**PT 2017-2018** **02-03-2018**

# DEVOIR SURVEILLE n° 5

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

## AVERTISSEMENT

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction, la clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

## L'usage de calculatrice est interdit pour l'ensemble de ce devoir.

Il est interdit d'arrêter de composer avant 17h00.

Vous devez traiter les 6 problèmes sur 6 copies différentes.

Si vous choisissez de ne pas traiter l'un des problèmes, vous devez tout de même me rendre une copie « blanche ».

| | Barème | Ramassé à |
|---|---|---|
| Premier problème | 22 % | 15h00 |
| Deuxième problème | 20 % | 16h00 |
| Troisième problème | 21 % | 16h45 |
| Quatrième problème | 16 % | 16h50 |
| Cinquième problème | 10 % | 16h55 |
| Sixième problème | 11 % | 17h00 |

Vous avez tout intérêt à faire dans l'ordre : le $1^{er}$ problème, puis le $2^{ème}$ problème, puis le $3^{ème}$ problème, puis le $4^{ème}$ problème, puis le $5^{ème}$ problème, et enfin le $6^{ème}$ problème !

Vous êtes libres de commencer le problème suivant avant que je ramasse les copies (vous pouvez par exemple commencer le $2^{ème}$ problème avant 15h00).

**PREMIER PROBLEME :** Observation de la Terre par le satellite ENVISAT : Mesure de déplacements verticaux par interférométrie radar (d'après banque PT 2011)

*L'usage de calculatrice est interdit pour ce problème.*

Le satellite ENVISAT embarque un radar à synthèse d'ouverture, émettant des ondes radar, permettant de détecter des déplacements verticaux du sol.

**Défaut de planéité d'un des miroirs de l'interféromètre de Michelson**

*On considère un interféromètre de Michelson dont le schéma simplifié est donné par la figure 6. On admettra que l'ensemble constitué par la séparatrice et la compensatrice se comporte comme une lame séparatrice idéale sans absorption et d'épaisseur nulle, notée $S_p$. La source S, peu étendue, est monochromatique de longueur d'onde $\lambda$ = 633 nm. Elle est placée dans le plan focal objet d'une lentille convergente de telle sorte que le miroir ($M_2$) est éclairé sur toute sa surface sous une incidence quasi-normale (figure 6). On recueille les faisceaux émergents sur un écran plan parallèle au miroir ($M_1$). On notera $\varepsilon_0$ l'éclairement maximal de la figure.*

*Initialement l'interféromètre est réglé en « lame d'air ». ($M_1$) est parallèle à Ox et ($M_2$) est parallèle à Oz. Soit ($M'_2$) le symétrique du miroir ($M_2$) par la séparatrice et e la distance entre ($M_1$) et ($M'_2$).*

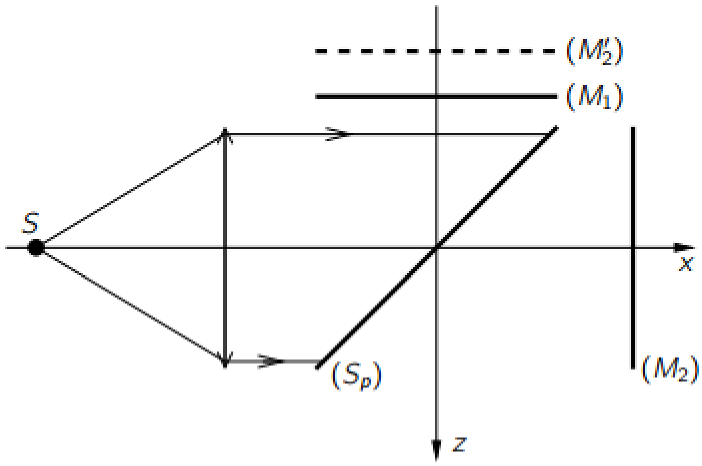



FIGURE 6 – Schéma de l'interféromètre de Michelson

**1)** Exprimer l'éclairement ε en fonction de e. Quel est l'aspect de ce plan pour une distance e donnée ? Comment varie l'éclairement ε si e varie ?

**2)** Proposer un protocole expérimental pour repérer la position e = 0, appelée contact optique.

**3)** On admet que la condition e = 0 est réalisée. On incline alors ($M_1$) d'un angle α faible : l'interféromètre est réglé en « coin d'air ». Déterminer la figure d'interférences. On précisera en particulier la localisation de la figure d'interférences, la forme de la figure et on déterminera l'expression de l'interfrange i en fonction de λ et α.

