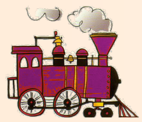

Thermodynamique et mécanique des fluides appliquées aux machines thermiques

Chapitre 3 : Energétique des écoulements en conduite

Sommaire

1 Bilans macroscopiques

1.1 Position du problème

Etudier un écoulement en déterminant le mouvement de chaque particule de fluide est souvent compliqué. Une alternative possible est d'étudier une partie macroscopique de l'écoulement, et de lui appliquer les lois de la mécanique et de la thermodynamique. Tout en occultant les zones de l'écoulement difficiles à modéliser, on peut ainsi résoudre le problème plus simplement. Conformément au programme de PT, c'est cette demarche que nous utiliserons systématiquement.

Les lois de la thermodynamiques et de la thermodynamique ne sont valables que pour des systèmes fermés :
- les lois de conservation (masse notamment)
- la relation fondamentale de la dynamique
- le théorème du moment cinétique
- le théorème de l'énergie cinétique
- le premier et le deuxième principe de la thermodynamique

Il sera souvent pertinent de s'intéresser à un système ouvert. Pour pouvoir lui appliquer les lois de la physique, il sera d'abord nécessaire de se ramener à un système fermé.

1.2 Méthode des bilans sur un système ouvert

Méthode des bilans sur les systèmes ouverts :

(i) Dessiner une portion de conduite rectiligne parcourue par un fluide (cas général : en écoulement non stationnaire).

(ii) Définir sur le schéma une portion de conduite, que l'on choisit comme système ouvert (Σ).

(iii) Définir le système fermé (Σ^*) associé, incluant (Σ) et la masse δm_e qui va entrer dans (Σ) pendant $\mathrm{d}t$.

(iv) Faire un second schéma, à l'instant $t+\mathrm{d}t$, et repérer le système fermé (Σ^*) suivi dans son mouvement et ses déformations, constitué de (Σ) et de la masse δm_s qui est sortie de (Σ) pendant $\mathrm{d}t$.

(v) Exprimer la variation de la grandeur extensive G associée au système ouvert en fonction de la variation de la même grandeur extensive associée au système fermé et notée G^*, et des débits massiques de la grandeur G entrant D_{G_e} et sortant D_{G_s}.

▷

Bilan :

La variation de G du système ouvert est due à la variation de G du système fermé, à l'apport δG_e de la masse entrante et à la sortie δG_s de la masse sortante :

$$\mathrm{d}G = \mathrm{d}G^* + \delta G_e - \delta G_s \tag{1}$$

soit, en diviant par $\mathrm{d}t$:

$$\frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}G^*}{\mathrm{d}t} + D_{G_e} - D_{G_s} \tag{2}$$

Il reste ensuite à prendre en compte les spécificités du problème :

- Si le régime est permanent, alors les grandeurs associées aux systèmes ouverts sont constantes : $\mathrm{d}G = 0$.
- Si la grandeur G^* associé au système fermé se conserve (masse, énergie mécanique d'un système en évolution conservative, ...) : $\mathrm{d}G^* = 0$.
- Si la grandeur G^* obéit à une autre loi (loi de la quantité de mouvement, TEC, ...), alors il faut appliquer cette loi au système fermé pour déterminer $\mathrm{d}G^*$

1.3 Exemples d'applications

1.3.1 Conservation de la masse

▷

Par ailleurs, si l'écoulement est incompressible ($\rho = \text{cte}$) :

$$D_m = \rho D_V \tag{3}$$

Le débit volumique d'un écoulement stationnaire et incompressible se conserve.

1.3.2 Force de poussée (Complément)

Même si l'objectif principal du programme de mécanique des fluides est d'étudier les écoulement stationnaires dans des conduites, il peut être intéressant de présenter le cas d'un écoulement non stationnaire sur l'exemple de la propulsion d'une fusée, d'une part car ceci nous permettra de mieux sentir les spécificités d'un écoulement permanent, et d'autre part parce que nous serons amenés plus tard à étudier des turboréacteurs ou des machines similaires ayant pour but d'exercer des forces propulsives.

