

DEVOIR SURVEILLE n° 2

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

AVERTISSEMENT

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

L'usage de calculatrice est interdit pour les trois premiers problèmes, et autorisé pour le 4^{ème} problème.

Il est interdit d'arrêter de composer avant 17h00.

Vous devez traiter les 4 problèmes sur 4 copies différentes.

Si vous choisissez de ne pas traiter l'un des problèmes, vous devez tout de même me rendre une copie « blanche ».

	Barème	Ramassé à
Premier problème	21 %	14h00
Deuxième problème	16 %	15h00
Troisième problème	25 %	16h00
Quatrième problème	38 %	17h00

Vous avez tout intérêt à faire dans l'ordre : le 1^{er} problème, puis le 2^{ème} problème, puis le 3^{ème} problème, et enfin le 4^{ème} problème !

Vous êtes libres de commencer le problème suivant avant que je ramasse les copies (vous pouvez par exemple commencer le 2^{ème} problème avant 14h00).

PREMIER PROBLEME : Modèles d'atmosphère en équilibre

L'usage de calculatrices est interdit pour ce problème.

L'air de la troposphère (partie de l'atmosphère dans laquelle nous vivons) est considéré comme un gaz parfait de masse molaire M , de coefficient γ . On suppose le champ de pesanteur uniforme et l'atmosphère au repos. Au niveau du sol (altitude $z = 0$), la pression est P_0 et la température T_0 .

- 1) Etablir la relation fondamentale de la statique des fluides, liant $\frac{dP}{dz}$, la masse volumique ρ et l'accélération de la pesanteur g .
- 2) On suppose que la température de l'atmosphère est uniforme : c'est le modèle de l'atmosphère en équilibre isotherme. Etablir la loi de variation de la pression en fonction de l'altitude z . On introduira une hauteur caractéristique H du phénomène.
- 3) On adopte maintenant le modèle de l'atmosphère en équilibre adiabatique. Dans ce modèle, il y a absence d'échange d'énergie par chaleur entre deux masses d'air voisines. On suppose de plus que l'air est assimilable à un gaz parfait, en évolution réversible et que le coefficient γ est constant.
 - a) Quelle loi reliant pression P et température T peut-on utiliser ? L'énoncer.
 - b) En prenant notamment la différentielle logarithmique de la loi précédente, montrer que l'expression de la température T en fonction de l'altitude z est : $T = T_0 \left(1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{z}{H} \right)$.
 - c) En déduire l'expression du gradient de température $\frac{dT}{dz}$. Faire l'application numérique. Les randonneurs disent souvent que l'on perd environ 6 ou 7 °C quand on grimpe de 1000 m. Le modèle d'atmosphère en équilibre adiabatique rend-il compte de cette observation ?
 - d) Déterminer la loi de variation de la pression avec l'altitude z .
- 4) Calculer, pour les deux modèles, la pression à une altitude égale à H .
- 5) Pour $z \ll H$, montrer que les résultats obtenus à l'aide des deux modèles précédents conduisent à une même fonction affine $P(z)$ donnant la pression en fonction de l'altitude.

Données :

$$R = 8 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$$

$$M = 3.10^1 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$g = 10 \text{ m.s}^{-2}$$

$$\gamma = 1,40$$

$$P_0 = 1,0 \text{ bar}$$

$$T_0 = 300 \text{ K}$$

$$e = 2,7 \quad e^{-1} = 0,37 \quad e^2 = 7,4 \quad e^{-2} = 0,14$$

$$\frac{0,4}{1,4} = 0,29 \quad 0,71^{3,5} = 0,30$$

DEUXIEME PROBLEME : Force pressante sur la paroi d'un récipient

L'usage de calculatrice est interdit pour ce problème.

On considère un verre conique contenant une hauteur $H = OS$ d'un liquide de masse volumique ρ constante.

La surface séparant le liquide et l'air est de rayon $R = OA$.

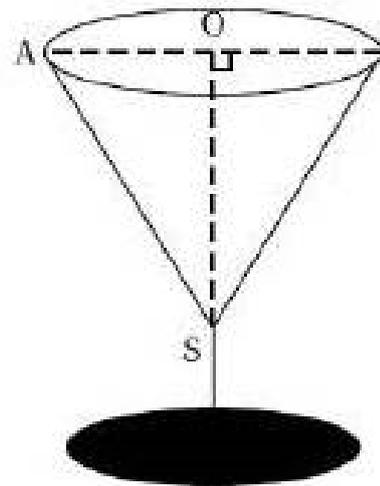
On note $L = AS$.