*Le miroir ($M_1$) initialement plan s'est déformé et est devenu sphérique. On admettra que le centre de la sphère ($M_1$), de rayon R, se trouve sur l'axe Oz, qui est donc axe de symétrie de ($M_1$). Les conditions d'observations sont les mêmes qu'à la question 3.*

**4)** Soit $e_0$ la distance entre ($M'_2$) et le plan $\pi$ correspondant au cas où ($M_1$) est plan, et $H_{max}$ l'épaisseur maximale du miroir ($M_1$) une fois courbé. Exprimer l'épaisseur d'air z(r) entre ($M_1$) et ($M'_2$), pour un point P de ($M_1$), en fonction de $e_0$, $H_{max}$, r et R (figure 7). On remarquera que les conditions d'observation impliquent les approximations : $r \ll R$, $e_0 \ll R$ et $H_{max} \ll R$.

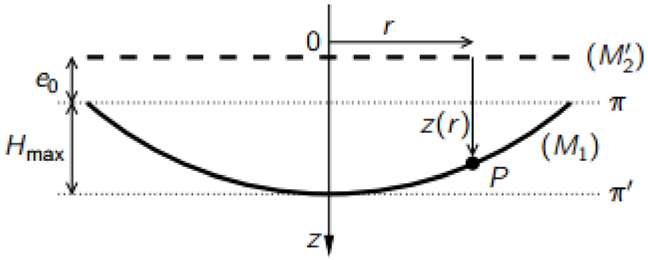



FIGURE 7 – Cas où le miroir ($M_1$) est sphérique.

**5)** Avec les approximations précédentes, exprimer la différence de marche $\delta$ en un point P situé à la distance r de l'axe Oz. Montrer que, dans les mêmes conditions d'observation que les franges du coin d'air, on observe des anneaux localisés au voisinage de ($M_1$).

**6)** Déterminer l'ordre $p_0$ au centre des anneaux en fonction de $e_0$, $H_{max}$ et $\lambda$. On utilise l'indice k pour repérer les anneaux brillants, sachant que k = 1 correspond au premier anneau brillant à partir du centre de la figure d'interférences, de rayon $\rho_1$ sur la surface de localisation. Calculer le rayon $\rho_k$ du $k^{ième}$ anneau brillant en fonction de $\rho_1$, k, $\lambda$ et R.

**Analyse d'un défaut de planéité d'une surface réfléchissante**

*Une surface métallique polie est plane à l'exception d'un défaut local sphérique. On l'installe sur un des bras d'un interféromètre de Michelson, à la place de ($M_1$). L'interféromètre est éclairé comme dans la question 3. On rappelle que ($M_2$) est également un miroir métallique parfaitement plan.*

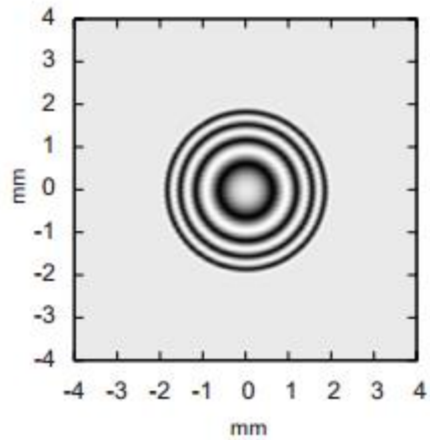


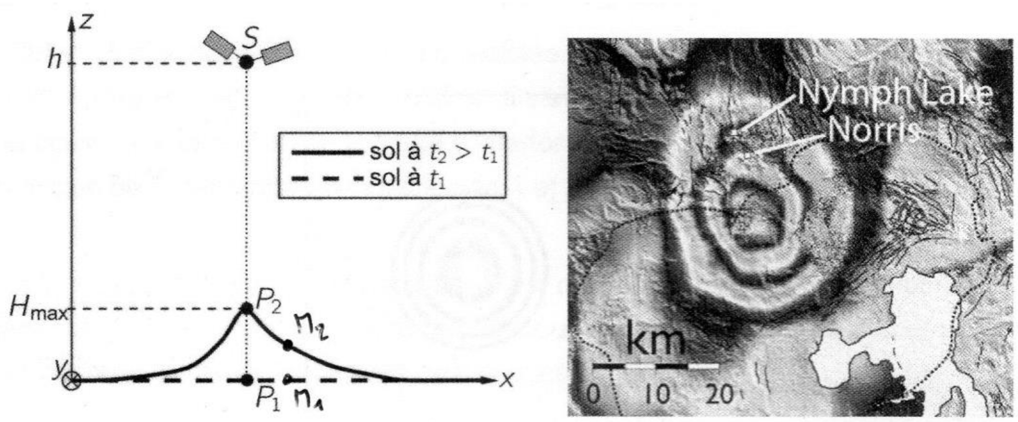

FIGURE 8 – Figure d'interférence de la lame réfléchissante présentant un défaut de surface.

