PT 2016-2017 **Pour le jeudi 29-09-2016**

DEVOIR LIBRE n° 1

L'usage de calculatrices est interdit pour les 1^er^ et 2^ème^ problèmes, et autorisé pour le 3^ème^ problème.

PREMIER PROBLEME : Exemple d'utilisation des semi-conducteurs : la MLI (d'après banque PT 2016)

L'usage de calculatrices est interdit pour ce problème.

Les composants semi-conducteurs sont très répandus dans l'électronique moderne. Ce problème propose d'étudier une utilisation des composants à semi-conducteurs. On examine la réalisation, à l'aide d'ALI, d'une Modulation de Largeur d'Impulsion (MLI). Le principe de la MLI consiste à générer des impulsions électroniques à intervalles réguliers mais dont la largeur temporelle va dépendre d'un signal « modulant ». C'est la valeur de tension de ce signal qui va déterminer la largeur de l'impulsion (cf Figure 1).

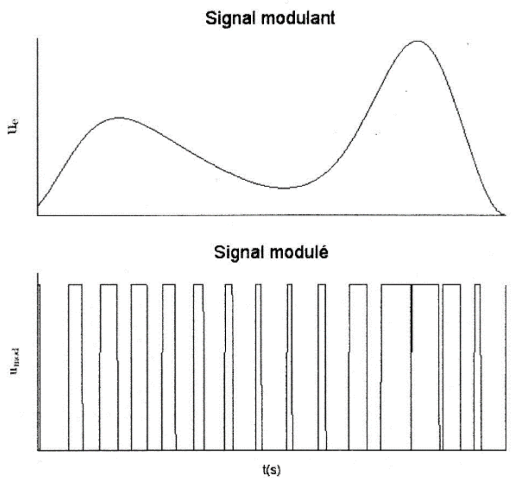


Figure 1

1) Modulation de largeur d'impulsion : réalisation analogique

On considère le montage de la Figure 2 mettant en jeu un ALI supposé idéal auquel on applique :
- un signal modulant $u_e(t)$
- une tension « dent de scie » $u_{scie}(t)$ de période T dont l'allure temporelle est représentée Figure 3.

Q1. Rappeler les caractéristiques d'un Amplificateur Linéaire Intégré idéal.

Q2. L'ALI fonctionne-t-il en régime linéaire ou en régime saturé ? Quelle fonction réalise un tel montage ?
La tension $u_{scie}(t)$ est une tension dite « dent de scie » (cf Figure 3). On note T la période de cette tension et U_{max} la tension maximale atteinte par $u_{scie}(t)$.

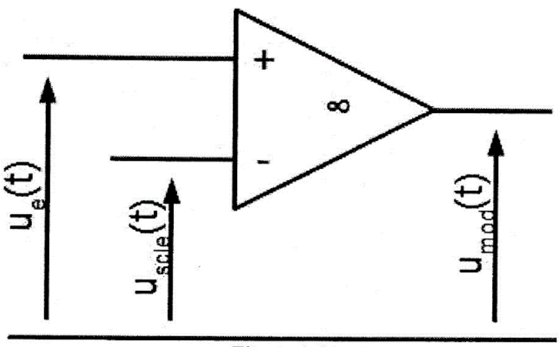


Figure 2

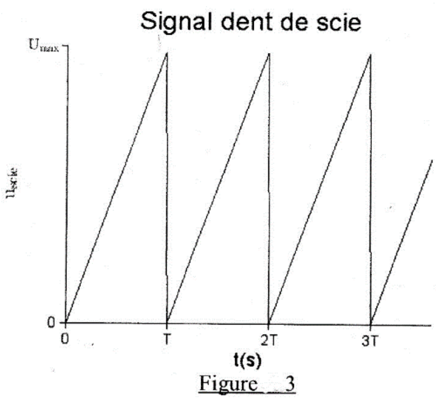


Figure 3

Q3. Déterminer la pente a des rampes de la tension $u_{scie}(t)$ en fonction de T et U_{max}.