L'angle \widehat{ASO} est noté α . On a donc : $\tan \alpha = \frac{OA}{OS} = \frac{R}{H}$.

Le champ de pesanteur terrestre est supposé uniforme et l'accélération de la pesanteur est notée g .

L'axe z est l'axe vertical ascendant. On a $z = 0$ au point S (origine des altitudes).

La pression atmosphérique est notée P_0 .



- 1) Rappeler la relation fondamentale de la statique des fluides, liant $\frac{dP}{dz}$, la masse volumique ρ et l'accélération de la pesanteur g .
- 2) En déduire la pression dans le liquide à l'altitude z en fonction de P_0 , ρ , g , H et z .
- 3) Déterminer la résultante des forces pressantes exercées par le liquide sur le verre, grâce à la méthode vue en cours. On exprimera le résultat en fonction de P_0 , ρ , g , H et R .
- 4) De la même manière, déterminer la résultante des forces pressantes exercées par l'air sur le verre.
- 5) En déduire la résultante des forces pressantes exercées sur le verre.
- 6) Commenter le résultat obtenu : à quoi est égale cette résultante ?
- 7) Retrouver l'expression de la résultante des forces pressantes exercées par le liquide sur le verre en appliquant une relation fondamentale de la dynamique au liquide.

Donnée : on rappelle que le volume du cône est : $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$

TROISIEME PROBLEME : Synthèse de composés semi-conducteurs : Epitaxie par jet moléculaire (d'après banque PT 2016)

L'usage de calculatrice est interdit pour ce problème.

Les composants semi-conducteurs sont très répandus dans l'électronique moderne. Ce problème propose d'étudier un exemple de processus de fabrication des composants à semi-conducteurs, qui a commencé à être utilisé dans les années 70 : l'épitaxie par jet moléculaire (EJM ou MBE en anglais). Cette dernière, grâce à des jets d'atomes ou de molécules relativement lents, a permis la création de couches de semi-conducteur dont l'épaisseur peut être monoatomique. On a pu ainsi créer des composants plus petits mais aussi réaliser des diodes LASER de largeur spectrale très fine.

On mènera les calculs avec les valeurs approchées des constantes fournies en fin de problème.

Principe de l'épitaxie par jet moléculaire :

Cette technique consiste à envoyer des molécules (ou atomes) à la surface d'une couche monocristalline déjà formée, le substrat, pour qu'elle s'accroche à la surface (cf Figure 1). Les molécules arrivent sur la surface avec un débit relativement lent et dans un vide très poussé. On peut ainsi contrôler le nombre de molécules qui se fixent sur le substrat de manière à arrêter le processus juste quand une couche est entièrement formée. On peut alors soit terminer la croissance du substrat, soit changer le type de molécule apportée de manière à former une couche de nature différente : on parle, dans le cadre de l'électronique des semi-conducteurs, de « jonction abrupte ».

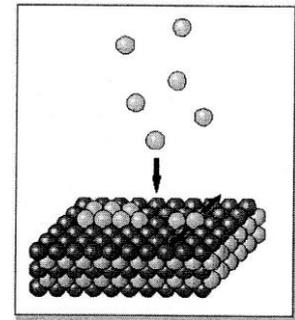


Figure 1 : Croissance par couche.

Le dispositif expérimental est présenté Figure 2. La partie de droite, qui ne sera pas étudiée, sert à l'introduction du substrat dans l'enceinte en limitant au minimum la contamination de l'atmosphère de l'enceinte. L'ovale central, entouré de panneau d'azote liquide, est la chambre d'épitaxie où se produit la croissance des couches sur le substrat.