**7)** On observe la figure d'interférences correspondante sur la figure 8. Déterminer le diamètre d du défaut et son épaisseur maximum $H_{max}$. Exprimer les résultats avec un nombre de chiffres significatifs adapté. Peut-on déterminer si le défaut est convexe ou concave ? Si oui, proposer un protocole permettant de le déterminer.

**Déplacements verticaux mesurés par interférométrie radar**

*Les satellites ERS1, ERS2 et désormais le satellite ENVISAT, grâce à leur radar à synthèse d'ouverture (SAR) embarqué, peuvent détecter de faibles mouvements du sol au cours du temps. Ces satellites émettent en continu des ondes électromagnétiques de longueur d'onde $\lambda$ = 5,66 cm, qui atteignent le sol et y sont réfléchies vers le satellite. Ce dernier enregistre l'écho de son émission quelques fractions de secondes après. L'usage des ondes radio est lié au fait que celles-ci pénètrent jusqu'au sol malgré nuages et forêts.*

*Le déplacement du sol lié à un séisme, à un gonflement local dû au magma poussant la croûte terrestre sous un volcan, un tunnel qui s'écroule sous une ville, etc. change les distances relatives parcourues entre le sol et le satellite lors de deux passages successifs à $t_1$ et $t_2$. Le satellite enregistre l'amplitude du champ électromagnétique réfléchi à $t_1$, puis à $t_2$, et le calcul de l'intensité résultante de la somme des deux champs réfléchis produit une image du déplacement du sol (figure 9-a). On parle alors de SAR interférométrique (InSAR).*




(a) Passage du satellite à la verticale du point P à $t_1$ (sol horizontal) et $t_2$ (élévation locale du sol d'une hauteur maximum $H_{max}$).

(b) Image InSAR de la déformation du sol à partir de données receuillies par le satellite ERS2 entre 1996 et 2000 (USGS).

FIGURE 9 – Mouvement du sol localisé dans le parc de Yellowstone, USA.

*On considère que lors de ces deux passages, le satellite a une trajectoire strictement identique et qu'il reste à la verticale du lieu considéré, à une hauteur h = 800 km par rapport au sol.*

**8)** Par analogie avec l'image interférométrique d'un défaut du miroir de l'interféromètre de Michelson, exprimer la différence de marche entre les « rayons lumineux » captés par le satellite à $t_1$ et $t_2$, réfléchis respectivement en $M_1$ et $M_2$ en fonction de z(x).

**9)** On cherche à caractériser les mouvements verticaux du sol dans le parc de Yellowstone entre 1996 et 2000. Grâce à la figure 9-b, estimer le diamètre d concerné par une élévation du sol et son amplitude maximale $H_{max}$. Donner en cm.an$^{-1}$ la vitesse maximale d'élévation du sol. On exprimera les résultats avec un nombre de chiffres significatifs adapté. Commenter.

**DEUXIEME PROBLEME :** Mesure d'épaisseur par interférométrie (d'après banque PT 2017)

*L'usage de calculatrice est interdit pour ce problème.*

Frits Zernike, qui a obtenu le prix Nobel en 1953 pour son microscope à contraste de phase, a dans un premier temps utilisé un montage interférentiel à trois fentes, pour contrôler ou mesurer l'épaisseur d'une fine lame transparente à faces parallèles.

Frits Zernike
(1888-1966)

**Dans ce problème, on suppose tous les rayons lumineux très peu inclinés par rapport à l'axe horizontal.**

## 1. Système interférentiel à deux fentes

On considère d'abord un système de deux fentes $F_1$ et $F_2$ très fines perpendiculaires au plan de la figure 15. Elles sont distantes de 2a et de grande longueur. L'ensemble est éclairé par une source S ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde $\lambda$ placée au foyer objet d'une lentille convergente. L'observation de la figure d'interférences se fait sur un écran placé dans le plan focal image d'une lentille convergente de distance focale image f '.

On s'intéresse aux ondes reçues au point M d'ordonnée z sur l'écran et on suppose z et a très petits devant f ' : z, a << f '.