Q4. On considère un signal modulant continu : $u_e(t) = U_0$. Déterminer, les durées τ_+ et τ_-, correspondant respectivement aux temps passés en saturation haute et en saturation basse durant une période T en fonction de U_0, U_{max} et T. Représenter graphiquement le signal $u_{mod}(t)$ en sortie de l'ALI entre t = 0 et t = 3 T.

Q5. Que se passe-t-il si $U_0 > U_{max}$?

Q6. On considère maintenant comme signal modulant $u_e(t)$ un signal sinusoïdal de période $T_e = 5$ T, de valeur basse 0 et de valeur haute U_{max} (atteinte pour t = 0). On prendra $f_e = \frac{1}{T_e} = 1$ kHz, la fréquence du signal modulant.

Q6.a. Donner l'équation horaire de $u_e(t)$.

Q6.b. Représenter le spectre de $u_e(t)$.

Q6.c. On a représenté en Annexe (A RENDRE AVEC LA COPIE) le signal $u_e(t)$ (Figure 1) sur une période. Représenter sur le même graphique les signaux $u_{scie}(t)$ et $u_{mod}(t)$. On note V_{sat} la tension de saturation positive de l'ALI. On prendra pour le tracé graphique : $V_{sat} = U_{max} / 2$.

Q6.d. On réalise expérimentalement la modulation de largeur d'impulsion. Pour savoir comment obtenir le signal modulant à partir du signal modulé (démodulation), on observe le spectre du signal. Celui-ci est donné Figure 4, l'échelle des amplitudes est arbitraire. Proposer, en le justifiant, le type de filtre permettant de démoduler le signal $u_{mod}(t)$.

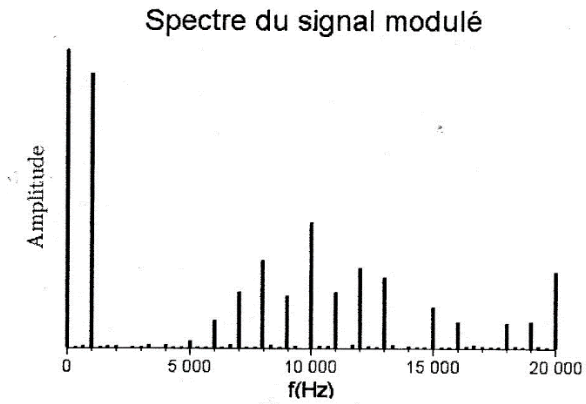


Figure 4

2) Réalisation d'un signal « dent de scie »

Le principe de cette modulation est basé sur l'utilisation d'un signal dent de scie. On se propose ici d'étudier une façon de créer un tel signal. On considère le montage suivant (les ALI sont supposés idéaux) :

