



# Optique ondulatoire

## Chapitre 2 : Interférences à deux ondes

### Sommaire

	Page
<b>1 Le phénomène d'interférences</b>	<b>1</b>
1.1 Description . . . . .	1
1.2 Eclairage résultant : terme d'interférences . . . . .	2
1.3 Conditions d'interférences . . . . .	3
1.3.1 Etude du terme d'interférences . . . . .	3
1.3.2 1 <sup>ère</sup> condition : les deux ondes doivent être de même fréquence : $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ . . . . .	3
1.3.3 2 <sup>e</sup> condition : Les deux ondes doivent être issues de la même source . . . . .	4
1.3.4 3 <sup>e</sup> condition : La différence de marche doit être inférieure à la longueur de cohérence . . . . .	5
1.3.5 Bilan : éclairage dû à deux ondes . . . . .	6
<b>2 Analyse de la figure d'éclairage</b>	<b>6</b>
2.1 Ordre d'interférence . . . . .	6
2.2 Franges brillantes et sombres . . . . .	7
2.3 Contraste d'une figure d'interférences . . . . .	8
<b>3 Interférences non localisées par division du front d'onde</b>	<b>9</b>
3.1 Principe de la division du front d'onde . . . . .	9
3.2 Dispositif des trous d'YOUNG . . . . .	10
3.3 Différence de marche en un point $M$ de l'écran . . . . .	10
3.4 Allure de la figure d'interférence - interfrange . . . . .	10
3.5 Utilisation d'une source étendue . . . . .	11
3.5.1 Extension dans la direction des franges - fentes d'YOUNG . . . . .	11
3.5.2 Extension dans la direction de l'axe $S_1S_2$ - cohérence spatiale . . . . .	11
3.6 Localisation des franges . . . . .	14

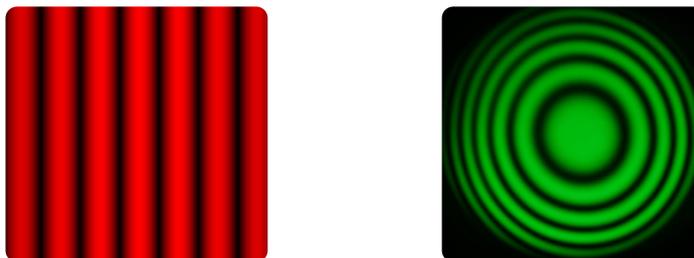
## 1 Le phénomène d'interférences

### 1.1 Description

Il suffit de superposer les faisceaux de deux lampes de poche pour voir que l'éclairage résultant est la somme des éclairages de chacune des lampes :

$$\underbrace{\mathcal{E}}_{\text{Eclairage total}} = \underbrace{\mathcal{E}_1}_{\text{Eclairage de la première lampe}} + \underbrace{\mathcal{E}_2}_{\text{Eclairage de la deuxième lampe}} \quad (1)$$

Pourtant, dans des conditions très spécifiques, la superposition de plusieurs ondes lumineuses conduit à des alternances de zones lumineuses et de zones sombres comme on peut le voir sur les figures 1a et 1b. Il s'agit du *phénomène d'interférences*.



(a) Franges d'interférences rectilignes obtenues avec le dispositif des fentes d'YOUNG (b) Franges d'interférences circulaires obtenues avec l'appareil de MICHELSON utilisé en lame d'air

FIGURE 1 – Le phénomène d'interférences

La découverte de ce phénomène a été faite en 1804 par le physicien britannique THOMAS YOUNG. Le français AUGUSTIN FRESNEL en donna une interprétation en 1814 indépendamment des travaux d'YOUNG.

## 1.2 Eclairement résultant : terme d'interférences

Considérons deux sources ponctuelles monochromatiques  $S_1$  et  $S_2$ , de pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$  et d'éclairements  $\mathcal{E}_1$  et  $\mathcal{E}_2$  en un point  $M$  quelconque de l'espace<sup>1</sup>. Exprimons l'éclairement résultant dû à la superposition des deux ondes lumineuses :

▷

Ainsi, l'éclairement résultant s'écrit comme la somme des éclairements  $\mathcal{E}_1$  et  $\mathcal{E}_2$  de chacune des deux ondes et d'un troisième terme  $\mathcal{E}_{12}(M)$ , algébrique, dépendant a priori du point  $M$  et appelé *terme d'interférences* :

1. Du fait de la distance séparant les points sources du point  $M$ , les éclairements  $\mathcal{E}_1$  et  $\mathcal{E}_2$  dépendent a priori du point  $M$ . Dans la pratique, l'éclairement de chacune des ondes prise isolément est uniforme dans la zone d'observation :  $\mathcal{E}_1(M) = \mathcal{E}_1$  et  $\mathcal{E}_2(M) = \mathcal{E}_2$ . Sauf indication contraire, on se placera toujours dans ce cas par la suite.

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_{12}(M) \quad (2)$$

Lorsque ce troisième terme est nul, il n'y a pas d'interférences. Déterminons à présent les conditions à remplir expérimentalement pour que ce terme soit non nul, c'est-à-dire pour qu'il y ait interférences.