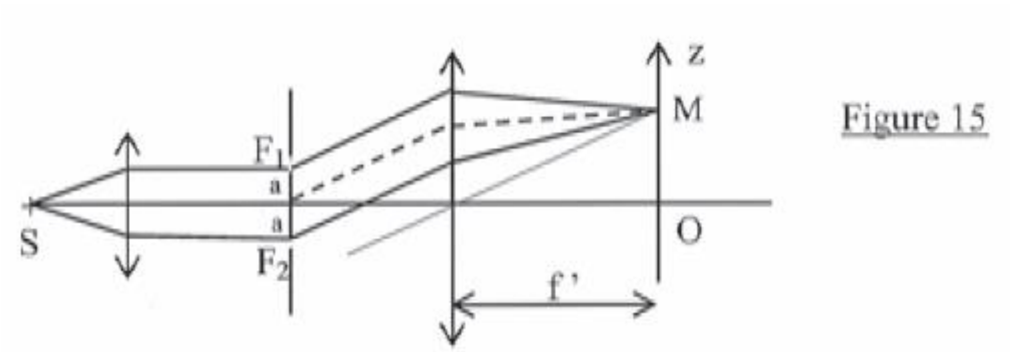



Figure 15

On adopte le modèle scalaire de la lumière et on note $s_0$ l'amplitude associée au rayon fictif (en pointillés sur la figure) provenant du milieu des deux fentes. Les amplitudes complexes des deux rayons issus de $F_1$ et $F_2$ et déphasés d'un angle $2\varphi$ sont alors : $\underline{s_1} = s_0\ e^{+j\varphi}$ et $\underline{s_2} = s_0\ e^{-j\varphi}$.

On note $E_0 = \underline{s_1}.\underline{s_1}^* = \underline{s_2}.\underline{s_2}^* = s_0^2$ l'éclairement (ou intensité lumineuse) émis par chacune des deux fentes. $s_0$ est une constante liée à l'intensité de la source.

**1.1.** Après avoir cité le théorème utile, exprimer $\varphi$ en fonction de a, f ', $\lambda$ et z.

**1.2.** Exprimer l'éclairement E résultant de l'interférence des deux ondes en fonction de $E_0$ et $\varphi$. Tracer l'allure de la courbe E en fonction de $\varphi$.

## 2. Système interférentiel à trois fentes

On ajoute une troisième fente $F_0$ au milieu des deux autres et identique à celles-ci.

**2.1.1.** Montrer que le nouvel éclairement peut se mettre sous la forme : $E = E_0\ (1 + 2\cos(\varphi))^2$.

On rappelle la formule trigonométrique : $\cos(2\varphi) = 2\cos^2\varphi - 1$.

**2.1.2.** Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

| φ en rad | 0 | 2π/3 | π | 4π/3 | 2π |
|---|---|---|---|---|---|
| $E / E_0$ | | | | | |

**2.1.3.** Tracer l'allure de la courbe $E/E_0$ en fonction de φ.

**2.2.** A partir du montage à trois fentes, on ajoute devant la fente centrale $F_0$ et parallèlement au plan des fentes, une lame de verre à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice n = 1,5.

e étant très faible, on considèrera que le rayon lumineux qui traverse la lame, parcourt une distance e dans le verre, sans être dévié.

**2.2.1.** Montrer que si l'épaisseur de la lame est telle qu'elle induit un retard de phase de π/2 pour le rayon central, on retrouve une alternance régulière de franges brillantes et de franges sombres (pas nécessairement noires), contrairement à la question précédente.

**2.2.2.** Si on veut contrôler par cette méthode que la lame a bien l'épaisseur souhaitée e = 0,3 µm, quelle valeur faut-il choisir pour λ ?

**2.2.3.** Si on veut mesurer l'épaisseur e, on peut déplacer l'écran d'une distance $x = \overline{OO'}$, de façon à retrouver la même figure d'interférences que celle qu'on avait en l'absence de lame.

Le point O' de la figure 16 est tel que les trois rayons issus des trois fentes sont à nouveau en phase (comme en O sans la lame).
Exprimer x en fonction de n, e et de l'angle $\alpha \approx \dfrac{a}{f'}$.
On donne a = 0,1 mm, f ' = 10 cm et n = 1,5 et on mesure à l'aide d'un microscope viseur : x = -1 cm.

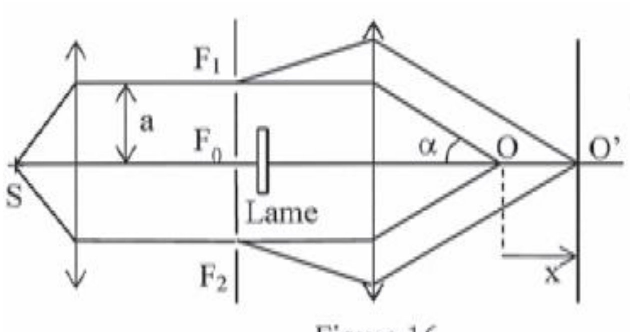


Figure 16

Sachant que $\cos\alpha \approx 1 - \alpha^2 / 2$, en déduire l'ordre de grandeur de l'épaisseur e.