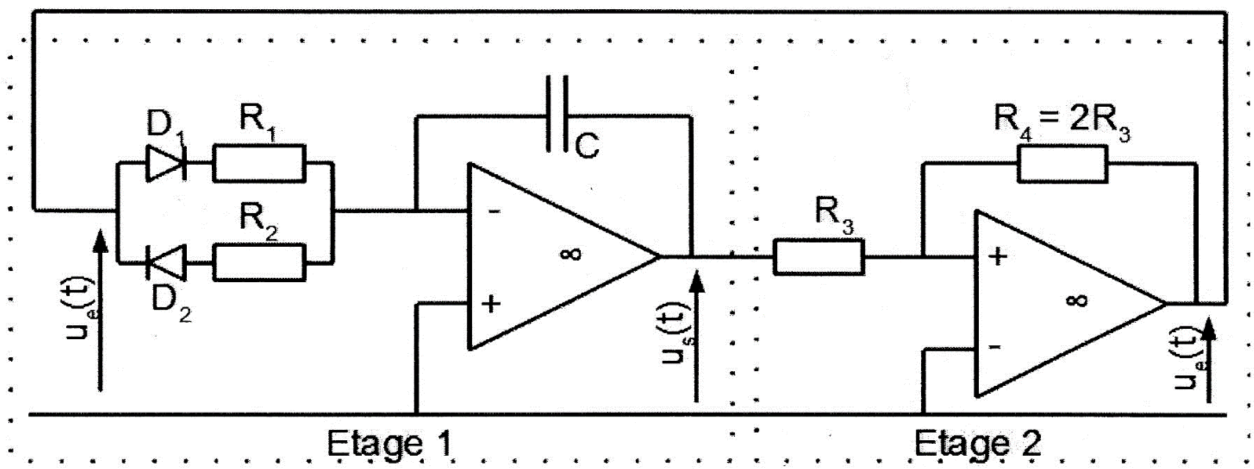


Figure 5 :

Q7. Rappeler les ordres de grandeurs des impédances d'entrée et de sortie réelles d'un ALI.

Q8. Expliquer brièvement pourquoi on peut commencer par étudier les deux étages 1 et 2 représentés sur le schéma séparément.

Q9. On considère l'étage 1. On admet que :
- Quand le signal $u_e(t)$ est positif, la diode D_2 est assimilable à un interrupteur ouvert et la diode D_1 à un fil.
- Quand le signal $u_e(t)$ est négatif, la diode D_2 est assimilable à un fil et la diode D_1 à un interrupteur ouvert.

Q9.a. Déterminer l'équation différentielle qui relie $u_s(t)$ et $u_e(t)$ quand $u_e(t)$ est positive. Comment appelle-t-on un tel montage ?

Q9.b. Déterminer l'équation différentielle qui relie $u_s(t)$ et $u_e(t)$ quand $u_e(t)$ est négative.

Q10. On considère maintenant l'étage 2.

Q10.a. Expliquer pourquoi on sait que l'ALI de l'étage 2 va fonctionner en régime de saturation.

Q10.b. On suppose que la sortie est en saturation haute : $u_e = V_{sat}$. Déterminer les gammes de valeurs possibles pour u_s.

Q10.c. On suppose que la sortie est en saturation basse : $u_e = - V_{sat}$. Déterminer les gammes de valeurs possibles pour u_s.

Q10.d. Représenter la caractéristique de transfert $u_e(u_s)$. Comment appelle-t-on un tel montage ?

On considère maintenant le montage entier. Il n'y a pas de « tension d'entrée » et la tension de sortie est la tension $u_s(t)$.

Q11. On suppose que, à $t = 0$, l'étage 2 vient de basculer en saturation haute : $u_e = V_{sat}$.

Q11.a. Déterminer $u_s(t = 0)$ puis l'équation littérale horaire de $u_s(t)$ pour $t > 0$.

Q11.b. Déterminer la date t_1 à laquelle l'étage 2 va basculer en saturation basse. On note Δt_{haut} la durée pendant laquelle l'étage 2 est en saturation haute. Expliciter littéralement Δt_{haut}.

Q12. A $t = t_1$, l'étage 2 vient donc de basculer en saturation basse.

Q12.a. Déterminer l'expression littérale de $u_s(t)$ pour $t > t_1$.

Q12.b. Déterminer la date t_2 à laquelle l'étage 2 va basculer à nouveau en saturation haute. On note Δt_{bas} la durée pendant laquelle l'étage 2 est en saturation basse. Déterminer littéralement Δt_{bas} et la période T du signal $u_s(t)$.

Q13. Représenter sur le graphique Figure 2 fourni dans l'Annexe (A RENDRE AVEC LA COPIE) les signaux $u_s(t)$ et $u_e(t)$ en supposant $\Delta t_{bas} = 19\ \Delta t_{haut}$.

Q14. On veut créer un signal dent de scie de fréquence $f = 1$ MHz. On choisit $C = 10$ pF. De plus, pour que le signal ressemble le plus au signal dent de scie de la Figure 3, on fixe $\Delta t_{bas} = 19\ \Delta t_{haut}$. Déterminer les valeurs de R_1 et R_2 en fonction de C et f. Faire l'application numérique.

