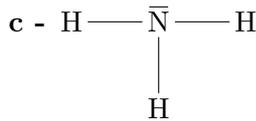


Correction – DM 6 – Diagrammes d'état : fonctionnement d'un congélateur

Le sujet est adapté du sujet G2E 2013, sauf les questions de chimie et l'étude du congélateur à l'aide du diagramme, qui ont été ajoutées.

1 - a - $1s^2 2s^2 2p^3$

b - Lors de la formation d'édifices, les éléments tendent à perdre ou gagner des électrons pour atteindre la structure électronique du gaz noble le plus proche dans la classification.



2 - a - On étudie la transformation 1 vers 2 :

$$\text{entrée} \left\{ \begin{array}{l} T_1 = 265 \text{ K} \\ p_1 = 3.0 \text{ bars} \end{array} \right. \rightarrow \text{sortie} \left\{ \begin{array}{l} T_2 = ? \\ p_2 = 10 \text{ bar} \end{array} \right.$$

On voit sur le diagramme Ts qu'elle est isentropique (s reste constant car trait vertical).

Elle a lieu dans la zone vapeur, et on utilise le modèle du gaz parfait pour la vapeur.

On peut donc appliquer la loi de Laplace : $p_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = p_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$.

$$\text{On a donc } T_2 = T_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{(1-\gamma)/\gamma} = 350 \text{ K.}$$

b - On décompose l'évolution 3 vers 4 en passant par 3'. Écrivons ce que l'on connaît :

$$3 \left\{ \begin{array}{l} T_3 = 300 \text{ K} \\ p_3 = p_2 = 10 \text{ bars} \\ \text{tout liquide} \end{array} \right. \rightarrow 3' \left\{ \begin{array}{l} T_3' = T_1 = 265 \text{ K} \\ p_3' = p_4 = p_1 = 3.0 \text{ bar} \\ \text{tout liquide} \end{array} \right. \rightarrow 4 \left\{ \begin{array}{l} T_4 = T_1 = 265 \text{ K} \\ p_4 = p_1 = 3.0 \text{ bar} \\ \text{fraction vapeur } x_4 \\ \text{et fraction liquide } (1 - x_4) \end{array} \right.$$

La variation d'enthalpie pour une masse m de fluide est donc :

$$\Delta H = mc_L(T_3' - T_3) + x_4 m l_v.$$

Comme H est une fonction d'état, sa variation ne dépend pas du chemin suivi. Cette expression de ΔH est donc également valable pour l'évolution 34 suivie par le fluide dans le détenteur.

On indique que cette évolution est isenthalpique, donc $\Delta H = 0$.

On en déduit l'expression de x_4 :
$$x_4 = \frac{c_L(T_3 - T_3')}{l_v}.$$

On trouve $x_4 = 0.148$, soit $x_4 = 0.15$.

c - On étudie la transformation 4 vers 1 (qui a lieu dans l'évaporateur). Le système considéré est ouvert, il s'agit de l'évaporateur.

$$4 \left\{ \begin{array}{l} T_4 = 265 \text{ K} \\ p_4 = 3.0 \text{ bars} \\ \text{titre vapeur } x_4 \end{array} \right. \rightarrow 1 \left\{ \begin{array}{l} T_1 = 265 \text{ K} \\ p_1 = 3.0 \text{ bar} \\ \text{tout vapeur} \end{array} \right.$$

On applique le premier principe pour un système ouvert, en négligeant les différences d'énergie cinétique et d'altitude, et avec $w_i = 0$ car il n'y a pas de parties mobiles :

$$\Delta h = q_{41}.$$

D'autre part, $\Delta h = (1 - x_4)l_v$ car cette étape est une vaporisation. On a donc :

$$\boxed{q_{41} = (1 - x_4)l_v}, \text{ soit } q_{41} = 1.108 \text{ MJ/kg soit } \boxed{q_{41} = 1.1 \text{ MJ/kg}}.$$

Pour la suite on peut injecter l'expression précédente de x_4 et aussi écrire que

$$\boxed{q_{41} = l_v + c_L(T_3 - T_1)}$$

d - Système ouvert : compresseur.