### 1.3 Conditions d'interférences

#### 1.3.1 Etude du terme d'interférences

En utilisant la relation trigonométrique adéquate, exprimons le terme d'interférences comme une somme de cosinus :

▷

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, le temps d'intégration des détecteurs est très grand devant la période des ondes lumineuses. Les moyennes temporelles des fonctions cosinus sont donc nulles si elles font apparaître le temps  $t$ . Ce sera toujours le cas du terme :

$$\left\langle \cos \left( (\omega_1 + \omega_2)t - 2\pi \left( \frac{[S_1M]}{\lambda_{10}} + \frac{[S_2M]}{\lambda_{20}} \right) + (\varphi_{S1} + \varphi_{S2}) \right) \right\rangle \quad (3)$$

qui est donc nécessairement nul. Le terme d'interférences se réduit à :

$$\mathcal{E}_{12}(M) = 2\sqrt{\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2} \left\langle \cos \left( (\omega_1 - \omega_2)t - 2\pi \left( \frac{[S_1M]}{\lambda_{10}} - \frac{[S_2M]}{\lambda_{20}} \right) + (\varphi_{S1} - \varphi_{S2}) \right) \right\rangle \quad (4)$$

soit encore :

$$\mathcal{E}_{12}(M) = 2\sqrt{\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2} \langle \cos \phi(t) \rangle \quad (5)$$

en posant  $\phi(t) = (\omega_1 - \omega_2)t - 2\pi \left( \frac{[S_1M]}{\lambda_{10}} - \frac{[S_2M]}{\lambda_{20}} \right) + (\varphi_{S1} - \varphi_{S2})$ .

Pour que le terme d'interférences soit non nul, il faut qu'il ne dépende pas du temps.

#### 1.3.2 1<sup>ère</sup> condition : les deux ondes doivent être de même fréquence : $\omega_1 = \omega_2 = \omega$

Avec deux sources de même pulsation  $\omega$ , on a, en posant  $\lambda_{10} = \lambda_{20} = \lambda_0$  :

$$\phi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda_0} + (\varphi_{S1} - \varphi_{S2}) \quad (6)$$

où on a introduit la *différence de marche*  $\delta$  :

**Différence de marche  $\delta$  :**

La différence de marche  $\delta$  en un point  $M$  entre deux rayons lumineux est la différence des chemins optiques parcourus par ces deux rayons au point  $M$  :

$$\delta = [S_2M] - [S_1M] \quad (7)$$

$S_1$  et  $S_2$  correspondant au point d'émission des deux rayons considérés.

**1.3.3 2<sup>e</sup> condition : Les deux ondes doivent être issues de la même source**

Le déphasage  $\varphi_{S_1} - \varphi_{S_2}$  est une grandeur dépendante du temps car l'émission de lumière par le point source  $S_1$  n'a aucune raison d'être liée sur le plan temporel avec l'émission par le point source  $S_2$ . L'émission des trains d'ondes étant complètement aléatoire, en général, les trains d'ondes seront déphasés au cours du temps de la quantité  $\varphi_{21}(t) = \varphi_{S_1} - \varphi_{S_2}$ , comme illustré sur la figure suivante :

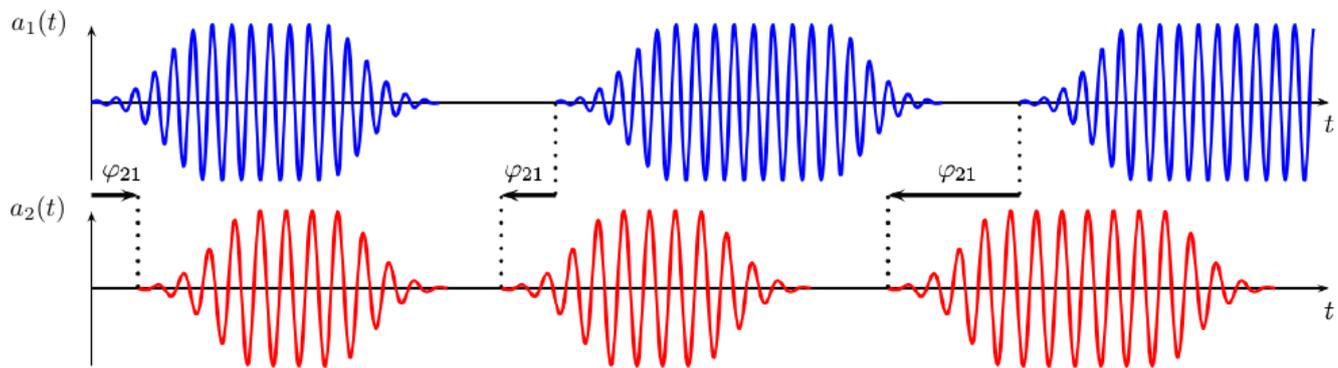


FIGURE 2 – Déphasage aléatoire  $\varphi_{12}(t)$

Sachant que les récepteurs moyennent le signal d'éclairement reçu sur des durées bien supérieures à la durée des trains d'onde, la moyenne temporelle  $\langle \cos(2\pi \frac{\delta}{\lambda_0} + \varphi_{21}(t)) \rangle$  sera nulle si les deux sources  $S_1$  et  $S_2$  sont indépendantes.