ANNEXE DU PREMIER PROBLEME A RENDRE AVEC LA COPIE

Modulation de largeur d'impulsion – Question Q6.c.

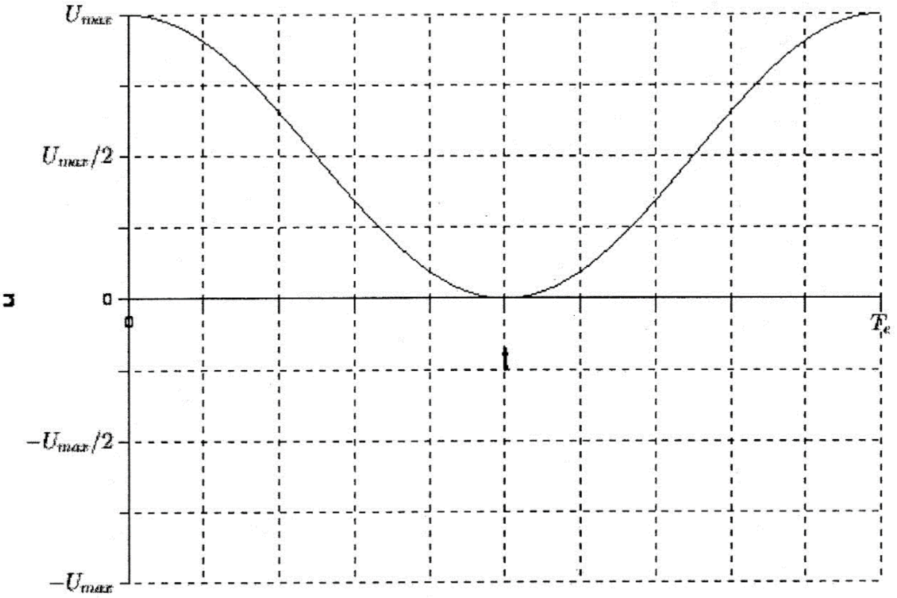


Figure 1 : Chronogramme du signal $u_e(t)$ sur une période.

Création d'un signal dent de scie – Question Q13.

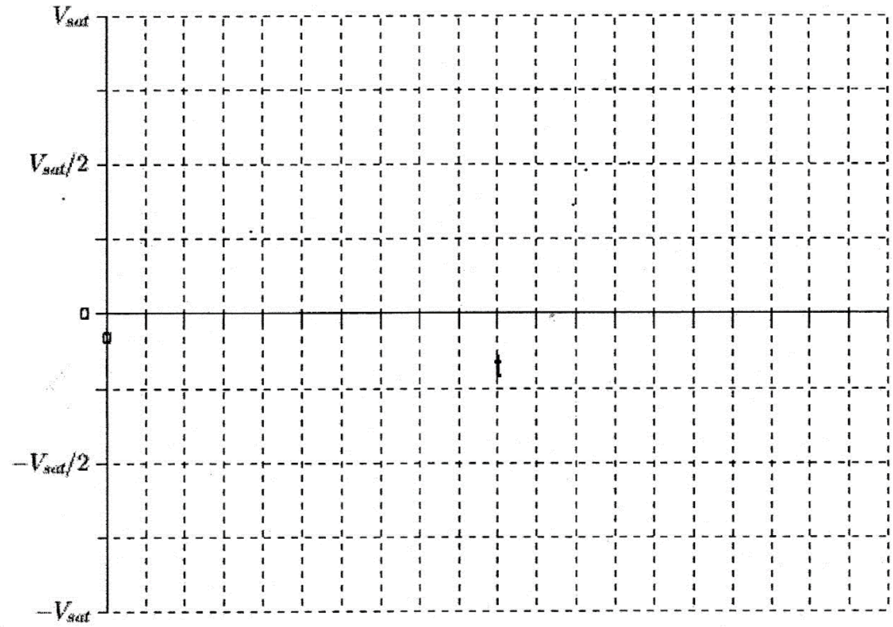


Figure 2 : Chronogramme à compléter : on fera apparaître les grandeurs Δt_{haut} et Δt_{bas}.

