TD T2 : EXPRESSION DIFFERENTIELLE DES PRINCIPES THERMODYNAMIQUES

Exercice 1 : Energie et entropie d'un gaz réel

On considère n moles de gaz réel, d'équation d'état P (V – b) = n R T, avec b constant. On suppose le gaz monoatomique et on admet que, pour n moles de ce gaz à température T et volume V, l'énergie interne s'écrit $U = \frac{3}{2} n R (T - T_0) + U_0$, tandis que l'entropie est $S = \frac{3}{2} n R \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + n R \ln\left(\frac{V - b}{V_0 - b}\right) + S_0$.

T_0 et V_0 sont une température et un volume donnés.

1) Que représentent U_0 et S_0 ?

2) Que remarque-t-on sur la dépendance de l'énergie interne en fonction des variables d'état ? Quel autre modèle de gaz présente cette propriété ?

3) Exprimer les différentielles dU et dS à partir des expressions données.

4) En déduire le résultat de dU – T dS + P dV et l'interpréter à l'aide de l'identité thermodynamique.

Exercice 2 : Propriétés de l'air

L'air est assimilé à un gaz parfait diatomique, de masse molaire M = 29 $g.mol^{-1}$. On pose $r = \frac{R}{M}$.

1) Exprimer l'enthalpie H de n moles en fonction de la température.

2) Donner la valeur de la capacité thermique massique c_p.

3) Rappeler l'identité thermodynamique pour H. En déduire, pour l'air, l'expression de la variation d'entropie massique.

4) On définit $\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}}$, rapport des capacités thermiques molaires à pression et volume constants. Quelle est sa valeur pour l'air ? Quel lien existe-t-il avec c_p ?

5) Retrouver la loi de Laplace liant pression et température dans une évolution adiabatique et réversible, pour un gaz parfait.

6) En déduire la loi de Laplace liant pression et volume dans une évolution adiabatique et réversible, pour un gaz parfait.

Exercice 3 : Variations de fonctions d'état

On met en contact n = 1,00 mol de diazote, initialement à la température T_1, avec le milieu extérieur dont la température est T_0 et la pression P_0.

1) Déterminer la variation de son entropie.

2) Application numérique : T_1 = 600 K, T_0 = 300 K et R = 8,314 $J.K^{-1}.mol^{-1}$.

3) Déterminer la variation de son enthalpie libre (on notera S_1 l'entropie initiale du gaz).

Exercice 4 : Détente ou compression polytropique

On étudie deux transformations adiabatiques subies par un gaz parfait diatomique de capacité thermique massique $c_p = 1{,}0$ kJ.kg^{-1}.K^{-1} et de coefficient $\gamma = 1{,}40$.
La première transformation est une compression durant laquelle le gaz passe de l'état $P_1 = 1{,}0$ bar, $T_1 = 293$ K à $P_2 = 9{,}0$ bar et $T_2 = 609$ K.
La seconde est une détente au cours de laquelle le gaz passe de $P_3 = 8{,}5$ bar et $T_3 = 1300$ K à $P_4 = 1{,}0$ bar et $T_4 = 793$ K.
On modélise chaque transformation comme une évolution polytropique définie par la relation $Pv^k = $ cte, entre pression et volume massique, où le coefficient k caractérise la transformation considérée.

1) En associant la loi des gaz parfaits et la loi de comportement $Pv^k = $ cte, établir une loi liant températures et pressions pour une évolution polytropique. Pour chacune des évolutions citées, déterminer la valeur de k.

2) Quel serait l'exposant k obtenu pour une évolution adiabatique et réversible ? Qu'en conclure pour les transformations étudiées ici ?

3) Quel serait l'exposant k obtenu pour une évolution isotherme ? Et pour une évolution isobare ?

4) Rappeler l'expression de la différentielle de l'énergie interne massique d'un gaz parfait de capacité thermique massique c_v. A l'aide de l'identité thermodynamique, en déduire une expression de la différentielle de l'entropie massique.

5) Lorsqu'un gaz parfait décrit une évolution polytropique, on définit la capacité thermique massique équivalente c par la relation : $T\,ds = c\,dT$. Relier le coefficient k à c, c_p et γ.

6) Quelles valeurs de k correspondent respectivement à une évolution isentropique, puis à une isobare ?

7) Pour chacune des évolutions envisagées, déterminer la création d'entropie par unité de masse due à l'irréversibilité.

Exercice 5 : Chauffage par une résistance

Pour étudier le fonctionnement d'une bouilloire électrique, on considère une masse $m_e = 500$ g d'eau dans laquelle plonge un conducteur de résistance $R = 20\ \Omega$. Celui-ci est parcouru par un courant d'intensité $i = 10$ A pendant une durée $\Delta t = 1$ min. On note (Σ) le système formé de l'eau et du conducteur. On donne la masse du conducteur $m_c = 19$ g, la capacité thermique massique du conducteur $c_c = 0{,}42$ J.g^{-1}.K^{-1} et la capacité thermique massique de l'eau $c_e = 4{,}18$ J.g^{-1}.K^{-1}.

1) La température de l'ensemble est maintenue constante à $T_0 = 20$ °C. Exprimer la variation d'entropie de (Σ), puis l'entropie créée. Effectuer les applications numériques et préciser la cause de création d'entropie.

2) Le même courant passe dans le conducteur pendant la même durée mais maintenant, le système (Σ) est isolé thermiquement. Calculer la variation d'entropie de (Σ) et l'entropie créée. Préciser la cause de création d'entropie.