Pour que la différence des phases à l'origine des temps en  $S_1$  et  $S_2$  soit indépendante du temps, il faut que les deux sources  $S_1$  et  $S_2$  ne soient pas indépendantes. Cela implique qu'elles doivent être issues d'une unique source primaire ( $S_1$  et  $S_2$  sont alors qualifiées de *sources secondaires*). Les trains d'onde issus de  $S_1$  et  $S_2$  proviennent alors d'un même train d'onde qui a été divisé. Il existe deux méthodes pour diviser les trains d'onde :

- soit par division du front d'onde : trous (ou fentes) d'YOUNG, miroirs de FRESNEL, ...  
▷

- soit par division d'amplitude : lame de verre, interféromètre de MICHELSON, ...

▷

### 1.3.4 3e condition : La différence de marche doit être inférieure à la longueur de cohérence

Plaçons nous dans un contexte où un train d'onde se trouve divisé en deux, chaque partie suivant un chemin différent pour atteindre le point  $M$  où les deux ondes se superposent. Observons les trains d'ondes au cours de leur progression suivant les deux chemins optiques  $[S_1M]$  et  $[S_2M]$  sur les figures 3 et 4 :

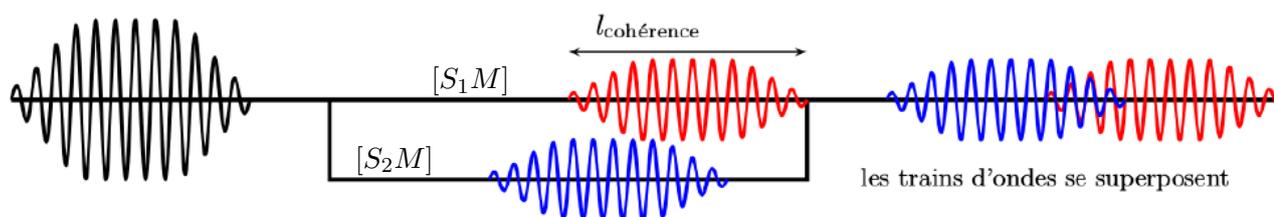


FIGURE 3 –  $\delta(M) < l_{\text{cohérence}}$

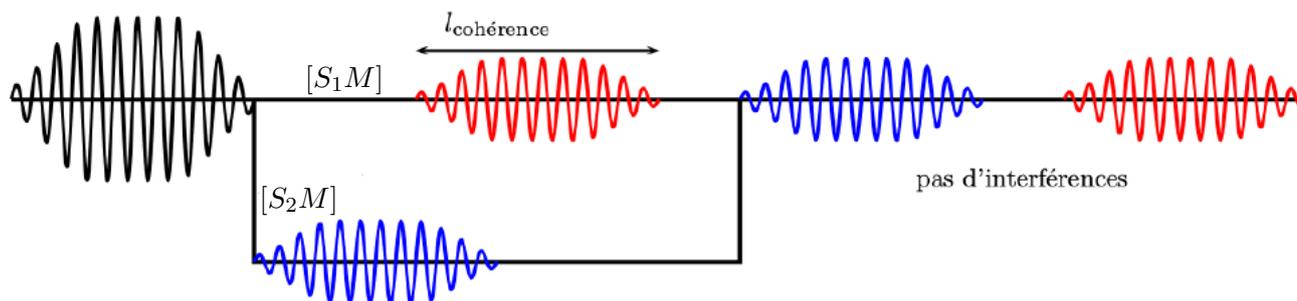


FIGURE 4 –  $\delta(M) > l_{\text{cohérence}}$

Dans les deux figures précédentes, on a caractérisé la longueur d'un train d'onde par sa longueur de cohérence :

#### Longueur de cohérence :

La longueur de cohérence d'un train d'onde est sa longueur dans le vide :

$$l_{\text{cohérence}} = c\tau \quad (8)$$

avec  $\tau$  la durée caractéristique du train d'onde considéré.

Comme on peut le comprendre sur les figures 3 et 4, une condition supplémentaire apparaît sur la différence de marche :

$$\delta(M) < l_{\text{cohérence}} \quad (9)$$

Dans ces conditions, les deux trains d'onde arrivant au point  $M$  sont à tout instant issus du même train d'onde, c'est-à-dire que la phase à l'origine des temps est la même :  $\varphi_{S_1} = \varphi_{S_2}$ , ce qui donne

$\varphi_{21} = \varphi_{S2} - \varphi_{S1} = 0$ . On a alors

$$\phi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda_0} \quad (10)$$

indépendant du temps. On obtient ainsi :

$$\langle \cos \phi \rangle = \cos \left( 2\pi \frac{\delta}{\lambda_0} \right) \quad (11)$$

### 1.3.5 Bilan : éclairage dû à deux ondes

#### Ondes cohérentes - Formule de Fresnel :

Pour que les sources soient cohérentes, les conditions suivantes doivent être remplies :

- les sources doivent être ponctuelles monochromatiques de même fréquence ;
- les sources doivent être des sources secondaires, émettant ainsi des ondes issues d'une même onde primaire ;
- la différence de marche doit être inférieure à la longueur de cohérence.

