P 12

Électromagnétisme - introduction

12.1 Compétences du chapitre

Notions et contenus	Capacités exigibles
Courant électrique. Vecteur densité de courant volumique. Distributions de courant électrique filiformes.	• Calculer l'intensité du courant électrique traversant une surface orientée. Justifier la modélisation d'une distribution de courant par une distribution filiforme.

En première année a été étudiée l'interaction gravitationnelle. C'est une force qui s'exerce à distance mais ce n'est pas la seule. En effet, la force de Lorentz s'exerce également à distance. Celle-ci a été utilisée aussi en première année pour décrire le mouvement de particules chargées dans un champ électrique ou magnétique. En deuxième année, nous allons expliquer comment sont créés ces champs.

12.2 Généralités

12.2.1 Action sur une particule

Comme déjà vu en première année, une particule de charge q placée en M et animée d'une vitesse $\overrightarrow{v}$, placée dans un champ électromagnétique $[\overrightarrow{E},\overrightarrow{B}]$, subit une force :

$$\overrightarrow{F_L} = q\,\overrightarrow{E}_{(M,t)} + q\,\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}_{(M,t)}$$

Cette force est appelée de Lorentz.

12.2.2 Le champ électromagnétique, entité indissociable

Une distribution $\mathcal{D}$ de charges et de courants crée en tout point M de l'espace un champ électromagnétique $[\overrightarrow{E}_{(M,t)},\overrightarrow{B}_{(M,t)}]$. Ce couple $[\overrightarrow{E},\overrightarrow{B}]$ constitue une entité indissociable.

12.2.3 Régime stationnaire

En régime variable, les champs électrique $\overrightarrow{E}$ et magnétique $\overrightarrow{B}$ dépendent à la fois de l'espace et du temps.

En régime stationnaire (ou permanent), ces champs sont indépendants du temps. Il apparaît alors un découplage et on peut alors étudier séparément les deux champs électrique et magnétique. C'est ce que l'on fera dans les chapitres sur l'électrostatique (pour $\overrightarrow{E}$) et sur la magnétostatique (pour $\overrightarrow{B}$).

12.3 Charge électrique

La matière est électriquement neutre. Cette neutralité résulte d'une fine compensation entre les charges positives et les charges négatives dans la matière.
La charge électrique est une grandeur extensive, conservative (non créée et non détruite) et quantifiée.

— Charge électrique —

Une charge électrique est dite ponctuelle quand on peut concentrer la totalité de la charge en un point. On la note q.

12.4 Distribution de charges

Si la charge électrique ne peut pas être concentrée en un seul point (ou en différents points), on envisage une modélisation de même nature que pour les fluides : une modélisation continue (par opposition à discrète).

On distingue alors trois types de distributions de charges :

- distribution volumique,
- distribution surfacique,
- distribution linéique.

12.4.1 Distribution volumique

Soit une distribution volumique de charges, de charge totale Q_T, contenue dans un volume total τ.
Soit M un point appartenant au voisinage duquel on définit un volume élémentaire $d^3\tau_{(M)}$. Ce volume élémentaire $d^3\tau_{(M)}$ contient la charge charge élémentaire $d^3q_{(M)}$.

— Densité volumique de charges —

On appelle densité volumique de charges, définie au voisinage de M, la grandeur suivante :

$$\rho_{(M)} = \frac{d^3q_{(M)}}{d^3\tau_{(M)}}$$

ou plus simplement :

$$\rho_{(M)} = \frac{dq_{(M)}}{d\tau_{(M)}}$$

Les unités :
La charge s'exprime en C, la densité volumique de charges s'exprime en $C.m^{-3}$.

— Cas particulier —

Une densité volumique est uniforme si :

$$\rho_{(M)} = C^{te}\ \forall M$$

On peut alors poser $\rho_{(M)} = \rho_0$.