Transformation :

$$1 \begin{cases} T_1 = 265 \text{ K} \\ p_1 = 3.0 \text{ bars} \\ \text{tout vapeur} \end{cases} \rightarrow 2 \begin{cases} T_2 = 350 \text{ K} \\ p_2 = 10 \text{ bar} \\ \text{tout vapeur} \end{cases}$$

On applique le premier principe pour un système ouvert, en négligeant les différences d'énergie cinétique et d'altitude, et avec $q = 0$ car l'évolution dans le compresseur est isentropique, donc vraisemblablement adiabatique réversible, et $q = 0$ pour une évolution adiabatique. On a donc

$$\Delta h = w_{i,\text{comp}}.$$

D'autre part, $\Delta h = c_p(T_2 - T_1)$ car le fluide est ici un gaz supposé parfait.

On a donc :

$$\boxed{w_{i,\text{comp}} = c_p(T_2 - T_1)}, \text{ soit } w_{i,\text{comp}} = 180.115 \text{ kJ/kg soit } \boxed{w_{i,\text{comp}} = 0.18 \text{ MJ/kg}}.$$

e - La grandeur coûteuse est le travail fourni au compresseur. La grandeur utile est l'énergie thermique q prélevée à la source froide (dans l'évaporateur). L'efficacité est donc

$$\boxed{e = \frac{q_{41}}{w_{i,\text{comp}}} = \frac{l_v + c_L(T_3 - T_1)}{c_p(T_2 - T_1)}}, \text{ soit } \boxed{e = 6.2}.$$

Remarque : On peut la comparer à l'efficacité d'un réfrigérateur fonctionnant selon un cycle réversible de Carnot entre une source froide à $T_f = 265 \text{ K}$ et une source chaude à $T_c = 300 \text{ K}$:

$$e_{\text{Carnot rev}} = \frac{T_f}{T_c - T_f} = 7.6. \text{ On a une efficacité inférieure pour notre cycle. Ceci s'explique}$$

par le fait que les échanges de chaleur ne sont pas isotherme (la partie 2 vers 2' ne l'est pas), et car la détente 3 vers 4 n'est pas réversible (contrairement à ce qu'affirme le sujet original).

3 - a - Pour une masse donnée de gaz parfait, l'enthalpie ne dépend que de la température : $H = H(T)$. Les courbes $H = \text{cst}$ sont donc des courbes $T = \text{cst}$.

Dans le diagramme T-s, il s'agit évidemment de droites horizontales.

Dans le diagramme T-s de l'ammoniac, on voit que ceci commence à être le cas lorsque l'on s'éloigne de la courbe de rosée, tout à droite du diagramme.

Ceci montre que le modèle du gaz parfait est valide plutôt loin de la courbe de rosée.

b - Voir plus loin sur le graphique.

c - On lit $\boxed{T_2 = 85^\circ\text{C}}$ (à plus ou moins un degré près).

On avait trouvé $T_2 = 77^\circ\text{C}$ en utilisant le modèle du gaz parfait. Il y a donc un écart de 9%.

d - On note les points L (d'abscisse s_l), M (d'abscisse s_4) et V (d'abscisse s_v) comme sur le diagramme T-s ci-dessous.