L'éclairage est alors donné par la formule des interférences à deux ondes (appelée formule de FRESNEL) :

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + 2\sqrt{\mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2} \cos \left( 2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_0} \right) \quad (12)$$

qui devient, dans le cas de deux sources de même éclairage  $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_0$  :

$$\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0 \left( 1 + \cos \left( 2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_0} \right) \right) \quad (13)$$

#### Ondes incohérentes :

Lorsque les ondes sont incohérentes, elles ne peuvent pas interférer. L'éclairage total  $\mathcal{E}$  correspond alors à la somme des éclairages de chacune des deux ondes :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 \quad (14)$$

## 2 Analyse de la figure d'éclairage

### 2.1 Ordre d'interférence

#### Ordre d'interférence :

On appelle *ordre d'interférences* le nombre  $p$  sans dimension, défini par la relation :

$$p = \frac{\delta}{\lambda_0} \quad (15)$$

La fonction d'éclairage devient donc :

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + 2\sqrt{\mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2} \cos(2\pi p) \quad (16)$$

## 2.2 Franges brillantes et sombres

La *figure d'interférence* est la représentation de l'éclairement  $\mathcal{E}(M)$  en fonction de la position. C'est ce que l'on voit sur un écran, ou ce qui est détecté par un photodétecteur. L'exemple de la figure 5, obtenu en lumière monochromatique avec des fentes d'YOUNG, met en évidence une succession de « zones brillantes » et de « zones sombres ».

- les zones brillantes sont appelées « franges brillantes » ;
- les zones sombres sont appelées « franges sombres ».

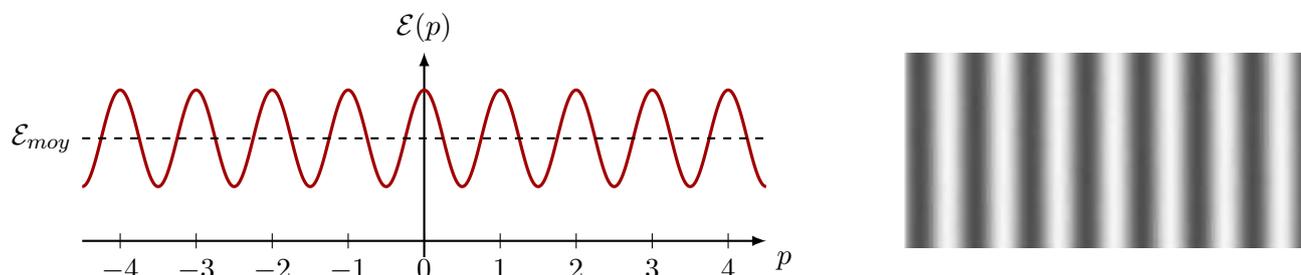


FIGURE 5 – Franges sombres et brillantes

### Franges brillantes - critère physique :

Au milieu d'une frange brillante, l'éclairement est maximal. Les ondes interfèrent constructivement :

$$2\pi p = 2\pi \frac{\delta}{\lambda_0} = 2k\pi \quad (17)$$

avec  $k \in \mathbb{Z}$ , soit :

$$p = k \text{ (ordre d'interférences entier)} \quad (18)$$

$$\delta = k\lambda_0 \text{ (différence de marche multiple entier de la longueur d'onde)} \quad (19)$$

### Franges sombres - critère physique :

Au milieu d'une frange sombre, l'éclairement est minimal. Les ondes interfèrent destructivement :

$$2\pi p = 2\pi \frac{\delta}{\lambda_0} = (2k + 1)\pi \quad (20)$$

avec  $k \in \mathbb{Z}$ , soit :

$$p = \left(k + \frac{1}{2}\right) \text{ (ordre d'interférences demi-entier)} \quad (21)$$

$$\delta = \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda_0 \text{ (différence de marche multiple demi-entier de la longueur d'onde)} \quad (22)$$

Prenons par exemple le cas où  $\mathcal{E}_2 = 16\mathcal{E}_1$  :

▷

### 2.3 Contraste d'une figure d'interférences

#### Contraste :

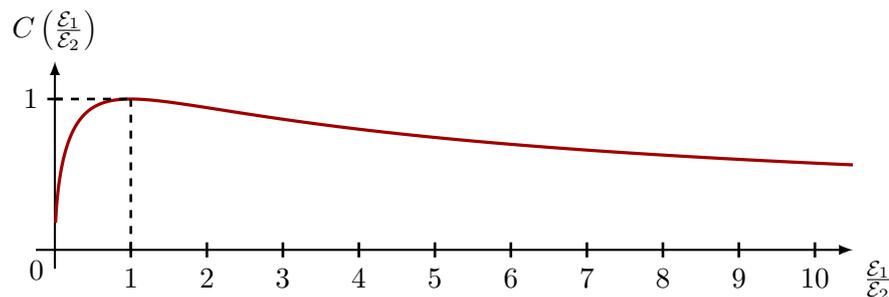
Le contraste  $C$  (ou encore visibilité) de la figure d'interférences est défini par la relation :

$$C = \frac{\mathcal{E}_{max} - \mathcal{E}_{min}}{\mathcal{E}_{max} + \mathcal{E}_{min}} \quad (23)$$