— Propriété —

La charge totale contenue dans τ est donnée en fonction de $\rho_{(M)}$ par :

$$Q_T = \iiint_\tau d^3q_{(M)} = \iiint_\tau \rho_{(M)}\, d^3\tau_{(M)}$$

Si la distribution est uniforme :

$$Q_T = \rho_0\,\tau$$

On peut également définir la densité volumique de particules, c'est-à-dire le nombre de particules par unité de volume (exprimée en m^{-3}). La densité volumique de charges ρ vaut :

$$\rho = n\,q$$

Dans le cas où coexistent plusieurs porteurs de charge différents, la densité volumique de charges peut s'exprimer par :

$$\rho = \sum_k n_k\,q_k$$

12.4.2 Distribution surfacique et linéique

Si l'épaisseur ou la section sont négligeables devant la dimension du corps considéré, on peut effectuer les approximations suivantes :

- Dans le cadre d'une distribution surfacique de charges,

$$d^2 q_{(M)} \simeq \sigma_{(M)}\, d^2 S_{(M)}$$

ou plus simplement :

$$\sigma = \frac{dq}{dS}$$

L'explication est assez simple et provient de l'intégration, par exemple suivant z, de l'expression pour la distribution volumique :

$$\int d^3 q_{(M)} = \int_{z=0}^{z=h} \rho_{(M)}\, d^3\tau_{(M)}$$

qui donne :

$$\int d^3 q_{(M)} = d^2 q_{(M)} = \rho_{(M)}\, h\, d^2 S_{(M)}$$

On peut alors poser $\sigma_{(M)} = \rho_{(M)}\, h$.

- Dans le cadre d'une distribution linéique de charges,

$$dq_{(M)} \simeq \lambda_{(M)}\, d\ell_{(M)}$$

ou encore :

$$\lambda = \frac{dq}{d\ell}$$

— Cas particulier —

On obtient dans le cas d'une distribution uniforme :

- pour une distribution surfacique,

$$Q_T = \sigma_0\, S$$

- pour une distribution linéique

$$Q_T = \lambda_0\, \ell$$

12.4.3 Loi de Coulomb

Soient q_1 et q_2 deux charges ponctuelles. La force d'interaction électrostatique exercée par q_1 sur q_2 est donnée par la loi de Coulomb :

— Loi de Coulomb —

$$\boxed{\overrightarrow{F_{1\to 2}} = \frac{q_1\, q_2}{4\,\pi\,\varepsilon_0\, r^2}\,\overrightarrow{e_r} = -\overrightarrow{F_{2\to 1}}}$$

Cette force est proportionnelle à $\dfrac{1}{r^2}$. On dit qu'elle est newtonienne. C'est une force conservative.

Les unités :
q_1 et q_2 s'expriment en C, r en m, $F_{1\to 2}$ en N et ε_0, permittivité du vide, s'exprime en $F.m^{-1}$.

Numériquement, $\varepsilon_0 = \dfrac{1}{36\,\pi\,10^9} \simeq 8{,}842.10^{-12} \simeq 10^{-11}\,F.m^{-1}$

⇒ **Activité 12. 1**

Calculez le rapport entre la force électrique exercée par le noyau d'un atome d'hydrogène sur son électron ($r = 10^{-10}\,m$) et la force de gravitation exercée entre ces deux mêmes éléments.
On donne :
$G = 6{,}67.10^{-11}\,S.I.$ et :

particule	proton	électron
masse	$1{,}67 \times 10^{-27}$	$9{,}1 \times 10^{-31}$
charge	$1{,}6 \times 10^{-19}$	$-1{,}6 \times 10^{-19}$

12.4.4 Principe de superposition

Considérons une charge ponctuelle M' (q') de charge q' soumise à l'action de N charges ponctuelles q_i.
La force résultante $\overrightarrow{F_{res}}$ exercée sur M' (q') est alors :

$$\overrightarrow{F_{res}} = \sum_{i}^{N} \frac{q_i\,q'}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,r_i^2}\overrightarrow{u_i}$$

avec :

$$\overrightarrow{u_i} = \frac{\overrightarrow{M_iM'}}{||\overrightarrow{M_iM'}||}$$

Ceci constitue le principe de superposition. On postule qu'il y a linéarité entre la cause et les effets.
On peut généraliser ceci pour une distribution volumique, surfacique ou linéique.

12.5 Courant électrique

La conduction de l'électricité correspond à un déplacement de porteurs de charges.

12.5.1 Intensité électrique

Le débit de charge à travers une surface est appelé l'intensité du courant électrique :

$$i = \frac{dQ}{dt}$$

Les unités :
L'intensité électrique s'exprime en A (Ampère).