L'entropie étant une grandeur extensive et additive, on a pour l'entropie massique :

$$s_4 = x_4 s_v + (1 - x_4) s_l, \quad \text{soit} \quad \boxed{x_4 = \frac{s_4 - s_l}{s_v - s_l}}.$$

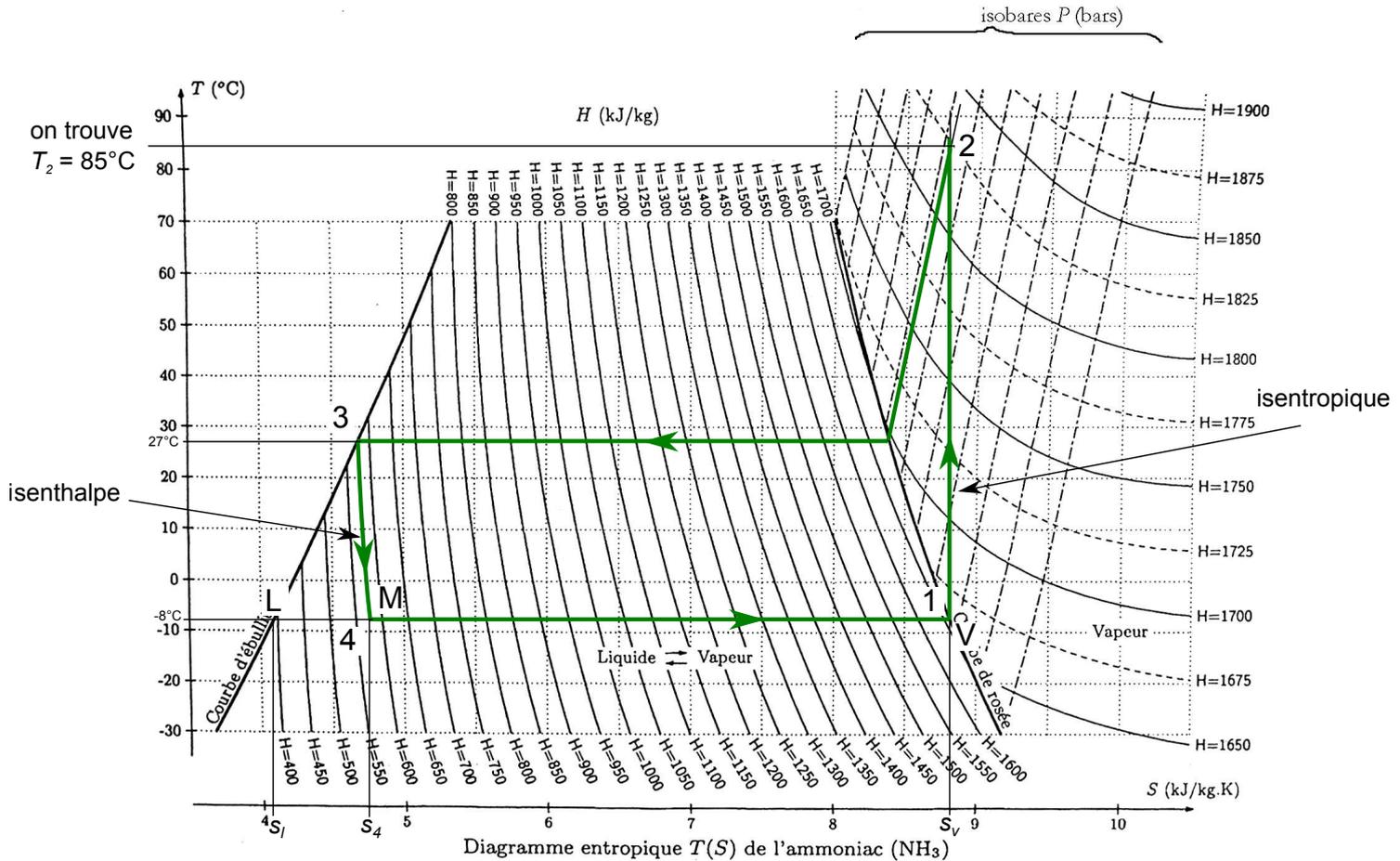
On mesure sur le graphique (avec une règle, en centimètres) que $s_4 - s_l = LM = 1.8 \text{ cm}$, et que $s_v - s_l = LV = 12.9 \text{ cm}$. On en déduit $\boxed{x_4 = 1.8/12.9 = 0.14}$.

