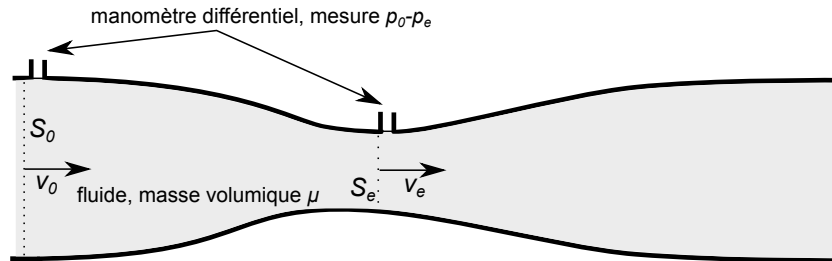


DM 7 – Étude de dispositifs de mesure de vitesse

Le but de ce DM est d'étudier deux exemples de dispositifs qui permettent de mesurer la vitesse d'un écoulement (et donc son débit volumique).

I Dispositif de mesure à dépression



Ce type de dispositif s'utilise pour les écoulements dans des conduites. Il utilise une conséquence de la loi de Bernoulli : l'apparition d'une dépression dans un étranglement et le lien qui existe entre pression et vitesse. Dans la situation de la figure ci-dessus, on peut en effet écrire la relation de Bernoulli :

$$\frac{p_0}{\mu} + \frac{1}{2}v_0^2 = \frac{p_e}{\mu} + \frac{1}{2}v_e^2. \quad (1)$$

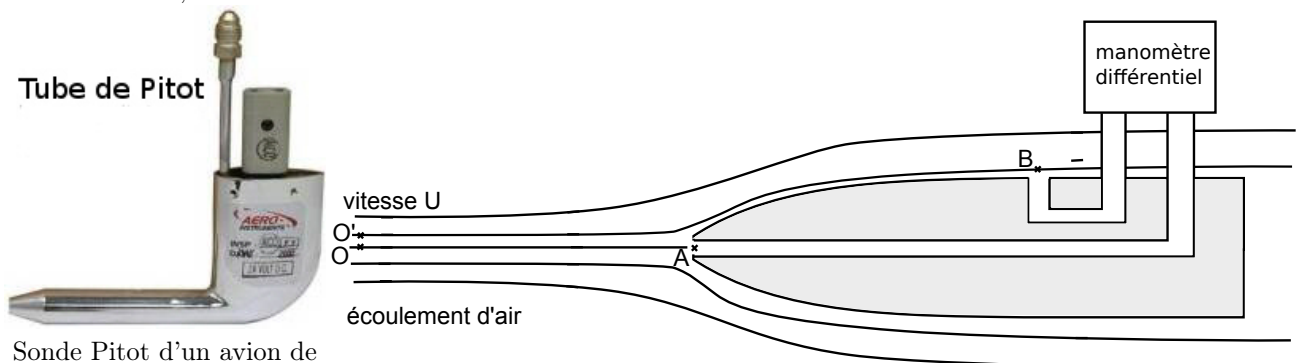
Par conservation du débit volumique, on en déduit que $v_e > v_0$, et par la relation de Bernoulli on en déduit que $p_e < p_0$. Il s'agit de l'effet Venturi (du nom du physicien italien qui l'a découvert vers 1800), qui indique que pour l'écoulement d'un fluide incompressible la pression diminue si la section diminue. C'est cet effet qui est exploité dans les pompes à vide en laboratoire de chimie.

Revenons au dispositif. L'objectif est de mesurer v_0 . Les grandeurs connues sont : les sections S_0 et S_e (indiquées par le fabricant), et la différence de pression entre les sections 0 et e (mesurée par un manomètre différentiel). À l'aide de ces informations, on remonte facilement à la valeur de la vitesse v_0 .

Un des avantages de ce dispositif, outre sa bonne précision (qui atteint facilement 2%), est la faible perturbation induite sur l'écoulement (faible perte de charge singulière). Cette perte de charge peut d'ailleurs être mesurée en plaçant un manomètre à l'endroit où la section redevient égale à S_0 , et en comparant avec le premier manomètre.

II Dispositif de mesure à pression dynamique : la sonde Pitot

La sonde ou tube de Pitot est également un dispositif de mesure de vitesse qui exploite la relation de Bernoulli. Il est utilisé pour les écoulements d'air, et on en trouve en particulier sur les avions afin de mesurer la vitesse de vol par rapport au vent. Un certain nombre d'accidents aériens sont d'ailleurs liés à une défaillance des sondes Pitot¹. Les sondes Pitot sont également utilisées en soufflerie, comme anémomètre dans les stations météo ou sur les bateaux, et même sur les Formules 1.



Sonde Pitot d'un avion de ligne. Elle mesure environ 20 cm.

Représentation des lignes de courant autour de la sonde.

Regardons le schéma à droite ci-dessus pour en expliquer le fonctionnement. On se place dans le référentiel où la sonde est immobile. Le fluide est de l'air en écoulement subsonique, supposé parfait et incompressible, de masse volumique μ . On néglige toutes les différences de hauteur.

- La vitesse que l'on veut mesurer est la vitesse U , qui est égale à celle en O et en O'.

1. Par exemple https://fr.wikipedia.org/wiki/Tube_de_Pitot à la rubrique "accidents aériens".

- Les points O et O' sont très proches, si bien que $p_O = p_{O'}$ et $v_O = v_{O'} = U$.
- Le point A est appelé point d'arrêt. La vitesse du fluide en ce point est quasi nulle. (L'ouverture dans la sonde est bouchée au bout, donc il n'y a pas d'écoulement dans la sonde.)
- Au point B, l'écoulement est à nouveau horizontal, et on a donc $v_B = v_{O'} = U$.