Afin de comprendre le rôle précis du contraste dans le phénomène d'interférence, exprimons l'éclairement  $\mathcal{E}(M)$  en fonction de l'éclairement moyen  $\mathcal{E}_{moy} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$  que donneraient deux sources incohérentes et du contraste  $C$  :

▷

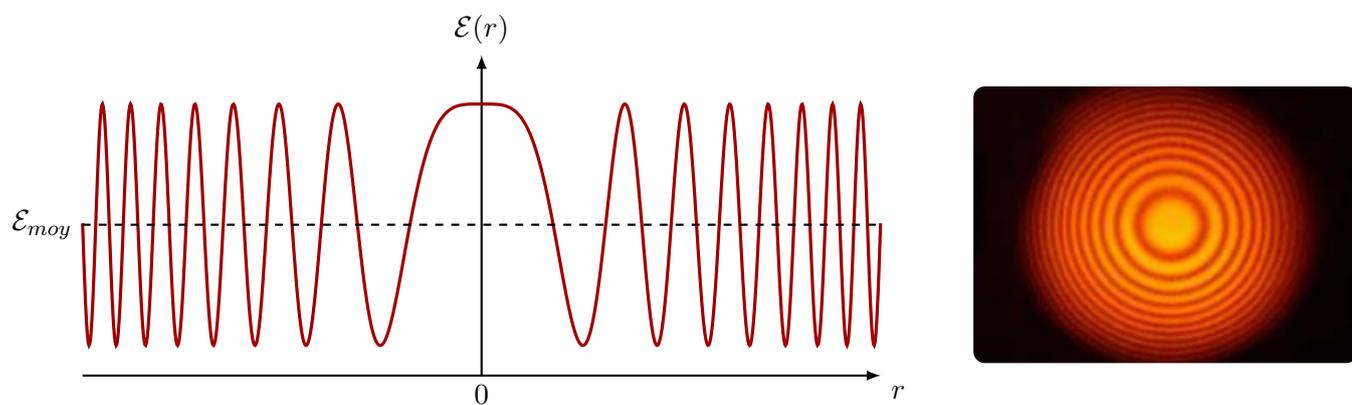
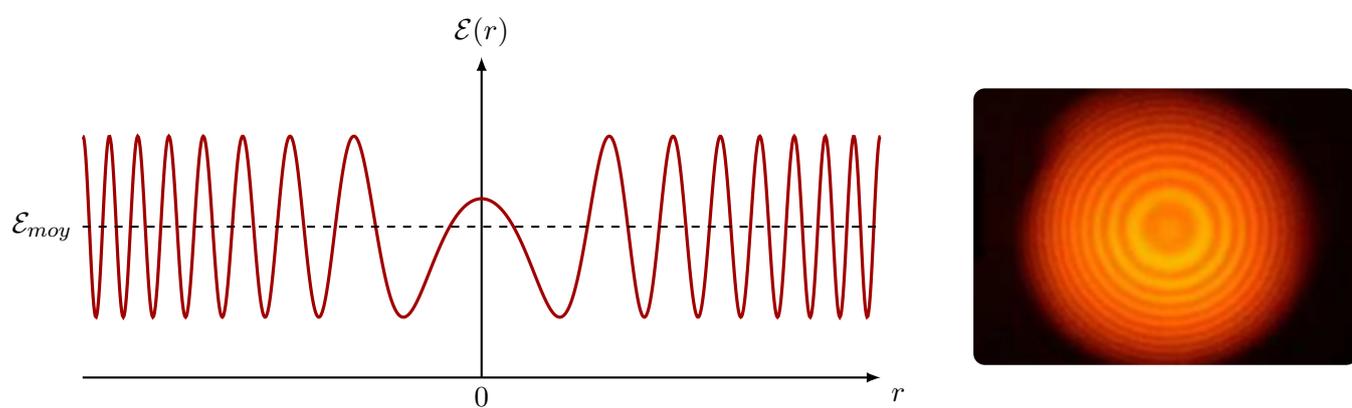
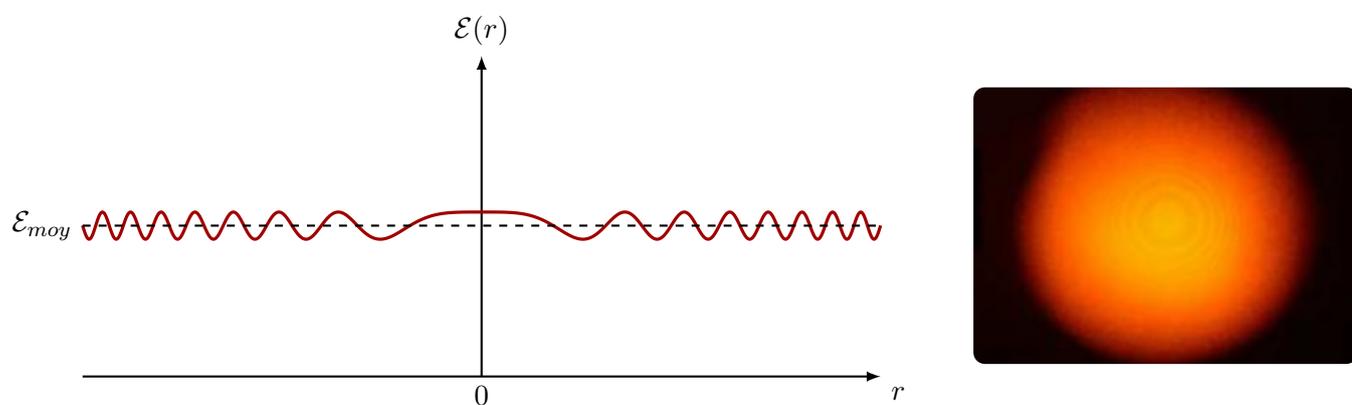
Par ailleurs, la fonction  $C\left(\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2}\right)$  est représentée sur la figure suivante :