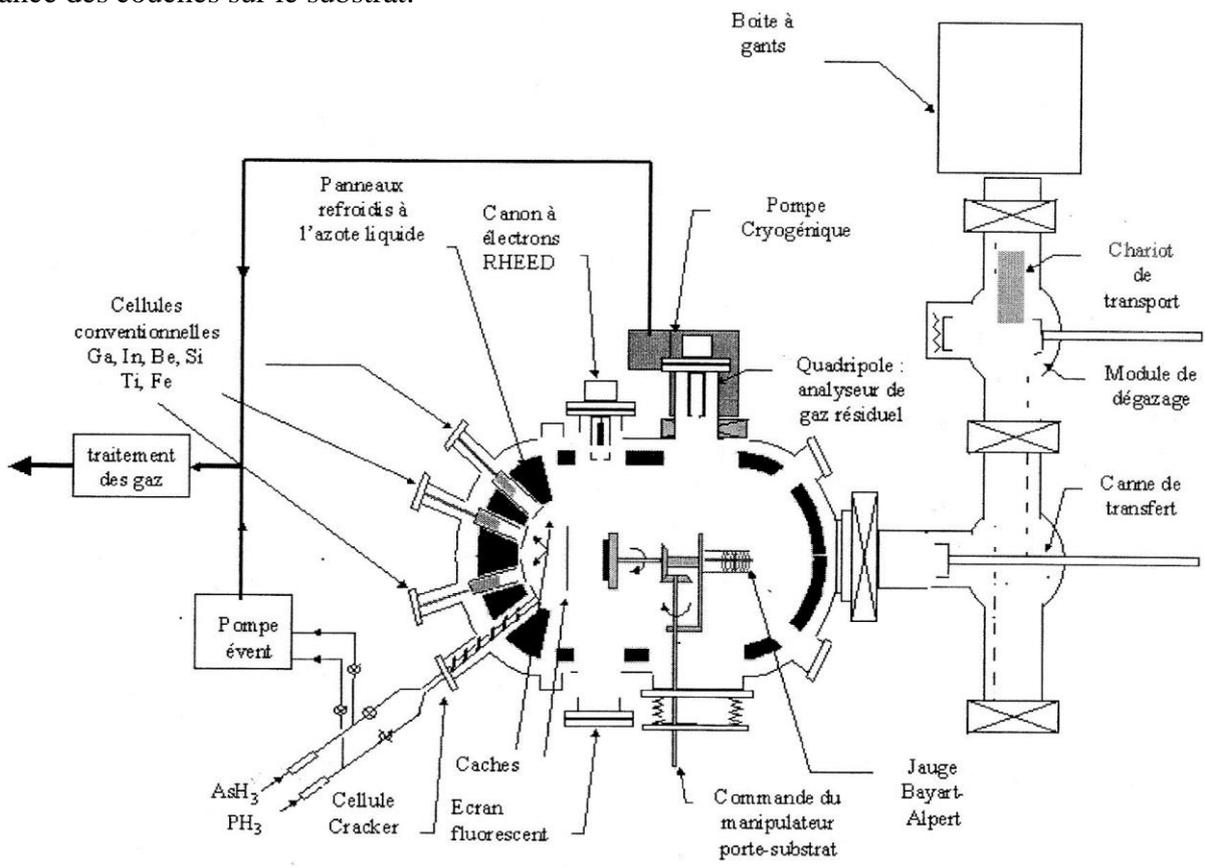


Figure 2 : Schéma des différents éléments d'un bâti EJM

Le porte-substrat est commandé de l'extérieur pour le mettre et le maintenir face aux sources d'atomes/molécules : les cellules conventionnelles (**de Knudsen**) ou Cracker.

Les molécules évaporées doivent arriver sur le substrat sans entrer en collision avec une autre molécule (pour éviter les impuretés) ce qui nécessite un vide poussé dans la chambre d'épitaxie. Ce vide est assuré grâce à une pompe cryogénique. La « mesure du vide » est réalisée par la **Jauge de Bayard-Alpert**.

On contrôle la croissance d'une monocouche sur le substrat **au moyen d'un procédé RHEED** basé sur la diffraction d'un faisceau d'électrons (émis par le canon) par la surface du substrat puis l'étude du faisceau par interférence.

Le but de ce problème est d'étudier une technique mise en jeu dans la technique d'épitaxie par jet moléculaire : étude d'une cellule de Knudsen.

Création d'un jet moléculaire – Principe d'une cellule de Knudsen :

Une cellule de Knudsen est un creuset rigide dans lequel on a placé le composé à évaporer (dans notre exemple, le composé étudié sera le Gallium Ga, il est notamment utilisé pour réaliser des couches de semi-conducteurs à base d'Arséniure de Gallium GaAs). Le creuset est entouré d'un (ou plusieurs) filament(s) chauffant(s) destiné(s) à maintenir le creuset et contenu à une température T_v donnée.