**2.3.** A quel âge Monsieur Zernike a-t-il obtenu son prix Nobel ?

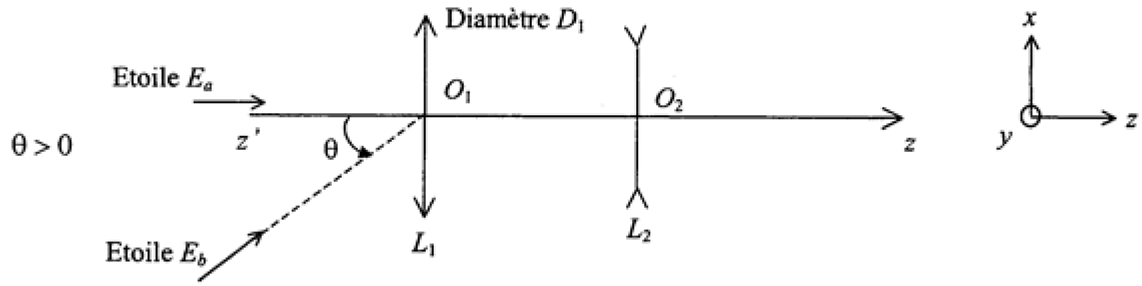
**TROISIEME PROBLEME :** Optique : observation de deux étoiles (d'après CCP MP 2004)

*L'usage de calculatrice est interdit pour ce problème.*

Ce problème traite de l'observation de deux étoiles $E_a$ et $E_b$ à l'aide d'une lunette astronomique munie d'un détecteur. Les deux étoiles $E_a$ et $E_b$ sont considérées ponctuelles et à l'infini, séparées par une distance angulaire $\theta$, l'étoile $E_a$ étant située dans la direction de l'axe optique de la lunette.
Dans une première partie, on définit la configuration de la lunette utilisée dans les conditions de Gauss et on demande de calculer ses caractéristiques géométriques.
La deuxième partie aborde le principe de la mesure de la distance angulaire entre deux étoiles effectuée grâce aux interférences produites par deux fentes placées devant la lunette astronomique.

## I) Etude géométrique :

On néglige dans cette partie les effets de la diffraction. On considère une lunette astronomique d'axe optique z'z (figure ci-dessous) constituée d'un objectif assimilé à une lentille mince convergente $L_1$ de diamètre $D_1$ = 50 cm et de distance focale image $f_1'$ = 7,5 m associé à une lentille divergente $L_2$ de distance focale image $f_2'$ = - 0,0250 m. On désigne respectivement par $O_1$ et $O_2$, par $F_1$ et $F_1'$, $F_2$ et $F_2'$, les centres optiques, les foyers objet et image des lentilles $L_1$ et $L_2$.




On rappelle les relations de conjugaison pour une lentille : $-\dfrac{1}{\overline{OA}}+\dfrac{1}{\overline{OA'}}=\dfrac{1}{\overline{OF'}}=\dfrac{1}{f'}$

grandissement transversal $\gamma=\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

avec O le centre optique de la lentille, F' le foyer image, f' = $\overline{OF'}$ la distance focale image, A un point objet sur l'axe optique et A' l'image de A par la lentille.

**1)** Quelle est la forme et la direction des faisceaux lumineux des ondes 1 et 2, respectivement émises par les étoiles $E_a$ et $E_b$, lorsqu'elles parviennent sur la lunette ?

**2)** On appelle $A_1$ l'image de l'étoile $E_a$ à travers la lentille $L_1$. De même, $B_1$ désigne l'image de $E_b$ à travers $L_1$.

- **a)** Dans quel plan se situent $A_1$ et $B_1$ ? Donner la distance algébrique $\overline{A_1B_1}$.
- **b)** La lentille $L_2$ est placée peu avant le plan où se forment les images $A_1$ et $B_1$. On appelle respectivement $A_2$ et $B_2$ les images de $E_a$ et $E_b$ à travers la lunette. Sachant que $\dfrac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}}$ = 2,00, exprimer et calculer la distance $\overline{O_2A_1}$.