DEUXIEME PROBLEME : Oscillateur électronique

L'usage de calculatrices est interdit pour ce problème.

1) Régimes transitoires d'un circuit RLC

On considère le montage ci-dessous (Fig. E1). L est l'inductance d'une bobine parfaite, C est la capacité d'un condensateur, R est la résistance totale du circuit, K est un interrupteur et E un générateur parfait de tension continue.

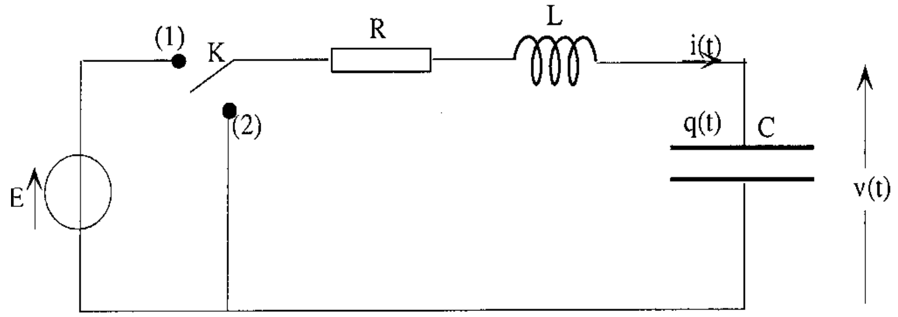


Fig. E1

On appelle :
- q(t) la charge du condensateur à l'instant t,
- i(t) l'intensité dans le circuit à l'instant t,
- v(t) la tension aux bornes du condensateur à l'instant t.

1.1) En tenant compte des conventions indiquées sur le schéma, écrire les relations entre q(t) et v(t), entre q(t) et i(t) et entre i(t) et v(t).

1.2) Le condensateur est initialement déchargé. A l'instant t = 0, on ferme K en position (1).

1.2.1) Établir l'équation différentielle du second ordre, linéaire, à coefficients constants à laquelle satisfait v(t) en fonction de E, ω_0 et m avec $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$ et $m = \dfrac{R}{2L\omega_0}$.

1.2.2) Sans résoudre l'équation différentielle, montrer qu'il existe, selon les valeurs de m, deux régimes d'évolution possibles de la tension v(t).

1.2.3) On définit la résistance critique comme étant la résistance du circuit correspondant à la limite entre ces deux régimes d'évolution. Exprimer cette résistance critique notée R_C en fonction de L et C.

1.2.4) Application numérique : R = 100 Ω, L = 40 mH, C = 1 µF. Calculer ω_0, m et R_C. Dessiner l'allure de la variation de v(t) en fonction de t.

<u>Dans la suite du problème, on gardera les valeurs numériques ci-dessus.</u>

1.3) Lorsque le régime transitoire a disparu, on met K en position (2) et on prend cet instant comme nouvelle origine des temps.

1.3.1) Établir l'équation différentielle du second ordre, linéaire, à coefficients constants à laquelle satisfait v(t).

1.3.2) La solution générale de cette équation différentielle est :
$v(t) = A_1 \exp(a_1 t) + A_2 \exp(a_2 t)$ avec a_1, a_2 complexes.
Exprimer a_1 et a_2 en fonction de ω_0 et m.

1.3.3) En considérant les conditions initiales, exprimer les constantes d'intégration A_1 et A_2 en fonction de E, ω_0 et m.

1.3.4) On pose $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - m^2}$, $\tan\theta = \dfrac{m\omega_0}{\omega}$.