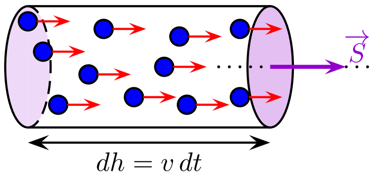

FIGURE 12.1 – Intensité du courant électrique

Dans le cas d'un déplacement de particules chargées, de densité volumique de particules n et de vitesse $\overrightarrow{v}$, les particules qui traversent la surface S pendant la durée dt sont contenues dans un cylindre de base S et de hauteur $dh = v\,dt$. Le nombre de ces particules est égal à :

$$dN = n\,S\,dh = n\,S\,v\,dt$$

Le débit de ces particules à travers S vaut ainsi :

$$\frac{dN}{dt} = n\,S\,v$$

L'intensité du courant électrique s'exprime alors par :

$$\begin{aligned} i &= \frac{dQ}{dt} \\ &= \frac{d}{dt}\,(N\,q) \\ &= q\,\frac{dN}{dt} \\ &= n\,q\,S\,v \end{aligned}$$

où q vaut $-e$, par exemple pour un électron.

12.5.2 Distribution volumique de courant

Si la normale à la surface et la vitesse ne sont pas colinéaires, l'angle entre les 2 intervient :

$$i = n\,q\,v\,S\cos\theta$$

Ceci traduit la propriété d'un produit scalaire et on peut alors introduire :

$$\overrightarrow{j} = n\,q\,\overrightarrow{v}$$

appelé vecteur densité volumique de courant.

Dans le cas où plusieurs porteurs de charges coexistent, on peut poser :

$$\overrightarrow{j} = \sum_k n_k\,q_k\,\overrightarrow{v_k}$$

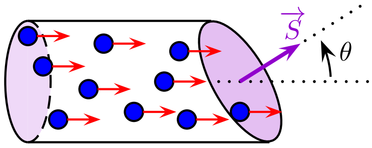

FIGURE 12.2 – Densité volumique de courant

On obtient alors :

$$i = \overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{S} \text{ avec } \overrightarrow{j} = n\,q\,\overrightarrow{v} = \rho\,\overrightarrow{v}$$

Cette relation n'est bien sûr valable que si la densité de courant j est uniforme sur toute la surface.

Dans un cas plus général, on pourra exprimer le courant électrique par la relation :

$$\boxed{i = \iint_S \overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{d^2S}}$$

L'intensité du courant électrique est égal au flux, à travers une section, du vecteur densité de courant.

12.5.3 Force de Lorentz volumique

Comme déjà vu, une particule de charge q placée en M et animée d'une vitesse $\overrightarrow{v}$, placée dans un champ électromagnétique $[\overrightarrow{E}, \overrightarrow{B}]$, subit une force :

$$\overrightarrow{F_L} = q\,\overrightarrow{E}_{(M,t)} + q\,\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}_{(M,t)}$$

ou plus simplement :

$$\overrightarrow{F_L} = q\,\overrightarrow{E} + q\,\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}$$

En considérant un élément de volume $d\tau_{(M)}$ contenant des porteurs de charges de densité volumique n_k, de charge q_k et animés des vitesses $\overrightarrow{v_k}$, on peut alors exprimer la force élémentaire s'exerçant sur toutes les particules de ce volume élémentaire :

$$\overrightarrow{dF_L} = \sum_k n_k\,d\tau_{(M)}\,q_k\,\overrightarrow{E} + \sum_k n_k\,d\tau_{(M)}\,q_k\,\overrightarrow{v_k} \wedge \overrightarrow{B}$$

Soit :

$$\overrightarrow{dF_L} = \sum_k n_k\,q_k\,\overrightarrow{E}\,d\tau_{(M)} + \sum_k n_k\,q_k\,\overrightarrow{v_k} \wedge \overrightarrow{B}\,d\tau_{(M)}$$

En exprimant le vecteur densité volumique de courant $\overrightarrow{j} = \sum_k n_k\,q_k\,\overrightarrow{v_k}$ et la densité volumique de charges $\rho = \sum_k n_k\,q_k$, on peut ainsi exprimer la force de Lorentz volumique (ou densité volumique de la force de Lorentz) :

$$\boxed{\overrightarrow{f_L} = \frac{\overrightarrow{dF_L}}{d\tau} = \rho\,\overrightarrow{E} + \overrightarrow{j} \wedge \overrightarrow{B}}$$