Il faut prendre garde à appliquer la relation de Bernoulli le long d'une ligne de courant. Ici, on peut appliquer la relation de Bernoulli le long de la ligne de courant entre les points O et A, ainsi que le long de la ligne de courant entre les points O' et B. On montre alors que l'on a

$$U = \sqrt{\frac{2(p_A - p_B)}{\mu}}. \quad (2)$$

Il suffit donc de mesurer la différence de pression $p_A - p_B$ pour obtenir la vitesse de l'écoulement. Sur un dispositif industriel ou aéronautique, ceci est effectué à l'aide d'un capteur manométrique différentiel qui utilise des jauges de contrainte.

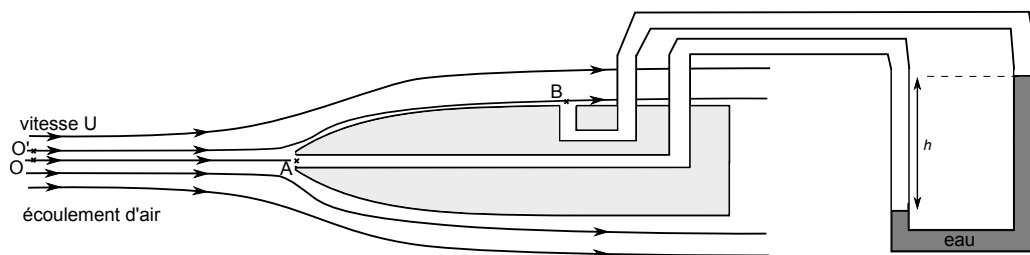
En salle de TP, on peut relier le point B à l'entrée d'un tube en U, et le point A à l'autre entrée du tube. Le tube contient un liquide incompressible de masse volumique ρ (de l'eau par exemple), immobile en régime stationnaire. On peut donc appliquer la relation de la statique des fluides entre les points A' et B' à la surface du liquide (la masse volumique qui intervient est alors ρ , celle du liquide).

D'autre part, le fluide est immobile dans les tuyaux entre B et B', et entre A et A'. On peut donc ici aussi appliquer la relation de la statique des fluides (la masse volumique qui intervient est alors μ , celle de l'air).

On montre alors, en négligeant certains termes qu'on a la relation suivante :

$$p_A - p_B = \rho gh. \quad (3)$$

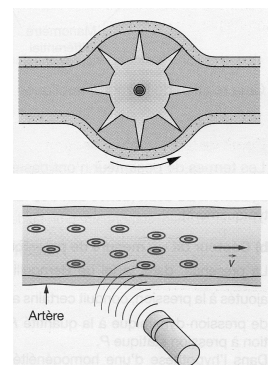
Il suffit donc de mesurer h pour en déduire $p_A - p_B$, et donc par la formule 2 d'en déduire la vitesse U de l'écoulement.



III Autres dispositifs

Il existe évidemment d'autres dispositifs. Par exemple :

- Le compteur volumétrique, qui équipe par exemple les compteurs d'eau domestiques ou les pompes à essence. Le principe est que l'écoulement remplit et vide un organe de volume connu, ici le volume entre deux dents d'une roue dentée. Ces compteurs sont très précis, mais perturbent significativement l'écoulement.
- Les capteurs par effet Doppler, utilisés en médecine pour l'écoulement sanguin. Une onde ultrasonore est envoyée sur l'artère, et l'onde renvoyée vers le détecteur est décalée en fréquence. Ce décalage permet de remonter à la vitesse. Cette mesure ne perturbe pas l'écoulement.



IV Questions

1. On s'intéresse au dispositif de mesure à dépression.
 - a - Rappeler les hypothèses qui permettent de dire que le débit volumique est constant sur toute section droite. On supposera qu'elles sont vérifiées.
 - b - Rappeler les hypothèses qui permettent d'écrire la relation de Bernoulli (équation 1). On supposera qu'elles sont vérifiées.
 - c - Que faut-il supposer en plus sur l'utilisation du dispositif pour pouvoir négliger les termes en gz dans l'écriture de la relation de Bernoulli ?
 - d - Montrer qu'on a bien, comme l'affirme le texte, $v_e > v_0$ et $p_e < p_0$.

- e - À partir de la relation de Bernoulli, et de la relation de conservation du débit volumique, donner l'expression de la vitesse v_0 en fonction de la différence de pression $\Delta p = p_0 - p_e$ et du rapport S_0/S_e .
- f - Application numérique : quelle est la différence de pression que l'on mesurerait pour un écoulement de débit $D_v = 5.0 \text{ m}^3/\text{h}$ dans une conduite de diamètre $d_0 = 5.0 \text{ cm}$, avec un dispositif d'étranglement tel que $S_0/S_e = 2.5$?
2. On s'intéresse ensuite à la sonde Pitot.
- a - En suivant la démarche proposée dans le document, démontrer la relation 2.
Application numérique : quelle sera la différence de pression mesurée pour un avion volant à 800 km/h ?
- b - Démontrer également l'équation 3 en suivant les indications du document. (Attention à bien être rigoureux, à ne pas confondre μ et ρ , et à détailler les étapes.)
Application numérique : quelle différence de hauteur trouve-t-on pour une vitesse de 50 km/h ?