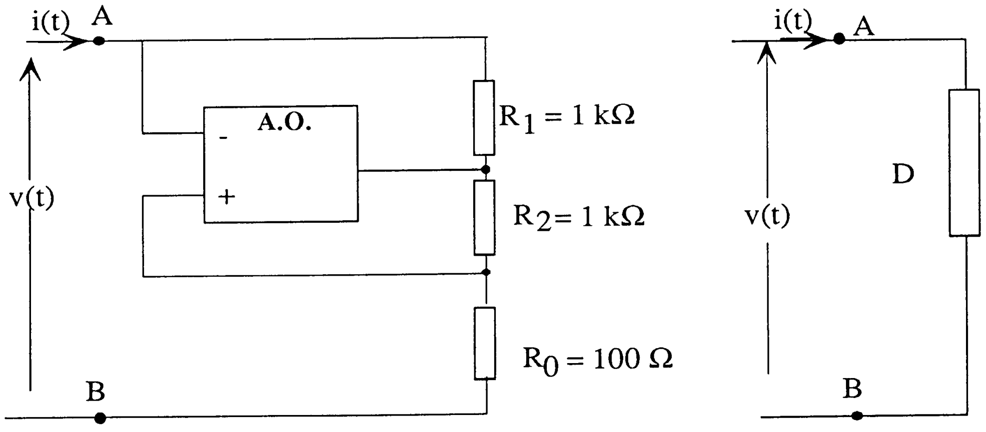
Démontrer que $v(t) = K \exp(-m\omega_0 t) \cos(\omega t - \theta)$.
Exprimer K. Représenter v(t) et l'enveloppe exponentielle de v(t).

1.3.5) Décrire les échanges d'énergie au cours de la décharge du condensateur.

2) Oscillateur LC

L'amplificateur linéaire intégré utilisé dans le circuit qui suit est parfait et fonctionne en régime linéaire. Les circuits d'alimentation ne sont pas représentés.

2.1) On réalise l'élément de circuit AB (Fig. E2.a) équivalent au dipôle D (Fig. E2.b).



(a) Fig. E2 (b)

2.1.1) Montrer qu'on peut écrire v(t) = - R i(t) et exprimer R en fonction de R_0, R_1 et R_2. Calculer numériquement R.

2.1.2) On souhaite relever la caractéristique i = f(v) de ce dipôle à l'aide d'un oscilloscope. Pour ce faire, on l'attaque avec une tension sinusoïdale alternative d'amplitude 1V crête à crête. Établir le schéma du montage.

Reproduire le document-réponse ci-dessous (Fig. E3) et y dessiner la caractéristique de D. On admettra qu'on peut placer la masse et les voies de mesure de l'oscilloscope en tout point du montage.

Dans quel mode de déviation horizontale doit-on mettre l'oscilloscope?

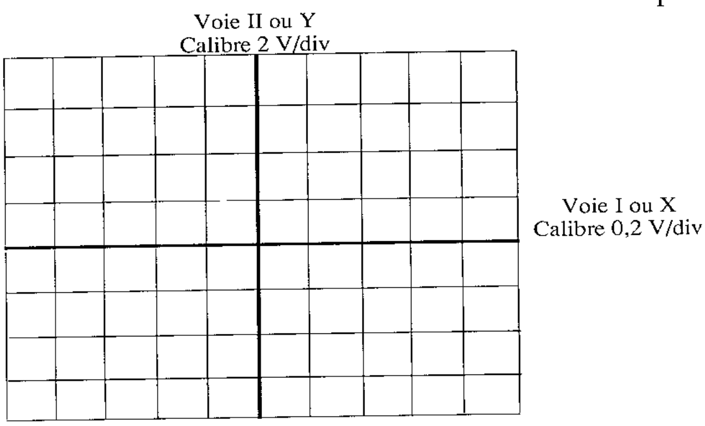


Fig. E3 : Document-réponse à reproduire.

2.2) Le condensateur possède une charge initiale. On ferme l'interrupteur K à l'instant t = 0 et on observe la tension aux bornes du condensateur.

Dire qualitativement ce qu'on observe.

D'où vient l'énergie dissipée dans la résistance R ?