C'est un nombre compris entre 0 et 1 qui permet de se rendre compte de l'observabilité des franges d'interférences. plus il est proche de 1, plus les franges brillantes se distinguent des franges sombres. Au contraire, lorsqu'il est proche de 0, les franges brillantes et les franges sombres ont des éclairements voisins de l'éclairement moyen. Le cas idéal est  $C = 1$  que l'on obtient dans le cas où les conditions d'interférences sont réunies et où  $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_0$  :

▷

On peut voir sur les figures 6, 7 et 8 des enregistrements réalisés dans un contexte un peu différent où la fonction d'éclairement n'a pas tout à fait la forme que précédemment. Ici, elle est fonction d'une coordonnée radiale, définie dans le plan d'observation et notée  $r$ . Dans le dernier cas présenté à la figure 8, on peut constater que les franges d'interférences ne sont quasiment plus visibles.

FIGURE 6 – Contraste  $C \simeq 0,8$ FIGURE 7 – Contraste  $C \simeq 0,4$ FIGURE 8 – Contraste  $C < 0,1$ 

### 3 Interférences non localisées par division du front d'onde

#### 3.1 Principe de la division du front d'onde

Un dispositif interférométrique par division du front d'onde sépare le faisceau en deux faisceaux distincts. Après avoir parcouru des chemins différents, ces deux faisceaux se superposent donnant lieu à des interférences.

### 3.2 Dispositif des trous d'Young

Une source ponctuelle  $S$  éclaire deux trous de faible diamètre ( $\simeq 1/10^e$  de mm), séparé de  $a$  (de l'ordre du mm). Ces deux trous diffractent la lumière : ils se comportent comme deux sources ponctuelles cohérentes de même éclairement ; on observe l'éclairement résultant sur un écran situé à une distance  $D$  (de l'ordre du mètre) des trous. On a  $a \ll D$ ,  $|x| \ll D$  et  $y \ll D$ .

▷

### 3.3 Différence de marche en un point $M$ de l'écran

Exprimons la différence de marche en un point  $M$  de l'écran, en remarquant que  $a, x \ll D$  :

▷

### 3.4 Allure de la figure d'interférence - interfrange

A partir de la différence de marche, déduisons l'expression de l'éclairement  $\mathcal{E}(M)$  en tout point  $M$  de l'écran :

▷

On observe des franges rectilignes, périodiques et perpendiculaires à l'axe  $S_1S_2$  des trous.

#### Définition de l'interfrange :

Lorsque les franges sont rectilignes, l'*interfrange* est la distance entre deux franges successives.

C'est la distance qui fait varier :

- la différence de phase de :  $\Delta(\Delta\varphi) = \pm 2\pi$  ;
- la différence de marche de :  $\Delta\delta = \pm \lambda_0$  ;
- l'ordre d'interférence de :  $\Delta p = \pm 1$

Donnons l'expression de l'interfrange  $i$  dans le cas des trous d'YOUNG :

▷

Remarque : en  $x = 0$ , l'ordre d'interférence vaut  $p(0) = 0$  (valeur entière) : la frange centrale est brillante.

### 3.5 Utilisation d'une source étendue

#### 3.5.1 Extension dans la direction des franges - fentes d'Young

Avant de considérer une source étendue, commençons par une source constituée de deux points lumineux. Ces sources sont indépendantes et donnent chacune des figures d'interférence dont on peut sommer les éclairissements. Si les deux sources sont alignées dans la direction parallèle aux franges ( $Sy$  sur la figure 9), elles sont toujours équidistantes des trous et la différence de marche n'en est pas affectée. Les figures d'interférences dues à ces deux sources sont donc identiques, et se superposent pour donner une figure plus lumineuse.

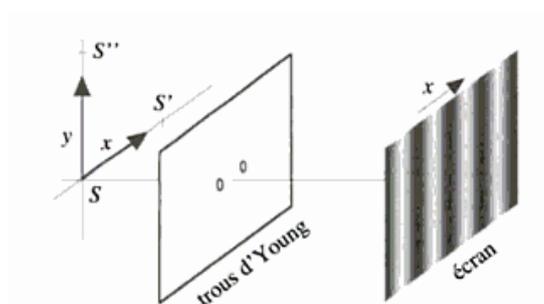


FIGURE 9 – L'étendue des sources a des effets très différents selon qu'elle a lieu dans la direction  $x$  ou  $y$ .