**3)** On définit la distance focale f' de la lunette par la relation $\overline{A_2B_2} = f'.\theta$.

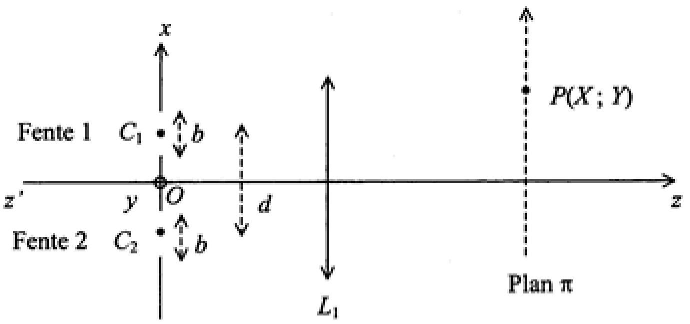
**a)** Calculer la distance focale f' de la lunette.

**b)** Exprimer $\overline{A_1A_2}$. Comment évolue l'encombrement de la lunette par rapport au cas où seule la lentille $L_1$ existerait ? Quel est l'intérêt de la lentille $L_2$ ?

**4)** On place dans le plan où se forment les images $A_2$ et $B_2$, une caméra à DTC (Dispositif à Transfert de Charge). Ce récepteur d'images est composé d'une matrice rectangulaire de $768 \times 512$ détecteurs élémentaires, appelés pixels, de forme carrée, de côtés $a_1 = 9$ µm. On suppose que la lunette est librement orientable.
Une image parfaite à travers la lunette d'un point situé à l'infini, produit sur le détecteur un signal donnant une image dont la dimension ne peut être inférieure à la taille d'un pixel. Exprimer et calculer en seconde d'arc, la limite de perception angulaire $\theta_{min}$ due au récepteur d'image. Quelle est la plus grande valeur décelable $\theta_{max}$ en minute d'arc ?

## II) Interférences :

**1)** On ne considère pour l'instant que l'étoile $E_a$. Celle-ci émet une onde plane monochromatique, d'amplitude $\psi_0$, de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 0{,}6$ µm, se propageant suivant z'z en direction de la lunette. On place un écran opaque percé de deux fentes de largeur b suivant x, de grande longueur a >> b suivant y, d'écartement variable d suivant x devant l'objectif de la lunette. On appelle $C_1$ et $C_2$ les centres des deux fentes (figure ci-dessous).
On néglige ici les effets de la diffraction par une fente, ce qui revient à considérer $b \to 0$.
On observe dans le plan focal image de l'objectif et on désigne par P(X, Y) tout point de ce plan.
Exprimer l'éclairement en P : $\varepsilon_a(X)$. Décrire le système de franges observées. Exprimer l'interfrange i. Où se trouve la frange d'ordre 0 ?




**2)** On ne considère à présent que l'étoile $E_b$. Celle-ci émet aussi une onde plane monochromatique, de même amplitude $\psi_0$, de même longueur d'onde dans le vide $\lambda = 0{,}6$ µm. Cette onde plane arrive sous l'incidence θ. Exprimer l'éclairement en P : $\varepsilon_b(X)$. Décrire le système de franges observées. Exprimer l'interfrange i. Où se trouve la frange d'ordre 0 ?

**3)** On observe à présent les deux étoiles voisines $E_a$ et $E_b$.

**a)** Quelle est la distance dans le plan focal de $L_1$ entre les centres des figures d'interférences données par $E_a$ et $E_b$ ?

**b)** On fait varier la distance d. Quelle est la condition pour observer le brouillage des franges ? Donner alors les valeurs de d qui correspondent à un brouillage des franges.

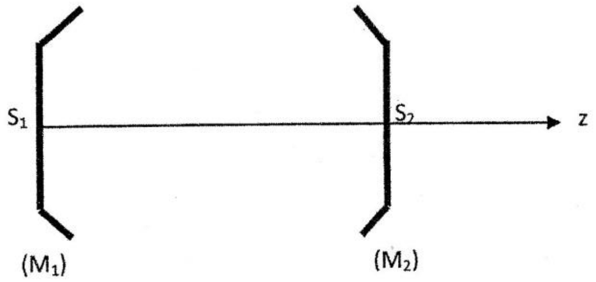
**c)** La plus petite valeur de d pour laquelle les franges disparaissent est $d_0 = 1$ cm. Quelle est la valeur de θ en secondes d'arc ?