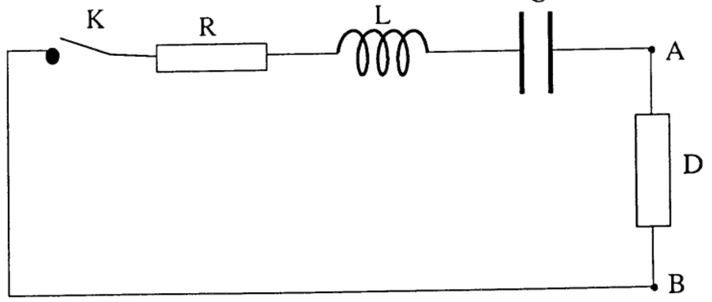


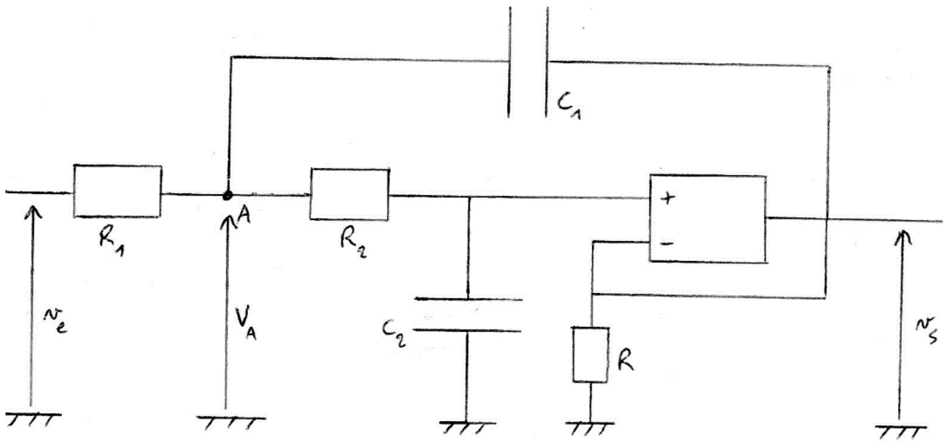
Fig. E4

TROISIEME PROBLEME : Filtrage

L'usage de calculatrices est autorisé pour ce problème.

Les deux parties (A et B) sont indépendantes. L'amplificateur linéaire intégré est supposé idéal, de gain infini, et fonctionne en régime linéaire.

On pose $\omega_1 = \dfrac{1}{R_1 C_1}$ et $\omega_2 = \dfrac{1}{R_2 C_2}$.



A) Détermination de la fonction de transfert $\underline{H} = \dfrac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}}$.

a) Exprimer $\underline{V_A}$ en fonction de $\underline{v_s}$, R_1, R_2, C_1, ω et $\underline{v_e}$.

b) Exprimer $\underline{V_A}$ en fonction de $\underline{v_s}$, R_2, C_2 et ω.

c) Montrer que $\underline{H} = \dfrac{1}{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_c^2} + j\alpha\dfrac{\omega}{\omega_2}}$ où ω_c et α sont à déterminer.

d) Déterminer l'équation différentielle liant v_s et v_e. A quelle condition le système est-il stable ?

B) On considère maintenant que $\underline{H} = \dfrac{1}{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_c^2} + 2j\dfrac{\omega}{\omega_c}}$.

a) Donner les équations des asymptotes basse fréquence ($\omega \to 0$) pour le gain ($G_{dB} = 20 \log|\underline{H}|$) et pour la phase $\varphi = \arg \underline{H}$.

b) Donner les équations des asymptotes haute fréquence ($\omega \to \infty$) pour le gain ($G_{dB} = 20 \log|\underline{H}|$) et pour la phase $\varphi = \arg \underline{H}$.

c) De quel type de filtre s'agit-il ?

d) Pour quelle valeur de ω se coupent les asymptotes haute et basse fréquence de G ?

e) Déterminer les valeurs de G et φ pour $\omega = \dfrac{\omega_c}{10}$; $\omega = \omega_c$; $\omega = 10\,\omega_c$.

f) Placer sur la feuille jointe à l'énoncé les points calculés à la question précédente et tracer les asymptotes pour G et φ. Donner l'allure des courbes G et φ en fonction de $\log \dfrac{\omega}{\omega_c}$.