On peut répéter ce raisonnement avec une multitude de sources alignées dans la direction  $Sy$ , et finalement remplacer ces sources alignées par une « fente source ». Pour la même raison, on peut aussi remplacer les trous d'YOUNG par deux fentes parallèles à la fente source. Ce dispositif expérimental est alors appelé « fentes d'YOUNG » et permet d'observer des figures d'interférences plus lumineuses.

#### 3.5.2 Extension dans la direction de l'axe $S_1S_2$ - cohérence spatiale

##### Superposition d'une deuxième fente infiniment fine :

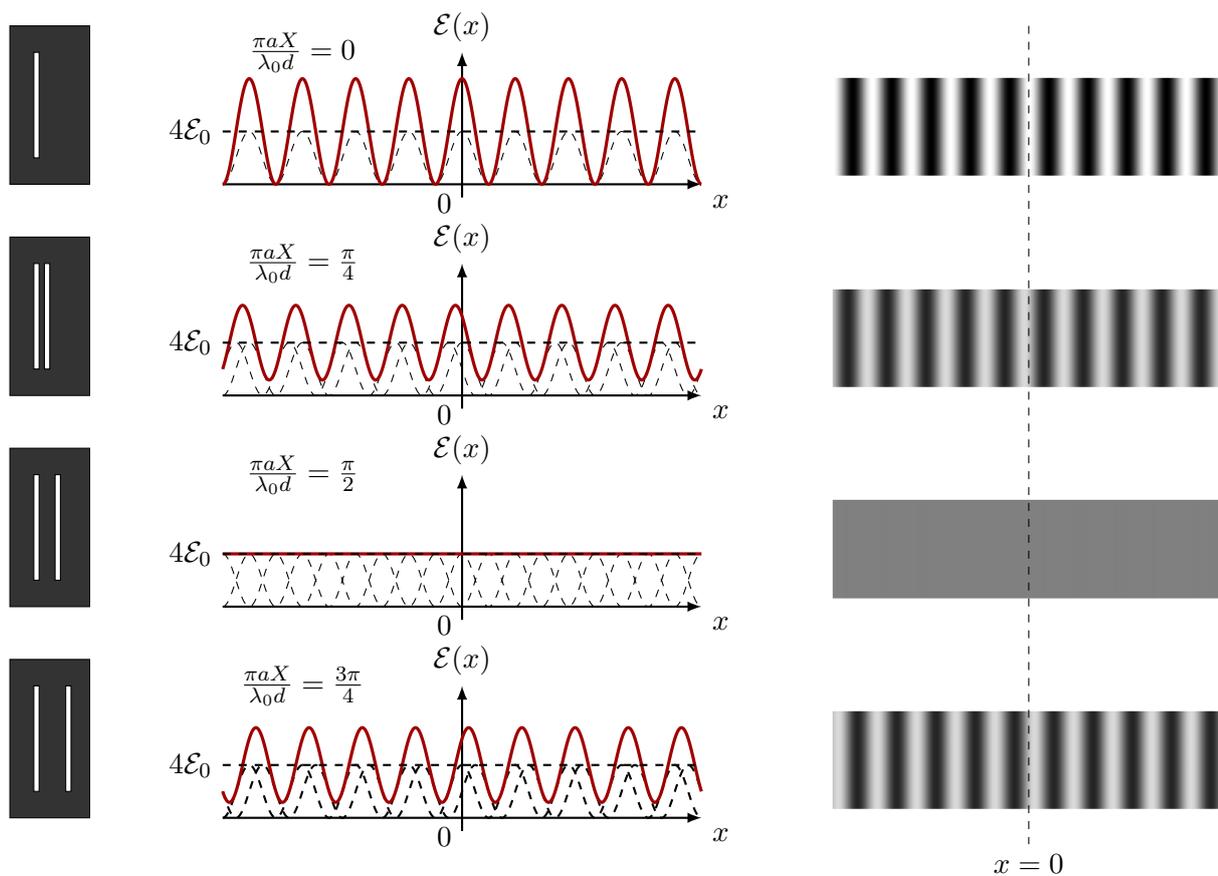
Considérons maintenant l'influence de l'étendue latérale des sources dans une direction perpendiculaire à celle des fentes. Commençons par l'étude de deux fentes sources infiniment fines séparées d'une distance  $X$ . Calculons l'éclairissement total  $\mathcal{E}(M)$  résultant de la superposition des deux figures d'interférences :

▷

Calculons le contraste de la figure d'interférence obtenue :

▷

Pour certaines valeurs de  $X$ , les figures d'interférences se superposent de sorte que les franges brillantes de l'une se trouvent à l'endroit des franges sombres de l'autre, brouillant ainsi la figure d'interférence.