Propulsion d'une fusée

On note $\mathbf{e}_z$ le vecteur unitaire vertical ascendant et $\mathbf{g} = -g\mathbf{e_z}$ le champ gravitationnel local, supposé uniforme. La fusée étudiée a un mouvement de translation selon $\mathbf{e_z}$: tous les vecteurs mis en jeu sont colinéaires à $\mathbf{e_z}$.
La fusée est modélisée par un corps (structure rigide) contenant du fluide à éjecter (ergols). En fonctionnement, les ergols sont éjectés vers le bas avec le débit (sortant) de masse constant $D_m > 0$ et la vitesse $\mathbf{u}$ par rapport à la structure, $\mathbf{u} = -u\mathbf{e_z}$ avec $u > 0$. On note $\mathbf{v}(t) = v(t)\mathbf{e_z}$ la vitesse de la structure dans le référentiel terrestre à l'instant t, et $m(t)$ la masse de l'ensemble {structure + ergols restants dans la structure }. Les forces externes autres que la gravitation seront négligées. L'étude sera entièrement faire dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
En effectuant un bilan de quantité de mouvement sur un système fermé bien choisi, établisson l'équation différentielle vérifiée par la vitesse $\mathbf{v}(t)$ du corps de la fusée :

▷ Le système ouvert choisi est l'ensemble composé de la structure de la fusée et les ergols contenus dans la structure. Le système fermé associé est la structure de la fusée, les ergols contenus dans la structure et la masse δm d'ergols éjectée pendant dt :

Bilan de quantité de mouvement :

$$\mathbf{dp} = \mathbf{dp}^* + \delta\mathbf{p_e} - \delta\mathbf{p_s} \tag{4}$$

$$m(t+\mathrm{d}t)\mathbf{v}(t+\mathrm{d}t) - m(t)\mathbf{v}(t) = \mathbf{dp}^* - \delta m(\mathbf{v}(t) + \mathbf{u}) \tag{5}$$

Développons le premier terme du membre de gauche, sachant que $m(t+\mathrm{d}t) = m(t)+\delta m$ et $\mathbf{v}(t+\mathrm{d}t) = \mathbf{v} + \mathbf{dv}$:

$$m(t+\mathrm{d}t)\mathbf{v}(t+\mathrm{d}t) = (m(t)+\delta m)(\mathbf{v}(t)+\mathbf{dv}) = m(t)\mathbf{v}(t) + m(t)\mathbf{dv} + \delta m\mathbf{v}(t) + \delta m\mathbf{dv} \tag{6}$$

Le terme $\delta m\mathbf{dv}$ est un infiniment petit d'ordre 2 (proportionnel à dt^2) car δm et $\mathbf{dv}$ sont tous les deux proportionnels à dt). Finalement, il ne reste que :

$$m(t)\mathbf{dv} = \mathbf{dp}^* - \delta m\mathbf{u} \tag{7}$$

soit, en divisant par dt et en faisant intervenir le poids appliqué au système fermé :

$$m(t)\frac{\mathbf{dv}}{\mathrm{d}t} = m(t)\mathbf{g} - \underbrace{D_m\mathbf{u}}_{\text{Force de poussée}} \tag{8}$$

Remarque : $\frac{\mathbf{dp}}{\mathrm{d}t} \neq m(t)\frac{\mathbf{dv}}{\mathrm{d}t}$ car la masse du système ouvert n'est, par définition, pas constante.

2 Energétique des écoulements en conduite

2.1 Bilan d'énergie - Relation de Bernoulli

On considère un fluide parfait en écoulement unidimensionnel et incompressible dans une conduite. On fera l'hypothèse que les grandeurs intensives sont uniformes en tout point d'une section de la conduite (ce qui nous permettra d'étendre les résultats de cette section à toute ligne de courant), et n'échangeant pas d'énergie avec les parties mobiles d'une machine. On suppose en outre l'écoulement permanent. Appliquons le théorème de l'énergie cinétique :

▷

Relation de Bernoulli :

Pour un fluide parfait en écoulement incompressible, permanent et unidimensionnel, et n'échangeant pas d'énergie mécanique avec les parties mobiles d'une machine, le bilan d'énergie conduit à la relation de Bernoulli :

$$\underbrace{P}_{\substack{\text{énergie potentielle}\\ \text{volumique}\\ \text{des forces de pression}}} + \underbrace{\frac{1}{2}\rho v^2}_{\substack{\text{énergie cinétique}\\ \text{volumique}}} + \underbrace{\rho g z}_{\substack{\text{énergie potentielle}\\ \text{volumique de pesanteur}}} = \text{cte} \tag{9}$$

La relation de Bernoulli traduit la conservation de l'énergie mécanique volumique, dans un écoulement parfait, stationnaire et incompressible entre deux points d'une même ligne de courant.