**QUATRIEME PROBLEME :** Largeur spectrale d'un LASER (d'après banque PT 2012)

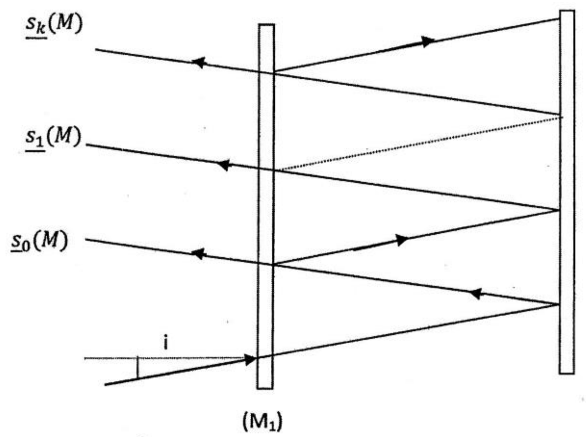
*L'usage de calculatrice est interdit pour ce problème.*
*Les calculs numériques seront faits avec un chiffre significatif.*

Données : longueur d'onde du LASER : $\lambda = 0{,}6\ \mu m$
vitesse de la lumière : $c = 3.10^8\ m.s^{-1}$

On considère une cavité optique dans un LASER : la cavité est formée de deux miroirs sphériques ($M_1$) et ($M_2$) identiques de rayon de valeur absolue R, d'axe Oz et séparés d'une distance $a = S_1S_2$.




En réalité, le miroir ($M_1$) n'est pas parfait. Il possède des facteurs de réflexion et de transmission en amplitude r et t. La réflexion est parfaite sur le miroir ($M_2$). Pour simplifier, on assimile les miroirs à des miroirs plans distants de a.
Un rayon incident avec un angle d'incidence i très faible est donc amené à subir une infinité de réflexions multiples, toujours avec des angles d'incidence i. On ne tiendra compte d'aucun déphasage lors des réflexions et transmissions. On rappelle que $r = \dfrac{\text{amplitude réfléchie}}{\text{amplitude incidente}}$ et $t = \dfrac{\text{amplitude transmise}}{\text{amplitude incidente}}$.




On note $\underline{s}_k(M)$ l'amplitude complexe du k+1 ème rayon émergent, M étant à l'infini.

**1)** Déterminer le déphasage à l'infini entre deux rayons émergents. On posera $\varphi = \dfrac{4\,\pi\,a\cos(i)}{\lambda}$.

**2)** Quel est le rapport des amplitudes de deux rayons émergents successifs ?
En déduire l'expression de l'amplitude complexe de l'onde résultante à l'infini sous forme d'une série géométrique en fonction de r, φ et $\underline{s}_0(M)$.

**3)** Déterminer l'intensité de l'onde que l'on mettra sous la forme $I(\varphi) = \dfrac{I_0}{1 + m\sin^2(\frac{\varphi}{2})}$. Exprimer m en fonction de r. On donne r = 0,9. Calculer m.

**4)** Compte-tenu de la valeur élevée de m, justifier que I ne prend des valeurs notables que si $\sin(\frac{\varphi}{2})$ est proche de 0. En déduire l'allure de la courbe I(φ). Considérant le maximum pour φ = 0, calculer sa largeur à mi-hauteur correspondant à $I > \dfrac{I_{max}}{2}$.

**5)** On considère l'incidence nulle (cas du LASER). Déterminer la largeur spectrale en fréquence et calculer sa valeur numérique (on prendra a = 20 cm). Comparer cette valeur à la fréquence de l'onde.

**CINQUIEME PROBLEME :** Longueur de cohérence d'un LASER (d'après banque PT 2012)

*L'usage de calculatrice est interdit pour ce problème.*

*Les calculs numériques seront faits avec un chiffre significatif.*

Données : longueur d'onde du LASER : $\lambda = 0{,}6\ \mu m$
vitesse de la lumière : $c = 3.10^8\ m.s^{-1}$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(2\pi\,\tau\,\upsilon)\,d\upsilon}{1 + 4\pi^2\,\tau_0^2\,(\upsilon-\upsilon_0)^2} = \frac{\cos(2\pi\,\upsilon_0\,\tau)}{2\,\tau_0}\ \exp\left(-\left|\frac{\tau}{\tau_0}\right|\right)$$

On utilise un interféromètre de Michelson en configuration lame d'air d'épaisseur d. On ne tiendra pas compte d'un possible déphasage sur la séparatrice. L'observation se fait dans le plan focal image d'une lentille convergente. On place un détecteur d'intensité au foyer image F' de la lentille.

**1)** Tracer les rayons issus d'un point source qui interfèrent en F'. Le tracé sera réalisé sur le schéma réel de l'interféromètre. Sachant que l'on ne s'intéresse qu'à la lumière parvenant en F', que l'on dispose d'une lampe spectrale ayant une certaine étendue, quel dispositif proposez-vous de réaliser en entrée pour que le maximum de lumière parvienne en F' ?

