient :

$$
\begin{aligned}
S_s - S_e &= n\, C_{p,m}\, \ln\left(\frac{T_s}{T_e}\right) - n\, R\, \ln\left(\frac{p_s}{p_e}\right) \\
&= n\, \frac{\gamma\, R}{\gamma - 1}\, \ln\left(\frac{T_s}{T_e}\right) - n\, R\, \ln\left(\frac{p_s}{p_e}\right) \\
s_s - s_e &= \frac{\gamma\, r}{\gamma - 1}\, \ln\left(\frac{T_s}{T_e}\right) - r\, \ln\left(\frac{p_s}{p_e}\right)
\end{aligned}
$$