2.2 Applications de la relation de Bernoulli

2.2.1 Vidange d'un réservoir

On considère un récipient cylindrique de section horizontale S initialement rempli d'eau jusqu'à la hauteur h. En bas du récipient, on perce un trou de section $s \ll S$. L'écoulement est supposé parfait. Déterminons la vitesse de l'eau à la sortie du récipient :

▷

2.2.2 Effet Venturi

On considère une conduite passant d'un diamètre à un autre, l'évolution du diamètre ne se faisant que sur une petite portion de la conduite, que l'on appelle goulot d'étranglement. On précisera les hypothèses nécessaires aux calculs.
Montrons que la pression est plus faible dans la portion où le diamètre est le plus petit :

▷

Effet Venturi :

On observe une augmentation de vitesse et une baisse de pression lorsqu'un fluide s'écoule par un étranglement.

Remarque : Lorsque la pression devient inférieure à la pression de vapeur saturante, on observe l'apparition de bulles de vapeur au sein du liquide qui implosent ensuite rapidement, créant des dommages aux structures (conduites, hélices, etc.). C'est le phénomène de cavitation

L'effet Venturi est utilisé dans de nombreux dispositifs :

- comme débimètre dans une canalisation ;
- comme pompe rudimentaire : trompe à eau en chimie ;
- pour vaporiser des liquides (pistolet à peinture)

2.3 Equation de Bernoulli généralisée

Le cadre d'application de l'équation re Bernoulli vue précédemment supposait entre autres hypothèses que le modèle de l'écoulement était parfait et que le fluide ne recevait pas de travail autre que ceux des forces de pesanteur et des forces de pression. En pratique, les parties mobiles d'une machine - comme par exemple une pompe ou les pales d'une turbine - exercent un travail supplémentaire. On parle de **travail indiqué**.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique en considérant ces deux types de travaux supplémentaires :

▷

Formule de Bernoulli généralisée :

$$\mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{visc} = D_m \Delta \left(\frac{P}{\rho} + \frac{1}{2} v^2 + gz \right) \tag{11}$$

2.4 Ecoulement visqueux et perte de charge

On considère un fluide visqueux ne recevant aucun travail indiqué. Le quantité

$$C = P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z \tag{12}$$

appelée **charge**, n'est plus conservée au cours de l'écoulement : elle diminue en raison du phénomène de viscosité. On parle de **perte de charge** ΔP :

▷

On distinguera deux types de pertes de charge :

- Les pertes de charge singulières : elles sont essentiellement dues aux accidents de canalisation, c'est-à-dire toute modification géométrique de la conduite. On peut y compter les changements de direction (coudes, raccords en T), les variations de section, les vannes ou robinets, les appareils de mesure, etc.

  Elles sont quadratiques en vitesse et données par la relation :

  $$\Delta P = K \frac{\rho v^2}{2} \tag{13}$$

  où ρ est la masse volumique du fluide, v la vitesse moyenne d'écoulement et K le **coefficient de perte de charge singulière** (sans dimension). Celui-ci dépend essentiellement de la nature de la singularité. On le détermine au cas par cas.

- Les pertes de charges régulières : elles sont dues à la viscosité le long de la conduite dans laquelle le fluide s'écoule. Elles sont données par la formule de Darcy :

  $$\Delta P = \Lambda \frac{\rho L v^2}{2D} \tag{14}$$

où D et L représentent respectivement le diamètre et la longueur de la conduite. Λ est le **coefficient de perte de charge**, sans dimension et dont la valeur dépend du nombre de Reynolds R_e et d'un coefficient caractéristique de la nature et du diamètre de la conduite : la **rugosité relative**. En pratique, la détermination du coefficient Λ se fait à l'aide d'abaques.