A cette température, une partie du composé se vaporise. On obtient dans le creuset un mélange diphasé. Le creuset est percé d'un petit trou de section s par lequel peuvent s'échapper des molécules du gaz (on parle d'effusion des molécules du gaz). Le diamètre du trou est suffisamment petit devant le libre parcours des atomes du gaz pour pouvoir considérer que le système diphasé à l'intérieur du creuset est en équilibre et peu perturbé par l'effusion d'atomes de Gallium par le trou.

Données relatives à la cellule :

- Température du mélange diphasé : $T_v = 1200$ K
- Pression de vapeur saturante à $T_v = 1200$ K : $P_v = 0,2$ Pa
- Température du point triple du Gallium : $T_{rGa} = 301,91$ K
- Section totale du trou : $s = 5$ mm²

Hypothèses du modèle d'étude :

- On néglige tout effet de la pesanteur.
- La phase gazeuse est considérée comme parfaite et son volume est très grand devant le volume de la phase condensée en équilibre.
- Le système est à l'équilibre, chaque phase est donc homogène.
- La pression à l'extérieur du creuset est négligeable devant la pression P_v , pression à l'intérieur du creuset.

- Dans ces conditions, on peut montrer que le flux de particules $\Phi = \frac{dN}{dt}$ à travers une petite section de surface s , c'est-à-dire le nombre de particules traversant une section s par unité de temps s'écrit :

$$\Phi = \frac{dN}{dt} = \sqrt{\frac{1}{6\pi}} N_v u^a s^b$$

où N_v est le nombre de particules de gaz par unité de volume de gaz, u la vitesse quadratique moyenne du gaz et a et b deux exposants entiers.

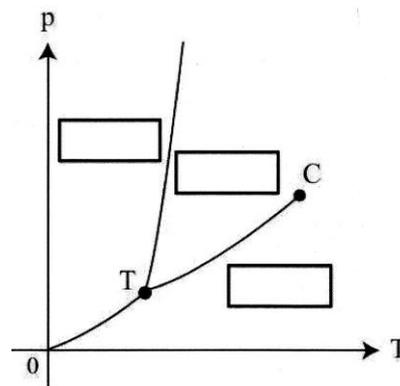
On commence par étudier le système diphasé dans le creuset.

Q1. Par une analyse dimensionnelle, déterminer les valeurs des exposants a et b .

Q2. Reproduire sur votre copie le diagramme (T,P) d'un corps pur, et préciser, en le justifiant brièvement, la position des trois phases liquide, gaz et solide.

Q3. Préciser le nom et les caractéristiques particulières des points T et C.

Q4. En utilisant les données du problème, préciser si, à la température T_v , la phase gazeuse est en équilibre avec une phase solide ou avec une phase liquide.



On veut maintenant expliciter le flux de particules Φ qui s'échappe du creuset.

Q5. Rappeler la définition de la vitesse quadratique moyenne, notée u .

Q6. Quelle est la relation entre l'énergie cinétique moyenne d'une particule et la température du gaz d'un gaz parfait monoatomique ?

Q7. En déduire l'expression de la vitesse u en fonction de la température du gaz T_v , de la masse molaire M_{Ga} et de la constante des gaz parfaits R .

Q8. En déduire que le flux de particules s'échappant du creuset s'écrit : $\Phi = \frac{P_v N_A}{\sqrt{2 \pi R M_{Ga} T_v}} s$

Q9. Expliquer pourquoi, pour un creuset et un composé donné, il suffit de contrôler seulement la température pour contrôler le flux de particules.