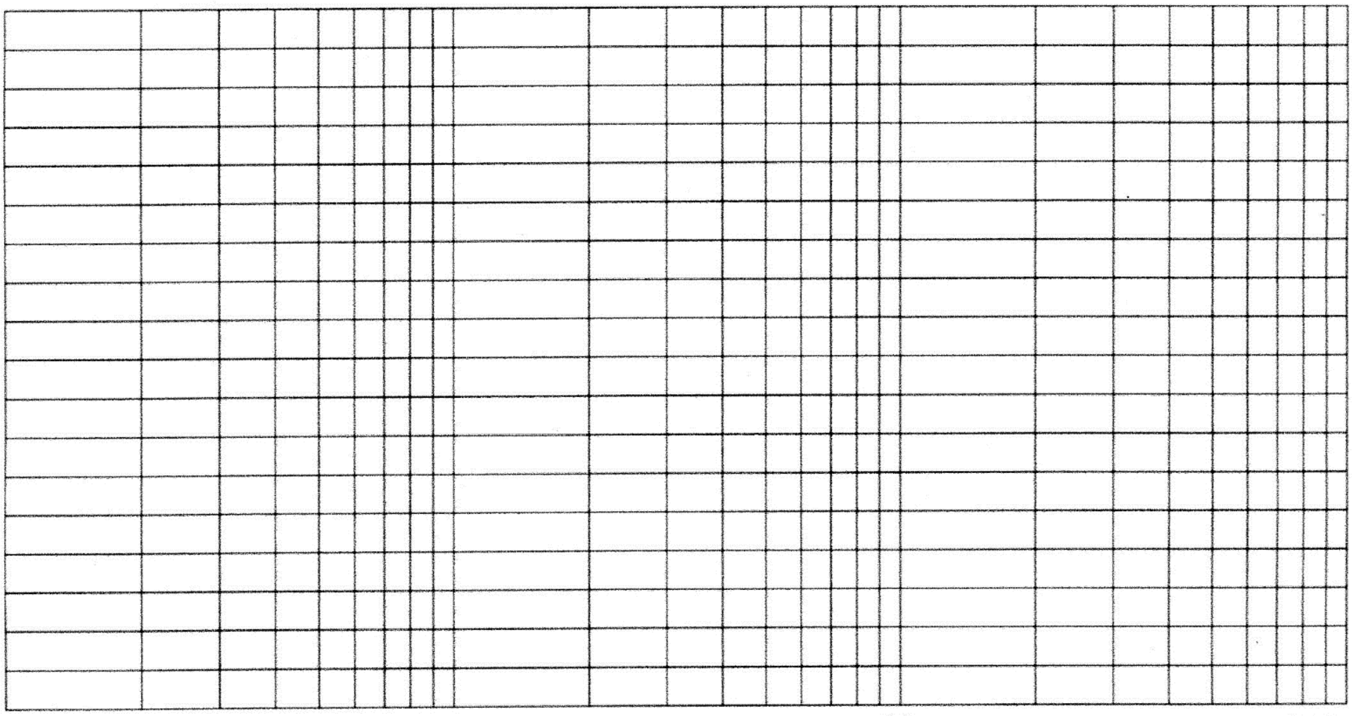
g) On met à l'entrée du filtre la tension $v_e(t) = 3 \cos\left(\dfrac{\omega_c}{10} t\right) + 2 \sin\left(10\,\omega_c\, t\right)$ (en volts).

Représenter le spectre de cette tension.

Représenter le spectre de la tension de sortie v_s. Justifier que v_s peut se mettre sous la forme $v_s \approx v_{smax} \times \cos(\omega' t + \varphi')$ où v_{smax}, φ' et ω' sont à déterminer (φ' et v_{smax} numériquement et ω' en fonction de ω_c).

Document réponse du troisième problème à rendre avec la copie

Gain



Phase