**2)** Si la lumière était monochromatique de fréquence $\nu$ et d'intensité $I_0$, quelle serait l'intensité $I(\nu)$ reçue en F' en fonction de $\nu$, d, c et $I_0$ ?

La source présente un spectre étendu de profil Lorentzien : l'intensité émise dans une bande de fréquence $(\nu, \nu + d\nu)$ est donnée par $dI = I_\nu\, d\nu$, avec $I_\nu = 2\,\tau_0\,I_{0\nu}\,\dfrac{1}{1+4\pi^2\,\tau_0^{\,2}\,(\nu-\nu_0)^2}$ et on considère que les fréquences possibles sont dans l'intervalle $(-\infty, +\infty)$.

**3)** Déterminer la largeur spectrale $\Delta\nu$ définie par $I_\nu(\nu_0 \pm \Delta\nu) = \dfrac{I_{\max\,\nu}}{2}$.

**4)** Exprimer l'intensité I(d) reçue en F' sous forme d'une intégrale sur les fréquences ; exprimer l'intensité I(d) en fonction de d en utilisant le résultat donné en début de texte.

**5)** Que se passe-t-il quand d devient trop grand ? Montrer que l'effet des interférences disparait lorsque d dépasse une valeur limite appelée longueur de cohérence. En considérant que $2.\Delta\nu = 5.10^7$ Hz pour la largeur spectrale du LASER, calculer la longueur de cohérence de celle-ci.

**SIXIEME PROBLEME :** Effet LASER (d'après banque PT 2012)

*L'usage de calculatrice est interdit pour ce problème.*

On considère une cavité optique dans un LASER : la cavité est formée de deux miroirs sphériques.
Le rayon LASER ne peut exister que par une source et un milieu amplificateur situés dans la cavité. On considère un rayonnement se propageant selon l'axe Ox. A l'abscisse x, la puissance transportée par le rayonnement est notée P(x).
Le milieu compris entre les deux miroirs est constitué d'atomes qui peuvent être dans l'état fondamental (en nombre $N_1$ par unité de longueur, d'énergie $E_1$) et d'autres dans l'état excité (en nombre $N_2$ par unité de longueur, d'énergie $E_2$).

La fréquence de l'onde émise par désexcitation du niveau $E_2$ vers le niveau $E_1$ est $\nu = \dfrac{E_2 - E_1}{h}$ où h est la constante de Planck.

**1)** Absorption

Le rayonnement traversant le milieu, de fréquence $\nu$, est susceptible de produire des excitations des atomes de niveau $E_1$ par absorption du rayonnement incident. On suppose que le nombre d'atomes par unité de temps et de longueur qui subissent l'excitation est proportionnel à la puissance incidente et à $N_1$ (on notera B le coefficient de proportionnalité). En faisant un bilan de puissance sur un intervalle de longueur dx, compris entre x et x + dx, et en supposant $N_1$ sensiblement constant, montrer que $P(x) = P_0 \exp(-Kx)$ où K est une constante. Connaissez-vous cette loi ?

**2)** Emission spontanée

Les atomes excités se désexcitent spontanément. Le nombre d'atomes par unité de temps et de longueur qui subissent la désexcitation est proportionnel à $N_2$ ; on note A le coefficient de proportionnalité. Si l'on considère qu'aucun atome ne subit d'excitation, déterminer l'équation différentielle vérifiée par $N_2(t)$. En déduire la forme de $N_2(t)$. Quelle est la dimension de A ? Proposez un ordre de grandeur.

L'émission spontanée est isotrope, contrairement à l'émission induite dont il est question par la suite.

**3)** Emission induite

Le rayonnement incident peut induire une désexcitation qui provoque l'émission d'un photon en plus du photon incident. Ces deux photons, de même énergie, sont en phase et se propagent dans la même direction. Le nombre d'atomes par unité de temps et de longueur qui subissent cette désexcitation est proportionnel à la puissance incidente et à $N_2$ ; le coefficient de proportionnalité est également B.

En tenant compte seulement de l'émission induite et de l'absorption, en raisonnant sur l'intervalle (x, x + dx), exprimer $\dfrac{dP}{dx}$ en fonction de B, $N_1$, $N_2$, h, $\nu$ et P.

**4)** A quelle condition sur $N_1$ et $N_2$ y-a-t-il amplification de l'intensité lumineuse ? Pourquoi dit-on qu'il y inversion de population ? Quel est le physicien qui a mis au point une méthode permettant cette inversion de population (dite de pompage optique) ?

**5)** Pourquoi n'a-t-on pas pris en compte le phénomène de désexcitation spontanée ?
Que signifie L.A.S.E.R. ?