De la cellule de Knudsen au substrat :

Les atomes de Gallium sortent de la cellule de Knudsen avec un flux de particules Φ (nombre d'atomes sortant par unité de temps). Sans interaction et sans choc, ils continuent leur trajectoire, se répartissant dans l'espace. Seule une fraction de ces atomes va atteindre le substrat pour s'y déposer. Cette fraction dépend de la surface S du substrat, de la distance d entre le trou de la cellule et le substrat et de l'orientation relative de la cellule et du substrat. En notant α l'angle entre la normale au trou et l'axe trou-substrat et θ l'angle entre la normale au substrat et l'axe trou-substrat (cf Figure 3), on montre que la

portion de flux Φ_1 arrivant sur le substrat s'écrit : $\Phi_1 = \Phi \frac{S}{\pi d^2} \cos \alpha \cos \theta$

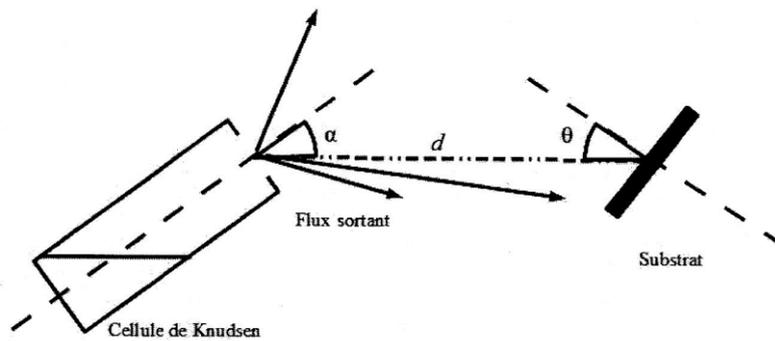


Figure 3 : Paramétrage de la géométrie cellule-substrat

Données et hypothèses relatives à cette partie :

- $d = 2 \text{ cm}$
- distance interatomique des atomes de Gallium sur une monocouche de substrat : $a = 0,3 \text{ nm}$. Les atomes forment sur une couche un maillage carré.
- $\Phi = 10^{16} \text{ atomes.s}^{-1}$

Q10. Commenter la dépendance du rapport $\frac{\Phi_1}{\Phi}$ vis-à-vis de la surface du substrat et de la distance d (on commentera le fait que ce rapport dépend du carré de d).

Q11. On se place dans les conditions optimales $\alpha = \theta = 0^\circ$.

Q11.a. Déterminer le nombre d'atomes composant une monocouche de surface S en fonction de S et a .

Q11.b. Estimer le temps nécessaire pour former une monocouche complète en supposant que tout atome arrivant à la surface du substrat s'y fixe en fonction de d , a et Φ .

Q11.c. Commenter le temps nécessaire pour fabriquer un composé usuel dont l'épaisseur est de l'ordre du micromètre.

Données générales :

Constante d'Avogadro : $N_A = 6.10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Constante des gaz parfaits : $R = k_B N_A = 8 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

Constante de Boltzmann : $k_B = \frac{R}{N_A}$

Masse molaire du Gallium : $M_{Ga} = 70 \text{ g.mol}^{-1}$

QUATRIEME PROBLEME : Etude de l'équilibre diphasé de l'eau

L'usage de calculatrice est autorisé pour ce problème.

Les tableaux 1 et 2 ci-dessous contiennent respectivement des données thermodynamiques relatives à la vapeur d'eau sèche et à la vapeur saturante.

Notations : L'indice v est relatif à la vapeur, l'indice ℓ est relatif au liquide.

Les unités indiquées entre parenthèses sont éventuellement à convertir dans l'unité S.I.

h : enthalpie massique (kJ.kg^{-1}) u : énergie interne massique (kJ.kg^{-1})
 s : entropie massique ($\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$) v : volume massique ($\text{m}^3.\text{kg}^{-1}$)
 P_s : pression de vapeur saturante (bar) θ : température ($^{\circ}\text{C}$)

Tableau 1 : Vapeur sèche sous une pression $P_0 = 1,000$ bar

θ	v_v	h_v	u_v	s_v
100,0	1,696		2506	7,361
150,0	1,936		2583	7,613
200,0	2,172		2660	

Tableau 2 : eau : vapeur saturante sèche et liquide saturant

θ	P_s	v_v	h_v	u_v	s_v	h_ℓ	u_ℓ	s_ℓ	v_ℓ
100,0	1,013	1,673	2676	2507	7,355	419	419	1,307	$1,04 \cdot 10^{-3}$
150,0	4,760	0,393	2746	2560	6,388	632	632	1,842	$1,09 \cdot 10^{-3}$
200,0	15,54	0,127	2793	2595		852	851	2,331	$1,16 \cdot 10^{-3}$

Données :

Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$

masse molaire moléculaire de l'eau : $M = 18,00 \cdot 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$

$0 \text{ }^{\circ}\text{C} \Leftrightarrow 273,15 \text{ K}$

A - Exploitation des tableaux 1 et 2

I) Étude de la vapeur sèche.