On avait trouvé, en utilisant le modèle du gaz parfait, que $x_4 = 0.15$. Il y a donc un écart de 6%.

e - (et les deux questions suivantes) Simple lecture sur le graphique : $h_4 \simeq 575 \text{ kJ/kg}$, $h_1 \simeq 1650 \text{ kJ/kg}$, $h_2 \simeq 1825 \text{ kJ/kg}$.

Bilan de tout ceci :

	T_2	x_4	$w_{i,comp}$	q_{41}	e
1- Avec le modèle du gaz parfait	77°C	0.15	0.18 MJ/kg	1.1 MJ/kg	6.2
2- Avec le diagramme	85°C	0.14	0.16 MJ/kg	1.1 MJ/kg	6.9
Écart (1 - 2)/2	2% (en prenant en Kelvin)	6%	12%		10%



4 - a - L'unité de a est : $W/(J \cdot K^{-1} \cdot K) = W/J = s^{-1}$, donc l'inverse d'un temps.

Pour déterminer son signe, supposons par exemple que $T(t) < T_c$.

On a alors $-aC[T(t) - T_c]$ qui est du signe de a .

Or dans cette situation on doit avoir $\Phi > 0$ (le congélateur reçoit de l'énergie), car on a choisi le cas où la température extérieure est supérieure à la température intérieure.

Il faut donc $a > 0$.

b - Question similaire à l'exercice de TD où on étudie le refroidissement d'une salle de classe, ou à plusieurs questions de colle.

On va appliquer le premier principe de la thermodynamique au système {congélateur et son contenu} pour une évolution entre t et $t + dt$. Il s'agit d'un système fermé.

On a donc $dU = \delta W + \delta Q$, avec

- $\delta W = 0$ car phase condensée incompressible indilatable, donc $\delta W = -p_{\text{ext}}dV = 0$.
- $dU = CdT = C[T(t + dt) - T(t)]$ car phase condensée incompressible indilatable.
- $\delta Q = \Phi \times dt$.

On a donc

$$dT = -aC[T(t) - T_c] dt, \quad \text{soit} \quad \boxed{\frac{dT}{dt} + aT(t) = aT_c.}$$

c - La solution est du type $T(t) = T_{\text{homogène}} + T_{\text{particulier}}$, avec $T_{\text{particulier}} = T_c$ une solution particulière, et $T_{\text{homogène}} = A \exp\{-at\}$ la solution de l'équation homogène.

On a donc $T(t) = A \exp\{-at\} + T_c$.

On détermine la constante A à l'aide de la condition initiale : on a $T(t=0) = T_f$, c'est-à-dire $A + T_c = T_f$, donc $A = T_f - T_c$.

Finalement, on a

$$\boxed{T(t) = (T_f - T_c) \exp\{-at\} + T_c.}$$

d - L'expérience décrite indique que $T(\Delta t = 6\text{h}) = T'_f$.

On a donc $(T_f - T_c) \exp\{-a\Delta t\} + T_c = T'_f$.

On isole a :
$$\boxed{a = \frac{1}{\Delta t} \ln \left(\frac{T_f - T_c}{T'_f - T_c} \right).}$$

On trouve $a = 0.0304 \text{ h}^{-1}$, soit $\boxed{a = 0.030 \text{ h}^{-1}}$.

e - On doit fournir au congélateur une puissance $\Phi = -aC(T_f - T_c)$.

Or l'efficacité est définie comme $e = \frac{Q_f}{W} = \frac{\Phi}{P}$.

Donc ceci correspond à une puissance fournie par le moteur qui est $\boxed{P = \frac{\Phi}{e} = -\frac{aC}{e}(T_f - T_c)}$.

On obtient $\boxed{P = 42 \text{ W}}$.