Remarque : le calcul du décalage  $X_b$  conduisant au brouillage aurait pu se calculer directement :

▷

**Fente source de largeur finie :**

Considérons maintenant le cas d'une fente source de largeur  $b$ . Nous pouvons la décomposer en fentes élémentaires minces, de largeur  $dX$ , situées à des abscisses  $X$  comprises entre  $-\frac{b}{2}$  et  $\frac{b}{2}$ . Afin de Calculer l'éclairement résultant, définissons la densité d'éclairement  $B$  de la fente source, à partir de son éclairement total  $\mathcal{E}_0$  et de sa largeur :

$$B = \frac{\mathcal{E}_0}{b}$$

Ainsi, une fente élémentaire, de largeur  $dX$  donnera un éclairement  $d\mathcal{E}_0$  :

$$d\mathcal{E}_0 = B dX$$

Chaque fente élémentaire contribuera à l'éclairement par le terme :

▷

#### Eclairement résultant d'une source étendue :

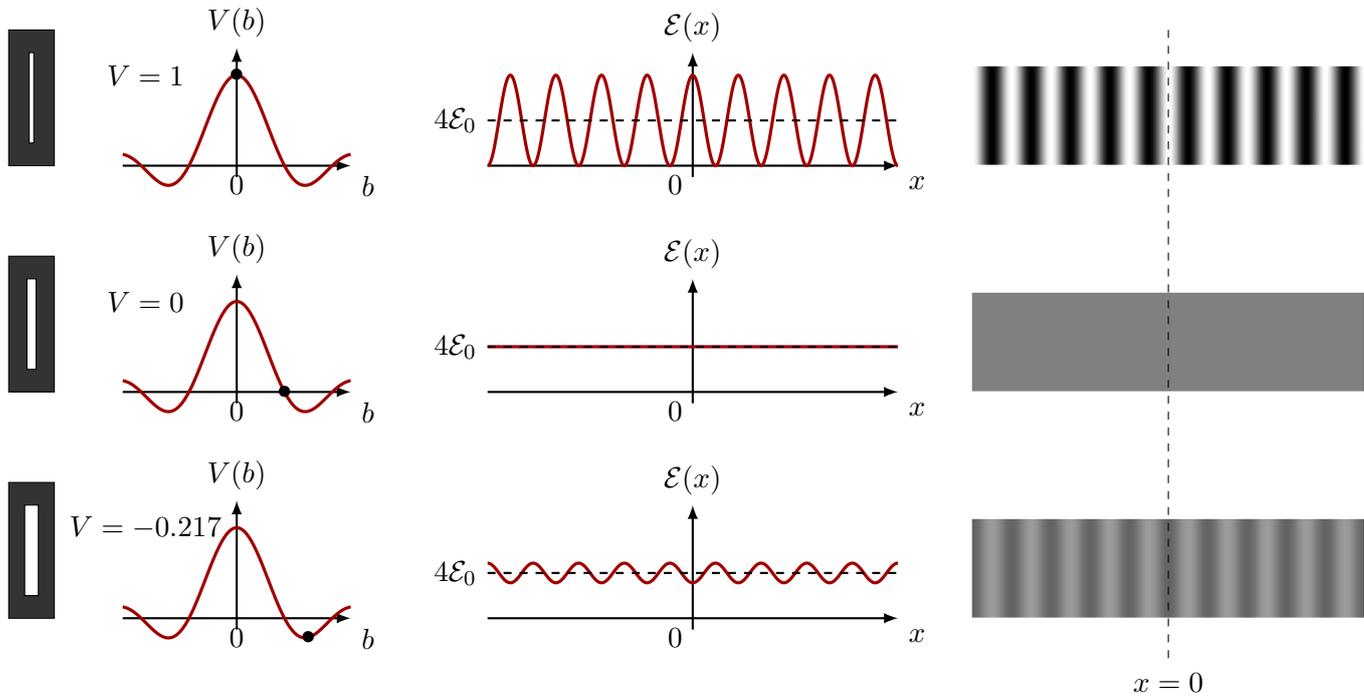
L'éclairement résultant peut s'écrire :

$$\mathcal{E} = 2\mathcal{E}_0 \left( 1 + V(b) \cos \left( \frac{2\pi ax}{\lambda_0 D} \right) \right) \text{ avec } V(b) = \text{sinc} \left( \frac{\pi ab}{\lambda_0 d} \right) \quad (24)$$

où  $\text{sinc} x = \frac{\sin x}{x}$  représente la fonction sinus cardinal.

- le coefficient  $V(b)$  algébrique, est le terme de *visibilité* des franges ;
- le contraste de la figure d'interférence est donné par  $C = |V(b)|$  ;

Quand, partant d'une fente source très fine, on l'élargit progressivement, on voit donc les franges perdre leur contraste, se brouiller totalement, puis réapparaître avec un contraste relativement faible. On remarque également que la frange centrale est alors sombre. On parle d'*inversion du contraste*.



### 3.6 Localisation des franges

Soit un dispositif interférométrique par division du front d'onde

- lorsqu'il est éclairé par une source ponctuelle, les interférences sont visibles partout dans le champ d'interférences avec le contraste maximal ;
- lorsqu'il est éclairé par une source étendue, la figure d'interférences est brouillée dans tout le champ d'interférences : on ne peut voir les franges nulle part.

Les interférences par division du front d'onde sont dites *non localisées*.