- 1) Exprimer littéralement en fonction de la température thermodynamique T , de la pression P et des données, le volume massique v_{vgp} dans l'hypothèse où la vapeur d'eau suit la loi des gaz parfaits.
- 2) Remplir un tableau donnant v_{vgp} pour $P_0 = 1,000$ bar et $\theta = 100,0, 150,0, 200,0 \text{ }^{\circ}\text{C}$.
Déterminer l'écart relatif maximal entre v_v et v_{vgp} ; conclure.
- 3) Déterminer, à partir des valeurs tabulées, la valeur moyenne entre $100,0 \text{ }^{\circ}\text{C}$ et $200,0 \text{ }^{\circ}\text{C}$ de la capacité thermique massique à volume constant c_v de la vapeur sèche.
- 4) En déduire la valeur de la capacité thermique massique à pression constante c_p en considérant la vapeur sèche comme un gaz parfait.
- 5) a) En utilisant uniquement les données du tableau 1 et en justifiant les calculs, remplir la colonne h_v .
b) Vérifier la valeur de c_p trouvée en I-4 ; conclure sur la validité des hypothèses.
- 6) Calculer la valeur $s_v(200,0 \text{ }^{\circ}\text{C})$ du tableau 1 dans l'hypothèse gaz parfait.

II) Etude de la saturation.

- 1) On dispose de la loi expérimentale de Dupré liant le logarithme en base 10 de P_s et T (avec P_s en bar et T en Kelvin) :

$$\log P_s = A - 1,372 \log T - \frac{2317}{T}$$

- a) A partir des valeurs tabulées, déterminer la valeur moyenne de A .
b) Tracer l'allure de la courbe représentant l'évolution de P_s en fonction de la température.
- 2) a) Exprimer le coefficient directeur de la tangente à la courbe précédente fonction de T . Calculer sa valeur pour $\theta = 150,0$ °C.
b) Comparer ce coefficient à la valeur théorique prévue par la thermodynamique. Pour cela, on

calculera numériquement la pente $\left. \frac{dP_s}{dT} \right)_{\text{éq}}$ grâce à la relation de Clapeyron (admise) : $l_{\text{vap}}(T) = h_v - h_l =$

$$T (v_v - v_l) \left. \frac{dP_s}{dT} \right)_{\text{éq}} .$$

- 3) Compléter le tableau 2 en calculant $s_v(200,0$ °C).

B - Étude d'une transformation

On considère une chaudière contenant initialement $0,200$ m³ d'eau liquide en équilibre avec $9,80$ m³ de vapeur à la pression $P_0 = 1,013$ bar. Le volume de cette chaudière est constant et les parois sont parfaitement calorifugées sauf à la base où un brûleur permet un transfert par chaleur d'une quantité d'énergie Q_c (cf figure ci-contre).

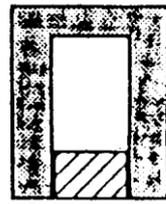


Fig 2 Bruleur

On négligera la capacité thermique de la chaudière ; la flamme du brûleur sera considérée comme un thermostat à la température $\theta_b = 800$ °C transférant une puissance thermique constante $P_b = 100$ kW pendant la durée t_0 nécessaire pour que, à l'équilibre, la pression soit $P_f = 15,54$ bar. On appelle x la fraction massique de la vapeur dans la chaudière.

I) Étude de l'état initial.

- 1) Calculer la masse m_{vi} de vapeur et la masse m_{li} d'eau liquide.
2) Déterminer la fraction massique initiale x_i .

II) Étude de l'état final.

Reprendre les questions précédentes en calculant m_{vf} , m_{lf} et x_f .

III) Bilan énergétique.

Déterminer Q_c et calculer la durée t_0 du chauffage.

IV) Bilan entropique.

- 1) Déterminer la variation d'entropie du système (eau liquide - vapeur d'eau) entre l'état initial et l'état final.
2) Calculer la variation d'entropie de l'univers lors de la transformation ; commenter.